

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DU MAINE

Spécialité : ACOUSTIQUE

École doctorale Sciences pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture (ED 498)

présentée par

Gwenaël GUILLAUME

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université du Maine

APPLICATION DE LA MÉTHODE TLM À LA MODÉLISATION DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE EN MILIEU URBAIN

soutenue le 13 octobre 2009
au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (Centre de Nantes)

devant le jury composé de :

| | | |
|-----------------------------|--|-----------------------|
| Christophe AYRAULT | Maître de Conférences (Université du Maine) | Co-Directeur de thèse |
| Philippe BLANC-BENON | Directeur de recherche (École Centrale de Lyon) | Rapporteur |
| Dick BOTTELDOOREN | Professeur (Ghent University) | Examineur |
| Jean-Lou DUBARD | Professeur (Université de Nice Sophia Antipolis) | Rapporteur |
| Judicaël PICAUT | Directeur de recherche (LCPC) | Directeur de thèse |
| Laurent SIMON | Professeur (Université du Maine) | Président de jury |

Résumé

Le bruit constitue un problème sociétal majeur, en particulier en zones urbaines et périurbaines où les sources de bruit associées au trafic routier sont nombreuses et variées. Les logiciels de prévision acoustique actuels, basés sur des modèles énergétiques et géométriques et développés initialement pour des applications en milieux extérieurs faiblement bâtis, sont donc limités pour la prévision acoustique en milieux urbains et périurbains (présence de bâtis et d'encombrements, sources de bruit réelles mobiles avec un régime de fonctionnement variant dans le temps...).

Le travail de thèse a consisté à proposer un modèle numérique temporel, adapté à la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain. Parmi les méthodes envisageables, la méthode TLM (« *Transmission Line Modelling* ») constitue une approche originale, puisqu'elle permet de considérer des domaines de propagation de géométries complexes en intégrant la plupart des phénomènes physiques mis en jeu lors de la propagation du son sur de grandes distances (diffraction, réflexion, phénomènes stationnaires, divergence géométrique, atténuation atmosphérique, effets micrométéorologiques). Toutefois, l'étude bibliographique a mis en évidence deux limitations majeures de la méthode pour répondre pleinement à notre problématique : l'implémentation de conditions aux frontières réalistes et la modélisation d'un milieu de propagation infini.

Un modèle TLM générique a ainsi été développé, et permet de réaliser des simulations en deux ou en trois dimensions en combinant l'ensemble des phénomènes influant sur la propagation du son en milieux extérieurs densément bâtis. Une approche permettant d'implémenter une condition d'impédance aux frontières a également été proposée. La méthode consiste à approcher l'impédance par une somme de systèmes linéaires du premier ordre. L'usage d'une méthode de convolution récursive permet par ailleurs de limiter le coût numérique associé au calcul du champ de pression sonore sur la frontière. Des simulations de la propagation acoustique au-dessus de différents types de sols absorbants ont été réalisées et confrontées avec succès aux solutions analytiques. Concernant la modélisation d'un milieu de propagation infini, une formulation de couches absorbantes anisotropes permettant de limiter le domaine de calcul a également été développée. Enfin, des applications réalistes de problématiques « urbaines » (écrans acoustiques, façades et terrasses végétalisées) ont finalement été proposées.

Mots-clés : propagation acoustique, milieu urbain, modèle temporel TLM, condition d'impédance, conditions micrométéorologiques, couches absorbantes.

Abstract

Noise accounts for major societal matter, especially in urban and peri-urban areas where noise sources arising from road traffic are numerous and varied. Based on energetic and geometric models and initially developed for slightly built open-spaces applications, current acoustic prediction softwares are limited for urban and peri-urban areas acoustic prediction (various built and obstacles, moving real noise sources with time varying running speed. . .).

The thesis work has consisted in putting forward a time-domain numerical domain for modelling the sound propagation in urban area. Among possible methods, the TLM (« *Transmission Line Modelling* ») method constitute a original approach as it allows to account for complex propagation medium integrating most of physical phenomena brought into play during long range sound propagation (edge diffraction, reflection, steady-state phenomena, geometrical divergence, atmospheric attenuation, micrometeorological effects). However, the bibliographical study has given rise to two main limitations of the method to fully respond to our problematic : realistic boundaries conditions implementation and infinite propagation medium modelling.

A generic TLM model has been developed and allows to perform simulations in two and in three dimensions by combining the whole phenomena influencing sound propagation in urban areas. An impedance boundary condition implementation is also proposed. The method consists in approximating the impedance as a sum of first-order linear systems. In addition, the use of a recursive convolution method enables to limit the computational cost of the boundary sound pressure calculation. Many simulations of sound propagation over manifold kinds of absorbing grounds have been performed and successfully compared with analytical solutions. Concerning the modeling of an infinite propagation medium, an anisotropic absorbing layers formulation for limiting the computational domain has also been derived. Finally, a few realistic urban applications (acoustic barriers, vegetalized frontages and flat roofs) have been proposed.

Keywords : acoustic propagation, urban area, time-domain TLM model, impedance condition, micrometeorological conditions, absorbing layers.

*À mes deux petits anges,
Ewann et Timéo*

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde reconnaissance à Judicaël PICAUT, Directeur de recherche au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), pour son investissement dans la direction et dans l'encadrement de cette thèse. J'ai particulièrement apprécié sa disponibilité, sa patience et sa rigueur scientifique (et orthotypographique), ainsi que ses précieux conseils qui m'ont guidé tout au long de ces trois années.

Je remercie également tous les membres de mon comité de suivi, Christophe AYRAULT, Maître de conférences à l'Université du Maine et co-directeur de ma thèse, Isabelle SCHMICH, responsable du pôle Acoustique des salles et des volumes complexes au CSTB de Grenoble, et plus particulièrement Guillaume DUTILLEUX, Ingénieur des travaux publics de l'État au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Strasbourg, qui a participé activement à l'encadrement de mon travail.

J'adresse de très sincères remerciements à Philippe BLANC-BENON, Directeur de recherche à l'École Centrale de Lyon, et à Jean-Lou DUBARD, Professeur à l'Université de Nice Sophia Antipolis, qui ont accepté d'être les rapporteurs de mon travail, ainsi qu'à Laurent SIMON, Professeur à l'Université du Maine, qui présida mon jury. Je remercie également Dick BOTTELDOOREN, Professeur à l'Université de Ghent, pour ses remarques constructives et encourageantes lors et à la suite de ma soutenance.

Mes pensées les plus amicales vont bien entendu vers mes collègues de la division Entretien, Sécurité et Acoustique des Routes, et plus singulièrement de la section Acoustique Routière et Urbaine, qui m'ont accueilli chaleureusement dans leur équipe. Je tiens en particulier à témoigner ma sympathie à Olivier, Olivia et Nicolas.

Je remercie enfin ma famille et mes proches dont les encouragements constants m'ont stimulé tout au long de mes études et permis finalement d'accomplir ce travail. Mes pensées les plus sincères s'adressent à Hélène, mon amie, dont le précieux soutien m'a toujours accompagné dans mes projets.

Table des matières

| | |
|---|-------------|
| Résumé/Abstract | iii |
| Remerciements | vii |
| Table des matières | ix |
| Table des figures | xi |
| Liste des tableaux | xiii |
| Introduction générale | 1 |
| 1 Contexte législatif et sociétal | 1 |
| 1.1 Impact sanitaire et sociétal du bruit | 1 |
| 1.2 Contexte législatif de la lutte contre les nuisances sonores | 2 |
| 2 Problématique scientifique | 2 |
| 3 État de l’art et limites des modèles de prévision | 3 |
| 3.1 Méthodes énergétiques et géométriques | 3 |
| 3.2 Méthodes fréquentielles | 4 |
| 3.3 Méthodes temporelles | 6 |
| 4 Objectifs de la thèse et présentation du document | 6 |
| 4.1 Objectifs de la thèse | 6 |
| 4.2 Choix de la méthode | 7 |
| 4.3 Présentation du document | 7 |
| 1 Modélisation TLM de la propagation acoustique | 9 |
| 1.1 Principe et état de l’art de la méthode TLM | 9 |
| 1.1.1 Principe de HUYGENS | 9 |
| 1.1.2 Concept des lignes de transmission et discrétisation spatiale | 10 |
| 1.1.3 Un concept issu de l’électromagnétisme | 11 |
| 1.1.4 Applications en acoustique | 12 |
| 1.1.4.1 Acoustique des salles | 14 |
| 1.1.4.2 Propagation acoustique en milieu extérieur | 14 |
| 1.2 Propagation en milieu homogène et non-dissipatif 2D | 16 |
| 1.2.1 Introduction | 16 |
| 1.2.2 Écriture académique du modèle en 2D | 16 |
| 1.2.2.1 Relation matricielle nodale | 16 |
| 1.2.2.2 Lois de connexion et analogie avec l’équation des ondes | 17 |
| 1.2.3 Divergence géométrique du champ sonore | 19 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1.2.3.1 | Notions élémentaires | 19 |
| 1.2.3.2 | Vérification numérique de la divergence géométrique | 20 |
| 1.3 | Propagation acoustique en milieu hétérogène et dissipatif | 24 |
| 1.3.1 | Introduction | 24 |
| 1.3.1.1 | Généralisation de la formulation en 1D/2D/3D | 24 |
| 1.3.1.2 | Hétérogénéités et dissipation dans la TLM | 24 |
| 1.3.2 | Écriture générique du modèle TLM | 25 |
| 1.3.3 | Atténuation atmosphérique | 28 |
| 1.3.3.1 | Propos liminaires | 28 |
| 1.3.3.2 | Expression du terme dissipatif ζ | 29 |
| 1.3.3.3 | Vérification numérique pour l'atténuation atmosphérique | 30 |
| 1.3.4 | Conditions micrométéorologiques | 31 |
| 1.3.4.1 | Propos liminaires | 31 |
| 1.3.4.2 | Expression du terme d'hétérogénéité η | 31 |
| 1.4 | Conditions aux frontières | 32 |
| 1.4.1 | Introduction | 32 |
| 1.4.2 | Modélisation des frontières | 33 |
| 1.4.2.1 | Principe | 33 |
| 1.4.2.2 | Coefficient de réflexion en pression | 33 |
| 1.4.3 | Vérification numérique | 35 |
| 1.4.3.1 | Détermination des modes de résonance d'une salle | 35 |
| 1.4.3.2 | Calcul du temps de réverbération d'une salle | 39 |
| 1.4.3.3 | Propagation à « grande distance » au-dessus d'un sol | 42 |
| 1.5 | Conclusion | 47 |
| 2 | Conditions d'impédance aux frontières | 49 |
| 2.1 | Introduction ^(e) | 59 |
| 2.2 | Principe de la TLM ^(e) | 60 |
| 2.2.1 | Principe de HUYGENS et approche TLM ^(e) | 60 |
| 2.2.2 | Impulsions incidentes et diffusées ^(e) | 61 |
| 2.2.3 | Équivalence avec l'équation des ondes ^(e) | 62 |
| 2.3 | Formulation de l'impédance ^(e) | 64 |
| 2.3.1 | Introduction ^(e) | 64 |
| 2.3.2 | Condition d'impédance aux frontières ^(e) | 65 |
| 2.3.2.1 | Principe ^(e) | 65 |
| 2.3.2.2 | Modèle de Miki ^(e) | 66 |
| 2.3.2.3 | Modèle de Zwicker et Kosten ^(e) | 68 |
| 2.4 | Validation ^(e) | 71 |
| 2.4.1 | Géométrie et procédure de validation ^(e) | 71 |
| 2.4.2 | Résultats ^(e) | 72 |
| 2.4.2.1 | Modèle de Miki ^(e) | 72 |
| 2.4.2.2 | Modèle de Zwicker et Kosten ^(e) | 74 |
| 2.5 | Conclusion ^(e) | 76 |
| 3 | Conditions absorbantes | 77 |
| 3.1 | Introduction ^(e) | 78 |
| 3.2 | Conditions aux frontières absorbantes pour la TLM ^(e) | 78 |
| 3.2.1 | Principe de la TLM ^(e) | 78 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.2.2 | Conditions aux frontières absorbantes artificielles pour la TLM ^(e) | 79 |
| 3.2.2.1 | Frontières absorbantes ^(e) | 79 |
| 3.2.2.2 | Couches absorbantes adaptées ^(e) | 80 |
| 3.3 | Résultats numériques ^(e) | 82 |
| 3.3.1 | Principe et géométries ^(e) | 82 |
| 3.3.1.1 | Coefficient de réflexion ^(e) | 82 |
| 3.3.1.2 | Géométrie ^(e) | 83 |
| 3.3.2 | Effet de la profondeur de la couche et du paramètre $\epsilon^{(e)}$ | 84 |
| 3.3.3 | Comparaison entre diverses conditions absorbantes ^(e) | 85 |
| 3.3.3.1 | Comparaison avec la formulation de De Cogan ^(e) | 85 |
| 3.3.3.2 | Comparaison avec les frontières absorbantes ^(e) | 88 |
| 3.3.4 | Stabilité ^(e) | 89 |
| 3.3.5 | Efficacité en fréquence ^(e) | 90 |
| 3.4 | Application en acoustique urbaine ^(e) | 91 |
| 3.5 | Conclusion ^(e) | 92 |
| 4 | Applications urbaines | 93 |
| 4.1 | Introduction ^(e) | 94 |
| 4.2 | Formulation TLM des conditions aux frontières ^(e) | 95 |
| 4.2.1 | Principe de la TLM ^(e) | 95 |
| 4.2.2 | Condition d'impédance complexe ^(e) | 95 |
| 4.2.3 | Couches absorbantes ^(e) | 96 |
| 4.3 | Applications en acoustique urbaine ^(e) | 97 |
| 4.3.1 | Rues parallèles ^(e) | 98 |
| 4.3.2 | Écrans acoustiques urbains ^(e) | 103 |
| 4.4 | Conclusion ^(e) | 106 |
| | Conclusion générale et perspectives | 107 |
| | Références bibliographiques | 122 |
| | Acronymes | 123 |
| | A Liste des publications | I |
| | B Validation de l'atténuation atmosphérique | III |
| | C Équations des ondes dans les couches absorbantes | VII |

(e). Ces parties du mémoire sont issues de publications en anglais.

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Principe de Huygens. | 10 |
| 1.2 | Réseau de lignes de transmission au nœud (i, j) | 12 |
| 1.3 | Impulsions incidentes et diffusées au nœud (i, j) | 16 |
| 1.4 | Lois de connexion entre nœuds. | 18 |
| 1.5 | Dispersion numérique. | 19 |
| 1.6 | Illustration de la divergence géométrique. | 20 |
| 1.7 | Répartition des récepteurs pour l'étude de la divergence géométrique. | 20 |
| 1.8 | Validation de la divergence géométrique pour $\Delta l = 0.2$ m et $\Delta l = 0.1$ m. | 22 |
| 1.9 | Connexions à un nœud en 2D et en 3D. | 25 |
| 1.10 | Localisation des frontières dans un réseau TLM. | 34 |
| 1.11 | Représentation des nœuds de part et d'autre d'une paroi verticale. | 34 |
| 1.12 | Modes propres d'une salle | 38 |
| 1.13 | Source sonore gaussienne à $f = 500$ Hz et à $f = 1$ kHz. | 40 |
| 1.14 | Décroissance sonore en un récepteur. | 41 |
| 1.15 | Décroissances sonores après intégration pour diverses valeurs de $\bar{\alpha}$ | 41 |
| 1.16 | Temps de réverbération en fonction de $\bar{\alpha}$ | 42 |
| 1.17 | Temps de décroissance précoce en fonction de $\bar{\alpha}$ | 42 |
| 1.18 | Géométrie pour l'étude de la propagation du son au-dessus d'un sol plan. | 44 |
| 1.19 | Introduction d'une source-image. | 44 |
| 1.20 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ à $f = 100$ Hz pour un sol parfaitement réfléchissant. | 45 |
| 1.21 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ à $f = 100$ Hz et à $f = 300$ Hz pour un sol réfléchissant. | 46 |
| 1.22 | Signal reçu au récepteur et fenêtrage temporel. | 46 |
| 1.23 | Spectres $\Delta L(\omega)$ pour un sol plan homogène parfaitement réfléchissant. | 47 |
| 2.1 | Approximation polynomiale du modèle de Delany et Bazley. | 53 |
| 2.2 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ avec le modèle de Delany et Bazley. | 56 |
| 2.3 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Delany et Bazley. | 57 |
| 2.4 | Impédances normalisées données par les modèles de Delany et Bazley et de Miki. | 58 |
| 2.5 | Impulsions incidentes et diffusées pour un milieu homogène et non-dissipatif ^(e) | 61 |
| 2.6 | Connexions au nœud pour un milieu hétérogène et dissipatif ^(e) | 63 |
| 2.7 | Modélisation du sol en faisant usage d'un nœud virtuel ^(e) | 66 |
| 2.8 | Approximation du modèle de Miki ^(e) | 67 |
| 2.9 | Approximation de la fonction $f(\bar{t})$ pour le modèle de Zwicker et Kosten ^(e) | 69 |
| 2.10 | Approximation de l'impédance pour le modèle de Zwicker et Kosten ^(e) | 69 |
| 2.11 | Géométrie source-récepteur pour la validation de la condition d'impédance ^(e) | 71 |
| 2.12 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ avec le modèle de Miki ^(e) | 72 |
| 2.13 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Miki pour un sol homogène ^(e) | 73 |
| 2.14 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Miki pour un sol discontinu ^(e) | 73 |

| | | |
|------|---|-----|
| 2.15 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ avec le modèle de Zwicker et Kosten ^(e) | 74 |
| 2.16 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Zwicker et Kosten pour un sol homogène ^(e) | 75 |
| 2.17 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Zwicker et Kosten pour un sol discontinu ^(e) | 75 |
| 3.1 | Représentation des couches absorbantes dans le réseau TLM ^(e) | 79 |
| 3.2 | Facteur d'atténuation ^(e) | 83 |
| 3.3 | Première géométrie pour l'évaluation des conditions aux frontières absorbantes ^(e) | 84 |
| 3.4 | Seconde géométrie pour l'évaluation des conditions aux frontières absorbantes ^(e) | 85 |
| 3.5 | Effet du paramètre ϵ en fonction de la profondeur $N_{\lambda_{AL}}$ de la couche ^(e) | 86 |
| 3.6 | Signaux temporels pour les deux formulations de couches absorbantes ^(e) | 87 |
| 3.7 | Comparaison des coefficients de réflexion moyens avec les couches absorbantes ^(e) | 87 |
| 3.8 | Signaux temporels en incidence normale ^(e) | 88 |
| 3.9 | Coefficients de réflexion moyens en fonction de l'angle d'incidence ^(e) | 89 |
| 3.10 | Spectres des coefficients de réflexion ^(e) | 90 |
| 3.11 | Spectres des coefficients de réflexion moyennés sur la fréquence ^(e) | 91 |
| 3.12 | Niveaux sonores équivalents dans une rue « ouverte » ^(e) | 92 |
| 4.1 | Spectres $\Delta L(\omega)$ avec le modèle de Zwicker et Kosten pour un sol discontinu ^(e) | 97 |
| 4.2 | Géométrie des rues parallèles ^(e) | 98 |
| 4.3 | Effet de la végétalisation des façades sur les 1 ^{ères} réflexions ^(e) | 99 |
| 4.4 | Effet de la végétalisation des façades et des toits sur les fronts d'onde ^(e) | 100 |
| 4.5 | Effet de la végétalisation des façades et des toits sur les niveaux sonores ^(e) | 101 |
| 4.6 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ aux récepteurs dans les rues parallèles ^(e) | 102 |
| 4.7 | Géométrie urbaine avec un écran acoustique ^(e) | 103 |
| 4.8 | Effet de la végétalisation des écrans acoustiques sur les fronts d'onde ^(e) | 104 |
| 4.9 | Effet de la végétalisation des écrans acoustiques sur les niveaux sonores ^(e) | 105 |
| 4.10 | Niveaux équivalents $\Delta L_{(T)}$ aux récepteurs en présence d'un écran acoustique ^(e) | 106 |
| B.1 | Validation de l'atténuation atmosphérique à $f = 100$ Hz. | III |
| B.2 | Validation de l'atténuation atmosphérique à $f = 500$ Hz. | IV |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Validation de la divergence géométrique pour $\Delta l = 0.2$ m. | 23 |
| 1.2 | Validation de la divergence géométrique pour $\Delta l = 0.1$ m. | 23 |
| 1.3 | Fréquences propres d'une salle de dimensions $D_x = 10$ m et $D_y = 7$ m. | 37 |
| 2.1 | Coefficients de l'approximation du modèle de Miki ^(e) | 70 |
| 2.2 | Coefficients de l'approximation du modèle de Zwikker et Kosten ^(e) | 70 |
| B.1 | Validation de l'atténuation atmosphérique à $f = 100$ Hz pour $\Delta l = 0.2$ m. | V |
| B.2 | Validation de l'atténuation atmosphérique à $f = 100$ Hz pour $\Delta l = 0.1$ m. | V |
| B.3 | Validation de l'atténuation atmosphérique à $f = 500$ Hz. | VI |

Introduction générale

1 Contexte législatif et sociétal

1.1 Impact sanitaire et sociétal du bruit

Le bruit constitue un problème sociétal majeur¹, dont l'impact sur la santé n'est parfois pas négligeable (atteinte aux facultés auditives, problèmes cardio-vasculaires, stress, insomnies, affections vibro-acoustiques (Alves-Pereira et Castelo Branco (2007)), etc.), en particulier en zones urbaines et périurbaines où les sources de bruit sont nombreuses et variées. En 2000, l'institut de sondage IPSOS a ainsi mis en évidence au travers d'une étude² portant sur les risques sanitaires associés au logement, que le bruit est la menace environnementale qui inquiète le plus les ménages français (30% de la population interrogée), ce qui place cette gêne au même niveau que les craintes concernant la pollution de l'air (29% des sondés). Une étude de l'INSEE, parue en octobre 2002, indique par ailleurs que dans les agglomérations de plus de 50 000 habitants, la population place le bruit devant l'insécurité quand il s'agit de hiérarchiser les problèmes locaux les plus préoccupants³. Les opinions sur les problèmes environnementaux ont certes pu évoluer ces dernières années⁴, le bruit n'en reste pas moins une des principales inquiétudes des français (et des européens), en particulier des résidents de zones urbaines.

En milieu urbain, la circulation est citée³ comme source principale de bruit, tant dans l'habitat individuel que collectif. Ceci représentait en 2007 une dépense évaluée à 788 millions d'euros rien que pour le bruit des transports (remplacement des silencieux des pots d'échappement, murs anti-bruits, recensement et résorption des points noirs « bruit », etc.) et 833 millions d'euros pour les dépenses liées à l'isolation des bâtiments, soit un total d'environ 1,7 milliard (+6% par an de 2000 à 2007)⁵.

De nombreuses statistiques sur le sujet pourraient encore être citées, mais toutes corroboraient l'importance des enjeux sociétaux, sanitaires, environnementaux et économiques associés au bruit, notamment en milieu urbain. Ces enjeux ont d'ailleurs été soulignés dans le récent rapport de synthèse du groupe de travail n° 3 du Grenelle de l'Environnement, en charge des problèmes d'environnement et de santé⁶.

1. Source : Afsset (http://www.afsset.fr/upload/bibliotheque/731096103331826363717461694944/impacts_sanitaires_bruit.pdf).

2. Source : enquête IPSOS (<http://www.ipsos.fr/Canallpos/articles/539.asp>).

3. Source : enquête Logement 2002 INSEE (http://www.insee.fr/fr/ffc/docs_ffc/IP885.pdf).

4. La représentativité de ces sondages peut évidemment elle-même être sujette à discussions.

5. Source : IFEN (<http://www.ifen.fr/publications/nos-publications/references/2009/l-economie-de-l-environnement-en-2007.html>).

6. Source : Grenelle de l'Environnement (http://www.legrenelle-environnement.fr/IMG/pdf/G3_Synthese_Rapport.pdf).

1.2 Contexte législatif de la lutte contre les nuisances sonores

Pour faire face à ces enjeux, un certain nombre de lois et décrets ont déjà été mis en place depuis plusieurs années afin de limiter les nuisances sonores. La loi⁷ « Bruit » ou loi « Royal » n° 92-1444 du 31 décembre 1992 relative à la lutte contre le bruit tend par exemple à prévenir, réduire et limiter l'émission et la propagation de bruits susceptibles de nuire à la santé des riverains. En matière de bruit de voisinage par exemple, le décret⁸ n° 2006-1099 du 31 août 2006 fixe des critères acoustiques pour les activités à la fois sportives, culturelles et professionnelles ; en parallèle, l'arrêté⁸ du 30 juin 1999 relatif aux caractéristiques acoustiques des bâtiments d'habitation contraint les maîtres d'ouvrage à respecter des critères d'isolation acoustique pour toute nouvelle construction. En matière de bruit des transports terrestres, nous pouvons par exemple citer l'article L.571-9 du code de l'environnement qui impose la prise en compte du bruit dans tout projet neuf d'infrastructure routière ou ferroviaire, et lors de la transformation significative d'une voie existante, ainsi que l'article L.571-10 qui institue le classement des infrastructures de transports terrestres en fonction de leurs caractéristiques acoustiques et de leur trafic. Sur la base de ce classement, le Préfet détermine en particulier les niveaux de nuisances sonores à prendre en compte et les prescriptions techniques applicables lors de la construction d'un bâtiment afin d'atténuer l'exposition à ces nuisances.

Au niveau européen, la directive⁹ 2002/49/CE sur l'évaluation et la gestion du bruit dans l'environnement insiste, d'une part, sur la nécessité d'informer les riverains sur les risques et les effets du bruit dans l'environnement, et d'autre part, sur l'adoption de plans d'action en matière de prévention et de réduction du bruit. Cette directive impose notamment aux grandes agglomérations de produire des cartes de bruit et tend également à harmoniser les méthodes de calcul et de mesures au sein de la communauté européenne.

Plus globalement, les objectifs du groupe de travail n°3 du Grenelle de l'Environnement se basent sur un certain nombre d'éléments de ce contexte législatif, de manière à proposer des solutions pour résorber les points noirs, à éviter l'apparition de nouveaux points noirs, à améliorer la qualité de l'environnement sonore et à développer la prévention et l'information auprès du public.

2 Problématique scientifique

Si nous nous replaçons une nouvelle fois dans le contexte du Grenelle de l'Environnement, les moyens identifiés pour la réalisation des objectifs du groupe de travail n° 3 visent principalement à l'amélioration des connaissances scientifiques, en particulier sur la relation bruit-santé, sur la définition d'indicateurs représentatifs de la gêne sonore et sur l'impact du bruit sur les pathologies non auditives. Plus globalement, ces objectifs nécessitent de nouvelles recherches et des avancées technologiques en matière de réduction du bruit. Concernant ce dernier point, deux axes sont traditionnellement considérés : la réduction du bruit à la source (véhicules et revêtements de chaussées moins bruyants, politique de gestion du trafic, etc.) et le développement de dispositifs de protection des habitants contre les nuisances sonores (murs anti-bruits, isolation acoustique des bâtiments, etc.).

7. Source : Ministère en charge de l'écologie et du développement durable. Loi codifiée aux articles L.571.1 à L.571.26 (http://www.ecologie.gouv.fr/IMG/pdf/Loi_bruit_MAJ.pdf).

8. Source : Legifrance (<http://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000459023&fastPos=1&fastReqId=1407352213&categorieLien=id&oldAction=rechTexte>).

9. Source : Journal officiel de l'Union européenne (<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CELEX:32002L0049:FR:HTML>).

Entre ces deux axes majeurs, que l'on pourrait qualifier de « source » et de « réception », se dissimule la problématique de la « propagation » acoustique en milieu extérieur. En effet, que ce soit pour la réalisation de cartes de bruit dans le cadre de la directive européenne, ou pour la détermination de l'impact sonore d'une infrastructure de transport dans le cadre de la loi « Bruit », il est nécessaire de recourir à des outils pour modéliser la propagation acoustique. Ces outils sont basés sur des modèles de référence (*i.e.* modèles de laboratoire) ou sur des modèles d'ingénierie (*i.e.* modèles simplifiés, mais plus rapides, utilisés en général par les bureaux d'étude). De ce fait, de nombreux travaux de recherche ont porté et portent encore sur le développement d'approches et de modèles qui puissent représenter au mieux les phénomènes rencontrés lors de la propagation acoustique. Diverses méthodes ont ainsi été proposées, notamment en milieu extérieur « ouvert », *i.e.* très faiblement bâti. Cependant, comme nous le verrons dans la section suivante, aucune de ces méthodes ne permet de répondre complètement aux exigences imposées pour modéliser l'environnement sonore en milieu urbain, *i.e.* fortement bâti et encombré par le mobilier urbain. Le présent travail de thèse, que nous présenterons en détail dans la dernière section de ce chapitre, tente ainsi d'apporter une solution alternative à cette problématique.

3 État de l'art et limites des modèles de prévision

Dans ce paragraphe, nous citons très succinctement les différentes approches développées pour modéliser la propagation en demi-espace ouvert (présence d'un sol), et en particulier en milieu urbain. L'objectif n'est pas ici de faire une liste exhaustive des modèles, mais de montrer rapidement les principales limites des approches existantes, souvent soulignées par de nombreux chercheurs, notamment dans le contexte urbain. Pour un état de l'art précis, le lecteur pourra se reporter à des documents de référence, en particulier aux ouvrages de Attenborough *et coll.* (2006), Salomons (2001), Ostashev (1997) et à l'article de Bérengier *et coll.* (2003) concernant la propagation acoustique en milieu « ouvert », ainsi qu'à l'ouvrage de Kang (2007) et au mémoire de Picaut (2006) concernant la propagation acoustique en milieu urbain.

3.1 Méthodes énergétiques et géométriques

De nombreuses approches développées pour modéliser la propagation acoustique en milieu extérieur sont historiquement fondées sur les travaux réalisés en acoustique des salles – domaine de recherche beaucoup plus ancien – et sont en particulier basées sur le concept de l'acoustique géométrique (Kuttruff, 1973). Emprunté lui-même à l'optique géométrique, ce concept suppose qu'une onde sonore (*i.e.* caractérisée par une pression acoustique) puisse être représentée par un rayon sonore, porteur d'une certaine énergie (*i.e.* proportionnelle à une pression quadratique) se propageant dans le domaine d'étude. Ce concept permet donc de transformer une approche ondulatoire, en principe relativement complexe, en une approche énergétique beaucoup plus simple. Cette transformation est toutefois valide uniquement en « hautes fréquences », lorsque la longueur d'onde est petite devant les obstacles et devant la distance de propagation. On considère alors que le champ sonore est incohérent, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de relation de phase¹⁰ entre les différentes composantes du champ sonore (champ direct, champ réfléchi, champ diffracté, etc.), de telle manière qu'il est possible de sommer les énergies et non les pressions acoustiques.

Traditionnellement, deux approches peuvent être distinguées, l'une basée sur la théorie des sources-images, l'autre sur le lancer de rayons. La première approche consiste à considérer des

10. Les modèles de référence basés sur le tir de rayons et développés par les laboratoires de recherche tiennent compte, quant à eux, de la phase. Ces modèles sont cependant basés, non pas sur des approches énergétiques, mais sur une représentation de la pression complexe (*voir* Salomons, 2001).

sources-images pour substituer les multiples réflexions des rayons sonores sur les obstacles, entre une source réelle et un récepteur. Chaque source-image émet alors un rayon sonore en direction de chaque récepteur. La seconde approche, plus simple, considère que l'énergie acoustique produite par une source sonore peut être représentée par un ensemble de rayons rectilignes se propageant ensuite dans le domaine. Pour les deux approches, l'énergie sonore au niveau d'un récepteur est obtenue en cumulant les contributions, soit de chacune des sources-images, soit de chacun des rayons sonores. Ces contributions dépendent du trajet du rayon sonore dans le domaine et rendent ainsi compte des phénomènes propagatifs élémentaires tels que la divergence géométrique, l'absorption atmosphérique, l'absorption sur les parois et sur le sol, la diffraction sur les arêtes des obstacles, etc. La principale limite pratique de ces méthodes réside, d'une part, dans le choix des trajets des rayons dont la contribution est la plus importante, et d'autre part, dans le nombre de rayons sonores ou de sources-images à considérer pour obtenir une intensité sonore réaliste au niveau d'un récepteur, notamment pour des domaines de propagation complexes. Toutefois, avec l'évolution des capacités de calcul numérique et de stockage des données, ces approches ont donné lieu à des méthodes de calcul standardisées (*i.e.* d'ingénierie), telles que, à l'échelle nationale, la Nouvelle Méthode de Prévion du Bruit (NMPB 2008, norme française NF S31-133 (2007)¹¹) et, à l'échelle internationale, la norme ISO 9613-2:1996 (1996), qui sont intégrées dans la plupart des logiciels commerciaux, et très largement utilisées aujourd'hui par les bureaux d'étude.

On aurait également pu décrire d'autres approches géométriques et énergétiques, telles que la méthode du lancer de faisceaux ou du suivi de particules (évolutions des méthodes de rayons), la méthode des récepteurs-images (réciproque de la méthode des sources-images), les méthodes de transport-diffusion et de radiosité (empruntées à la thermique), des méthodes de champ diffus (empruntées à l'acoustique des salles), et des méthodes mixtes combinant plusieurs approches différentes, etc. Même si, globalement, l'ensemble de ces approches donnent des résultats satisfaisants dans des cas simples, toutes ces méthodes énergétiques ou géométriques ont finalement les mêmes limites du fait de l'hypothèse d'incohérence des composantes du champ sonore.

En effet, la propagation acoustique en milieu extérieur est soumise à de nombreux phénomènes propagatifs définis par un comportement ondulatoire (*i.e.* relation de phase entre les composantes du champ sonore). Il est bien connu que les effets de sol (impédances homogènes et discontinues), les effets de réflexion acoustique sur les objets (bâti, sol, mobilier urbain, etc.), les effets de diffraction par les arêtes des obstacles (bâti) ou les irrégularités de surface (façades), les effets météorologiques (gradients verticaux moyens de vent et de température, turbulence atmosphérique) interagissent les uns avec les autres. Ces interférences génèrent une distribution du champ sonore qui ne peut pas, en principe, être modélisée par une approche énergétique, mais qui nécessite une approche ondulatoire.

3.2 Méthodes fréquentielles

En évoquant la notion d'approche ondulatoire, il vient immédiatement à l'esprit l'équation d'onde dans le domaine temporel ou l'équation d'Helmholtz dans le domaine fréquentiel. Toutefois, la résolution analytique directe de ces équations, dans des domaines de propagation aussi complexes qu'en milieu extérieur, n'est évidemment pas possible. Pour y remédier, des méthodes numériques ont été proposées. La méthode des éléments finis (FEM) consiste par exemple à résoudre l'équation de propagation des ondes acoustiques exprimée sous sa forme discrète en subdivisant les dimensions spatiales et le temps en « éléments » (Wright, 1995). La méthode des éléments de frontière (BEM) repose quant à elle sur la résolution de l'équation intégrale des problèmes aux limites (Chandler-Wilde et Hothersall, 1985). Les effets de la topographie

11. Cette norme est en cours de révision (*voir* Sétra, 2009)

du site, et la présence d'un sol d'épaisseur finie avec des discontinuités d'impédance (Boulangier *et coll.*, 1997) ou d'éventuels écrans anti-bruits (Hothersall *et coll.*, 1991), peuvent également être pris en compte. Comme l'a démontré Kludszuweit (1991), ces approches ne sont pas limitées en soit à la modélisation dans le domaine fréquentiel, mais le coût numérique d'une dépendance temporelle les rend rapidement inexploitable. Ces méthodes sont néanmoins bien adaptées pour étudier la propagation acoustique dans des milieux de géométries complexes car elles permettent de modéliser la majorité des phénomènes propagatifs Premat (2000).

Les méthodes basées sur l'équation parabolique (PE) ont également été largement employées pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu extérieur dans une atmosphère en mouvement (Ostashev *et coll.*, 1997), dans une atmosphère turbulente (Gilbert *et coll.*, 1990; Chevret, 1994; Chevret *et coll.*, 1996), et présentant des topographies et des géométries complexes (Bérenghier *et coll.*, 2003; Lihoreau *et coll.*, 2006). Des modèles tridimensionnels existent également (Di et Gilbert, 1998) pour un milieu hétérogène en mouvement (Cheng *et coll.*, 2007). Cette méthode est toutefois valable uniquement en champ lointain et pour de faibles angles d'ouverture de la source. Dans la majorité des travaux portant sur l'EP, la rétropropagation des ondes sonores et les caractéristiques acoustiques des obstacles sont négligées¹² (*i.e.* le calcul est uniquement valable derrière les obstacles, la réflexion acoustique par l'obstacle n'étant pas prise en compte).

Partant du postulat que la propagation en milieu extérieur peut être supposée invariante dans une direction, la méthode des sources équivalentes en 2.5 dimensions, publiée par Duhamel (1996), permet d'aboutir à la solution tridimensionnelle de l'équation d'Helmholtz à partir de la transformée de Fourier inverse spatiale des solutions de l'équation d'Helmholtz bidimensionnelle¹³. Cette approche a été employée par Salomons *et coll.* (1997), Duhamel et Sergent (1998) et Defrance et Jean (2003) notamment, pour l'étude de l'efficacité de divers écrans acoustiques. Hornikx et Forseén (2007) ont quant à eux appliqué cette méthode à une géométrie de rues parallèles en considérant une rue infinie de section transversale constante. Les effets atmosphériques ne sont pas pris en compte dans cette dernière référence qui se focalise en particulier sur l'effet d'une source linéique incohérente, qui représente le passage d'un véhicule, sur les phénomènes d'absorption et de diffusion par des façades urbaines.

Globalement, ces méthodes, considérées encore aujourd'hui comme des approches de référence, sont malgré tout limitées par des considérations numériques. Elles sont souvent restreintes à des applications en deux dimensions, monofréquentielles (*i.e.* un calcul par fréquence), et « basse-fréquence » du fait d'une résolution spatiale très (trop) fine en plus haute fréquence par rapport aux distances de propagation considérées. Des travaux récents visent néanmoins à étendre cette approche à des applications tridimensionnelles (*voir* Pelat *et coll.*, 2008). Par ailleurs, ces approches fréquentielles ne permettent pas d'avoir une description temporelle de la propagation acoustique. Or, si on se replace dans un contexte de prévision du bruit en milieu extérieur, les nuisances sonores sont souvent perçues à travers des notions d'émergence d'une source sonore par rapport au bruit de fond ambiant, émergence souvent liée au caractère mobile et dynamique des sources. Par ailleurs, des travaux récents sur la problématique des indicateurs de gêne en milieu urbain, ont bien montré la nécessité de disposer d'indicateurs dynamiques en acoustique environnementale, et en particulier d'indicateurs liés aux fluctuations temporelles du trafic routier¹⁴ (Can, 2008). Enfin, les conditions météorologiques comme les effets de sol

12. Il est cependant possible de tenir compte de la rétropropagation des ondes sonores, associée par exemple à la présence d'un obstacle, comme l'a proposé Aballéa (2004).

13. La solution de l'équation d'Helmholtz en deux dimensions peut être déterminée par diverses approches numériques, *e.g.* un calcul BEM ou la méthode des sources images

14. Cette remarque concerne également les secteurs industriel, ferroviaire, aérien, etc.

évoluent également dans le temps, à des échelles de temps toutefois différentes. Ces fluctuations « naturelles » sont à l'origine d'une très grande variabilité des niveaux sonores notamment à longue distance (Junker *et coll.*, 2007). Depuis quelques années, les efforts des chercheurs se sont donc orientés vers une nouvelle génération de modèles de référence, basée sur une résolution temporelle des phénomènes propagatifs.

3.3 Méthodes temporelles

À la différence des méthodes fréquentielles, les méthodes temporelles sont évidemment particulièrement adaptées à la modélisation de la propagation du son dans des milieux variant dans le temps. À titre d'exemple, la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) appliquée aux équations d'Euler linéarisées a fait l'objet de nombreux travaux et permet de tenir compte de l'ensemble des phénomènes propagatifs cités auparavant concernant la propagation du son en milieu extérieur (Salomons *et coll.*, 2002). Quelques applications en acoustique urbaine ont également été proposées en FDTD. En particulier, Heimann (2007) a étudié l'effet du vent sur la propagation du son en milieu urbain idéalisé. Van Renterghem et Botteldooren (2008) se sont intéressés à la propagation du son au-dessus de toits végétalisés.

Comme toutes les méthodes temporelles, la FDTD reste également limitée par le coût numérique, du fait du compromis à trouver entre la finesse des pas de discrétisation spatiale et temporelle, et des distances de propagation considérées en milieu extérieur. Des algorithmes optimisés permettent toutefois de minimiser ce coût en considérant des schémas aux différences finies d'ordre élevé. Bogey et Bailly (2004) ont ainsi développé un schéma centré d'ordre 4 sur 11 points optimisés pour les mailles situées à plus de 5 points d'une limite du domaine. Berland *et coll.* (2007) ont également proposé un schéma décentré d'ordre 4 pour les mailles situées à moins de 5 points d'une limite du domaine. Ce type de schéma numérique garantit une bonne précision pour un pas de discrétisation spatiale inférieur au cinquième d'une longueur d'onde. Les longueurs d'onde plus petites sont par ailleurs supprimées en faisant usage de filtres sélectifs (Bogey *et coll.*, 2008).

Plus récemment, et en parallèle à la FDTD, quelques auteurs ont proposé une approche temporelle alternative et originale, basée sur la méthode *Transmission Line Matrix* ou *Transmission Line Modeling* (TLM). Cette méthode numérique, issue de l'électromagnétisme, est basée sur une représentation discrète des phénomènes ondulatoires. De part sa nature discrète, cette méthode nécessite de mailler le domaine fluide simulé, ce dernier devant par ailleurs être de dimension finie. La méthode TLM n'a fait l'objet que de peu de travaux dans le domaine de la propagation acoustique en milieu extérieur. Cette approche semble toutefois particulièrement adaptée à la modélisation de la propagation du son dans des milieux hétérogènes, de topographie et de géométrie complexes, et permettrait également de prendre en compte la plupart des phénomènes qui influent sur la propagation acoustique en milieu extérieur. Notre travail de thèse a ainsi consisté à développer une approche TLM adaptée à la problématique de la propagation acoustique en milieu extérieur complexe, et en particulier en milieu urbain.

4 Objectifs de la thèse et présentation du document

4.1 Objectifs de la thèse

L'objectif général de la thèse est donc de proposer un modèle temporel pertinent de prévision acoustique en milieu urbain, pouvant modéliser des conditions réalistes de propagation et qui pourrait, à plus long terme, s'intégrer dans une future génération d'outils d'ingénierie. Ce modèle

doit par conséquent prendre en compte l'ensemble des phénomènes affectant la propagation des ondes sonores en milieu extérieur – *i.e.* la réflexion, l'absorption, la diffraction, la diffusion par les frontières et par les conditions météorologiques – et être bien adapté à des géométries complexes (distribution de rues, morphologie irrégulière des façades des bâtiments), à la présence de nombreux obstacles au cours de la propagation, ainsi qu'à des topographies non-planes.

4.2 Choix de la méthode

Après un état de l'art précis des méthodes actuelles, notre choix s'est donc porté sur l'approche originale de la TLM, qui, par rapport à la méthode FDTD, présente l'intérêt d'être fondée implicitement sur une approche discrète des phénomènes ondulatoires, ce qui lui permet d'envisager des méthodes de résolution numérique plus efficaces. En effet, la nature matricielle inhérente à la TLM, liée notamment à un maillage régulier cartésien en 2D ou cubique en 3D, la rend particulièrement appropriée à la distribution des calculs sur un réseau d'ordinateurs, ou à la parallélisation sur différents cœurs de calcul¹⁵. Outre cet aspect de calcul numérique très attractif, des travaux récents ont également montré que l'usage d'un maillage tétraédrique régulier en 3D plutôt qu'un maillage cubique traditionnel, permettrait de limiter le coût numérique qui deviendrait alors du même ordre de grandeur que celui d'un modèle bidimensionnel cartésien.

4.3 Présentation du document

Dans le chapitre suivant (chapitre 1), après une présentation et un rapide historique de la TLM en électromagnétisme puis en acoustique, nous reviendrons en détail sur l'application de la méthode pour la modélisation de la propagation du son en milieu extérieur. Dans un premier temps, et afin de poser simplement le concept de base de la TLM, nous présenterons le cas de la propagation acoustique dans un milieu homogène et non-dissipatif. Puis, dans un second temps, le cas plus réaliste de la propagation acoustique dans un milieu hétérogène et dissipatif sera détaillé. Dans ce premier chapitre, nous avons fait le choix d'utiliser un formalisme très générique, qui s'applique aussi bien à un problème à une, deux ou trois dimensions. Par ailleurs, nous proposons une écriture très générale combinant simultanément l'ensemble des phénomènes propagatifs pouvant être rencontrés, en intégrant l'ensemble des travaux présentés dans la littérature sur ce sujet. Dans le but de montrer la pertinence de la formulation proposée, nous présenterons systématiquement des éléments de validation et quelques applications simples. Ce premier chapitre mettra également en évidence les manques de la méthode TLM en matière de modélisation des conditions d'impédance aux frontières (effets de sols et impédance des parois), ainsi que les conditions d'absorption aux limites du domaine de calcul (frontières ou couches absorbantes). Ces deux points constituent d'ailleurs les deux contributions majeures de la thèse, qui seront développées dans les deux chapitres suivants.

Le chapitre 2 portera ainsi sur le développement de conditions aux frontières pertinentes pour modéliser des conditions d'impédance au sein de la formulation TLM. En effet, comme nous le verrons, la majorité des travaux portant sur la modélisation TLM en acoustique concernent des milieux fermés pour lesquels les conditions aux frontières du domaine sont définies par un coefficient de réflexion en pression. Cela constitue une forte restriction de la méthode, conduisant inévitablement à des erreurs significatives sur la prévision large-bande des niveaux sonores à grande distance. Une modélisation précise des conditions aux frontières est permise en considérant une condition d'impédance complexe. L'introduction d'une telle condition dans un modèle

15. On pourrait par exemple envisager une résolution de la TLM en utilisant les capacités numériques des cartes graphiques (technologies NVIDIA CUDATM, ou ATI StreamTM).

temporel est toutefois particulièrement délicate car les modèles d'impédance sont historiquement exprimés dans le domaine fréquentiel ; leur transposition dans le domaine temporel requiert à la fois le respect de conditions de causalité, de réalité et de passivité du modèle d'impédance, et la résolution d'un produit de convolution. Concernant la TLM, seuls Hofmann et Heutschi (2007) ont proposé une implémentation de ce type, en se basant sur une représentation polynomiale de l'impédance, méthode qu'ils avaient par ailleurs déjà appliquée en FDTD. Comme nous le montrerons, cette technique montre toutefois de fortes discordances avec les solutions analytiques. Il nous a donc semblé primordial de développer une nouvelle formulation, mieux adaptée à la TLM. Sur la base d'autres travaux réalisés en FDTD, la méthode que nous proposerons consistera à approximer l'impédance par une somme de systèmes linéaires du premier ordre. L'usage d'une méthode de convolution récursive permettra par ailleurs de limiter le coût numérique associé au calcul du champ de pression sonore sur la frontière. Afin de valider cette formulation, des simulations numériques de la propagation acoustique au-dessus d'un sol seront présentées, puis confrontées aux solutions théoriques données par les modèles de propagation d'Ingard-Rudnick pour un sol homogène et de Rasmussen pour un sol avec discontinuité d'impédance. Ces comparaisons montreront la pertinence de la formulation proposée.

Les simulations présentées précédemment pour valider la formulation des conditions d'impédance sont réalisées en repoussant les limites du domaine de calcul suffisamment loin du domaine d'intérêt pour garantir l'absence de réflexions parasites sur les limites du domaine. C'est d'ailleurs ce même choix qui est fait dans l'ensemble des travaux proposés dans la littérature sur la TLM, portant sur la propagation acoustique en milieu extérieur. En effet, une difficulté majeure de l'étude de la propagation du son en milieu ouvert est qu'elle nécessite par définition de modéliser un espace « infini ». L'élargissement du domaine de calcul pour éviter les réflexions parasites dans la plage temporelle d'intérêt est particulièrement coûteux numériquement et ne permet pas de réaliser des simulations sur de longues durées. L'introduction de conditions aux frontières absorbantes consiste alors à « fermer » virtuellement le domaine de calcul en limitant ces réflexions parasites. Dans le chapitre 3, nous présenterons les conditions aux frontières absorbantes proposées dans la littérature pour la TLM. En particulier, nous montrerons, d'une part, que la formulation basée sur un développement de Taylor du champ de pression sur la frontière (El-Masri *et coll.*, 1996) n'est pas exploitable du fait des instabilités numériques apparaissant après le passage du front d'onde, et d'autre part, que la méthode consistant à appliquer une condition d'impédance purement réelle aux frontières n'est pas exploitable. Nos travaux porteront alors sur le développement de couches absorbantes anisotropes en amont de la limite du domaine de calcul, atténuant progressivement le champ de pression. La formulation proposée est basée sur les travaux suggérés par De Cogan *et coll.* (2005), et consiste dans notre cas à atténuer les impulsions sonores se propageant uniquement dans la direction de propagation orientée vers la limite du domaine de calcul. À l'aide d'une étude numérique, nous montrerons que cette approche simple permet d'obtenir des résultats plus satisfaisants qu'avec les autres formulations.

Dans le chapitre 4, nous présenterons finalement deux exemples d'application de la formulation TLM à la propagation du son en milieu urbain, en intégrant les formalismes développés dans les deux chapitres précédents, concernant les conditions d'impédance complexes et les couches absorbantes sur les limites du domaine. Le cas d'un bâtiment protégé par un écran acoustique « bas », plat ou en « L », et le cas d'une zone calme derrière un bâtiment donnant sur une rue bruyante seront traités. Dans les deux cas, un revêtement « végétal » sur les écrans acoustiques, sur les façades et sur le toit des bâtiments sera aussi testé. Ce chapitre ne constitue pas en soi une étude de la réduction des nuisances sonores apportée par un écran acoustique ou par un traitement en surfaces « végétalisées ». Les analyses que nous faisons sont d'ailleurs assez succinctes. Il s'agit plutôt d'une étude de faisabilité de l'application de la TLM à la problématique urbaine.

Enfin, le dernier chapitre de ce document viendra conclure ce travail de thèse, et en présentera les perspectives à court terme et à plus long terme.

Chapitre 1

Modélisation TLM de la propagation acoustique

L'objectif de ce chapitre est multiple. Dans un premier temps (section 1.1), nous revenons sur le principe général de la TLM et réalisons un bref état de l'art du développement de cette méthode en électromagnétisme, puis détaillé en ce qui concerne ses applications en acoustique. En particulier, nous insistons sur les premières approches proposées pour modéliser certains des phénomènes physiques mis en jeu dans le processus de propagation acoustique en milieu extérieur. Dans un second temps (section 1.2), afin de poser simplement les bases de la formulation TLM, nous décrivons le cas académique de la propagation acoustique en milieu homogène « ouvert » (*i.e.* en champ libre) et sans dissipation. Dans un troisième temps (section 1.3), nous considérons le cas plus réaliste de la propagation acoustique soumise aux effets des hétérogénéités du milieu de propagation (effets météorologiques) et de la dissipation (absorption atmosphérique) au sein de ce milieu, à travers une formulation générique 1D/2D/3D que nous proposons de la TLM. Cette écriture constitue d'ailleurs l'originalité de ce premier chapitre puisque nous intégrons, au sein d'une unique formulation, l'ensemble des contributions proposées dans la littérature adaptées à notre problématique. Nous en avons par ailleurs généralisé certaines en trois dimensions. Dans la section suivante (section 1.4), nous introduisons les conditions aux limites du domaine de propagation et en donnons quelques exemples d'application à la modélisation du champ sonore dans une salle fermée et à la propagation acoustique au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant en milieu extérieur. Enfin, nous concluons (section 1.5) sur les limites de l'approche proposée pour la prévision acoustique en milieu urbain et énonçons ainsi les perspectives du travail développé dans les chapitres suivants.

1.1 Principe et état de l'art de la méthode TLM

1.1.1 Principe de HUYGENS

Le physicien néerlandais Christiaan Huygens publia en 1690 le « Traité de la lumière » dans lequel il développe ses théories concernant des phénomènes optiques tels que la réflexion, la transmission, la réfraction, la diffraction et les processus interférentiels. Il y décrit la lumière comme une vibration mécanique qui se transmet entre particules voisines par des chocs élastiques dans toutes les directions de l'espace. D'après lui, la propagation de la lumière peut ainsi être assimilée à la diffusion d'impulsions lumineuses entre photons¹ voisins à des intervalles de temps

1. L'usage de ce terme est quelque peu abusif étant donné que les quanta de lumière n'ont été nommés ainsi qu'en 1926 par le chimiste G. N. Lewis dans la publication « The conservation of photons », Dans Nature, vol.

réguliers (discrétisations spatiale et temporelle).

Huygens considère donc qu'un front d'onde peut être décomposé en un ensemble de sources secondaires qui émettent des ondelettes sphériques de fréquences, d'amplitudes et de phases identiques, dont les enveloppes peuvent à nouveau être décrites par une nouvelle génération de sources rayonnant également des ondelettes sphériques. Ce principe, schématisé à la figure 1.1, illustre par conséquent des phénomènes physiques complexes en considérant qu'une onde se propage (ou plus exactement se diffuse) de proche en proche dans l'espace.

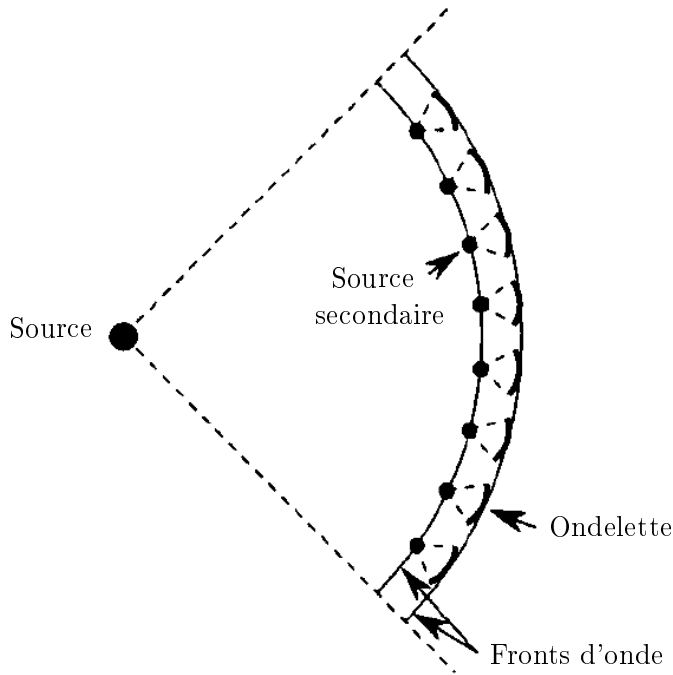


FIGURE 1.1 – Schématisation du principe de Huygens (Kagawa *et coll.*, 1998).

1.1.2 Concept des lignes de transmission et discrétisation spatiale

D'après le principe de Huygens, les phénomènes ondulatoires peuvent être représentés par des transferts locaux d'impulsions. Un milieu de propagation peut par conséquent être discrétisé sous la forme d'un réseau de nœuds reliés entre eux par des lignes de transmission qui assurent le transfert des impulsions arrivant à chaque nœud vers les nœuds adjacents. En acoustique, il est certainement plus approprié de considérer des canaux reliant des volumes, plutôt que des lignes de transmission connectant des nœuds entre eux (*voir* paragraphe 2.2.1), tels que le précisent par exemple Kagawa *et coll.* (1998). Il est important de garder cette distinction à l'esprit, même si, par la suite, nous continuerons à employer les termes rencontrés dans la majorité des travaux sur la TLM en acoustique (*i.e.* « lignes de transmission » et « nœuds »).

Afin que le front d'onde se propage à la même vitesse dans toutes les directions de l'espace, il est préférable que toutes les lignes de transmission aient une longueur identique Δl , ce qui implique le même pas de temps Δt pour le transfert des impulsions entre nœuds voisins (figure 1.2). Cette technique permet d'assurer une vitesse de propagation identique dans l'ensemble du domaine de calcul. Un maillage « irrégulier » est cependant également envisageable en raffinant le

pas spatial Δl à proximité des frontières (*voir* Trenkic *et coll.*, 1995). Dans cette zone, le pas $\Delta l'$ doit être tel que $\Delta l' = \Delta l/n$, où n est un nombre entier. Par conséquent, le pas temporel pour cette région du domaine de calcul vaut également $\Delta t' = \Delta t/n$ et les quantités déterminées dans le reste du domaine (*i.e.* avec un pas spatial Δl) doivent être gardées en mémoire pendant n incréments de temps $\Delta t'$. Cependant, cette technique complexifie et alourdit substantiellement l'algorithme de calcul et cette méthode devient quasiment inexploitable dans des milieux de propagation complexes. Par conséquent, nous avons fait le choix d'un maillage régulier qui présente l'avantage de simplifier considérablement la procédure de discrétisation spatiale. Ce type de discrétisation exclut donc une modélisation scrupuleuse de la géométrie d'un domaine, en particulier si ce dernier présente une morphologie fortement irrégulière. Une méthode a ainsi été proposée en acoustique par Scott et De Cogan (2008) afin de corriger l'écart entre la localisation réelle d'une frontière et celle du modèle numérique. Elle consiste à apporter une correction de l'impédance pour chaque ligne de transmission connectée à la frontière en fonction de la distance entre le nœud adjacent à la frontière et la localisation réelle de la frontière. Cette approche, qui doit se traduire par une modification des éléments de la matrice de diffusion (Éq. 1.5) correspondant aux lignes de transmission concernées dans la formulation TLM présentée par la suite, n'a pas été exploitée dans le cadre de notre travail.

Par ailleurs, la distance Δl entre nœuds voisins doit être suffisamment courte pour que l'onde sonore se propageant dans chaque ligne puisse être considérée comme plane. Cette distance doit ainsi en général respecter la condition suivante :

$$\Delta l \leq \frac{\lambda_{min}}{10}, \quad (1.1)$$

avec λ_{min} la plus petite longueur d'onde d'intérêt. Le respect de cette condition a un triple intérêt. Tout d'abord, cela permet de confirmer l'hypothèse d'ondes planes dans les lignes de transmission telle qu'elle vient d'être énoncée. Cela a également pour conséquence de limiter la dispersion numérique qui sera explicitée au paragraphe 1.2.2.2. Enfin, dans le cadre de la modélisation de la propagation acoustique dans un milieu réel, *i.e.* avec des dimensions précises, l'application d'un pas suffisamment fin permet de minimiser l'écart entre la morphologie réelle des frontières et le modèle numérique.

1.1.3 Un concept issu de l'électromagnétisme

La méthode TLM est un concept numérique basé sur le principe de Huygens et inspirée des techniques de simulation de réseau (Whinnery et Ramo, 1944). Elle a été suggérée et développée par Johns et Beurle (1971) pour la résolution de problèmes bidimensionnels de diffusion des ondes électromagnétiques dans des guides d'onde homogènes. Dès ces premiers travaux, les auteurs soulignent le risque de confusion possible entre la vitesse de propagation dans l'espace discrétisé et la vitesse réelle de propagation dans le milieu réel (ce point sera détaillé au paragraphe 1.2.2.2). Johns (1972) proposa par la suite une extension tridimensionnelle qu'il employa pour évaluer les fréquences de coupure de guides d'onde de sections arbitraires et pour traiter des milieux hétérogènes (Johns, 1974). Shih et Hofer (1980) ont ensuite présenté les trois sources d'erreur potentielles affectant l'analyse des phénomènes ondulatoires complexes par la méthode TLM : les erreurs de troncature (phénomène de Gibbs), de vitesse (cet effet est explicité au paragraphe 1.2.2.2) et de résolution spatiale. Hofer (1985) a décrit plus tard la modélisation de frontières irrégulières, ainsi que des propriétés dispersives et anisotropiques des matériaux, en reprenant les travaux de Saguet et Pic (1982) concernant une nouvelle forme de discrétisation de l'espace dénommée « *Modified Transmission Line Matrix* » (MTLM).

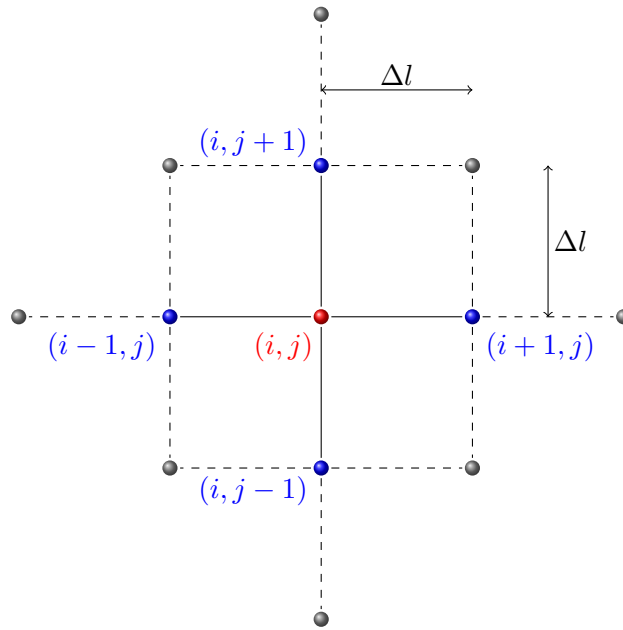


FIGURE 1.2 – Représentation du réseau de lignes de transmission centré sur le nœud (i, j) .

Johns (1987a) montra plus tard l'équivalence numérique de la formulation TLM et de la méthode des différences finies, et donna naissance à la forme la plus employée de la méthode TLM par la suite, sous l'appellation « *Symmetrical Condensed Node*² » (SCN) (Johns, 1987b). Simons et Bridges (1991), ainsi que Chen *et coll.* (1991), se sont également intéressés à l'équivalence de la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) avec la méthode TLM. Ces deux méthodes se distinguent principalement d'un point de vue conceptuel puisque la FDTD repose sur une discrétisation des équations régissant la propagation des ondes tandis que la TLM est basée sur une représentation discrète du mécanisme physique ondulatoire dans un réseau de lignes de transmission.

Bien que la méthode TLM soit fondamentalement temporelle, Jin et Vahldieck (1992) ont proposé une nouvelle formulation de ce concept dans le domaine fréquentiel et souligné le fait que des erreurs négligeables dans le domaine temporel peuvent s'avérer considérables dans le domaine de Fourier. L'introduction de conditions aux frontières absorbantes a ensuite été décrite par Morente *et coll.* (1992), qui en proposèrent trois approches différentes, la plus prometteuse consistant en un jeu de conditions absorbantes discrètes directement dérivées de la forme discrète de l'équation d'onde et développées par Higdon (1986, 1987). Les couches absorbantes parfaitement adaptées (« *Perfectly Matched Layer(s)* » (PML)), proposées initialement par Bérenger (1994), ont ensuite été introduites par Eswarappa et Hofer (1995) dans un modèle hybride couplant TLM et FDTD, les deux méthodes étant employées respectivement pour modéliser la propagation dans le milieu d'intérêt et dans les PML. La première implémentation de PML dans un modèle intégralement TLM a été initiée par Dubard et Pompéi (1997; 2000) dont les travaux ont été repris par Le Maguer (1998, 2001). La méthode TLM a été largement employée par la suite dans de nombreux domaines de l'électromagnétisme.

2. L'appellation « Condensed » vient du fait que toutes les quantités décrivant le champ sont définies au même point, le centre du nœud.

1.1.4 Applications en acoustique

Johns (1977) avait déjà proposé très tôt d'appliquer la TLM à d'autres domaines que l'électromagnétisme, et s'était en particulier intéressé à la résolution d'une équation de diffusion. Hoefler (1985) avait également pressenti les potentialités d'adaptation de la TLM à des problèmes de thermique (Smy *et coll.*, 2001 ; Hocine *et coll.*, 2003) et d'acoustique. Par la suite, cette représentation discrète de la propagation des ondes a effectivement été employée avec succès pour des applications diverses en acoustique. La TLM est également régulièrement rencontrée dans ce domaine sous les appellations « *Digital Waveguide Networks* » (DWN), *Digital Waveguide Mesh* (DWM), ou encore « *Scattering Element Method* » (SEM).

L'application de la méthode TLM en acoustique a été initiée par Saleh et Blanchfield (1990) pour l'analyse d'un modèle de rayonnement acoustique de barrettes de transducteurs. La propagation du son dans le conduit vocal a ensuite été étudiée par El-Masri *et coll.* (1996) dans le but, notamment, d'évaluer l'effet des modes propagatifs d'ordres supérieurs. Les auteurs présentent une formulation de conditions aux frontières absorbantes basée un développement de Taylor du champ de pression sur la limite du domaine de calcul et inspirée de travaux réalisés par Sagnet (1991) en électromagnétisme. Cette technique a également été introduite plus tard dans des modèles DWM par Murphy et Mullen (2002) et Kelloniemi *et coll.* (2004). Un système de contrôle actif du bruit de tuyaux d'échappement a été étudié par O'Connor et Cavanagh (1997) en deux dimensions. Ils soulignent le fait que la méthode est préférablement vouée à des simulations basses fréquences en raison des performances informatiques requises en terme de mémoire. En effet, le nombre n de nœuds des modèles TLM suit une loi en $o(n^2)$ en deux dimensions, le maillage TLM décrivant dans ce cas une surface, et une loi en $o(n^3)$ en trois dimensions, le maillage représentant alors un volume. La TLM a aussi été plus récemment utilisée par Lee et Wang (2006) pour évaluer les propriétés acoustiques, telles que l'absorption et la transmission, de matériaux absorbants ou d'isolants multi-couches dans des tubes de Kundt.

La modélisation d'un milieu hétérogène, dispersif et non-linéaire a été initiée par Kagawa *et coll.* (1998) pour l'étude du champ acoustique axisymétrique dans un conduit. Kagawa *et coll.* (1999) ont également employé plus tard leur modèle pour des applications plus originales concernant la localisation de sources sonores par renversement temporel, ainsi que la reconstruction d'objets suivant le principe de la tomographie. Dans un autre domaine d'application, les travaux conduits par Kagawa *et coll.* (2001) ont consisté à modéliser la propagation des ondes acoustiques dans l'océan, où la vitesse de propagation ne dépend pas de la direction de propagation mais de la position dans l'espace (milieu hétérogène), ainsi que dans un écoulement pour lequel la célérité dépend de la direction de propagation (milieu anisotrope). Dans cet article, les auteurs emploient l'équation de Mackenzie (1981) pour déterminer la célérité en fonction de la température, de la salinité et de la profondeur. De leur côté, Portí et Morente (2001a,b) ont étudié des guides d'onde bidimensionnels avec une chambre de compression et avec un résonateur de Helmholtz et ont déterminé les fréquences de résonance d'une boîte cubique. L'équipe de Kagawa a par la suite modélisé la propagation des ondes élastiques longitudinales et transversales dans des matériaux élastiques homogènes (Kagawa *et coll.*, 2002 ; Kagawa, 2003).

La TLM a aussi été utilisée dans le cadre de problématiques radicalement différentes. Citons par exemple les travaux de Ciocan et Ida (2003) qui, en vue d'améliorer les techniques de Contrôle Non-Destructif (CND), ont simulé la propagation d'ultrasons dans divers matériaux multi-couches d'impédances acoustiques différentes. Dans le domaine de la synthèse sonore musicale, Bensa *et coll.* (2003) ont modélisé les vibrations transverses de cordes de piano.

L'approche TLM repose sur le postulat que le maillage s'adapte parfaitement à la morphologie de frontières, ce qui n'est bien évidemment que très rarement le cas puisque la méthode requiert

de discrétiser le domaine avec des mailles régulières (*i.e.* avec un pas spatial identique dans toutes les directions de l'espace) ou, dans le cas d'un raffinement du maillage aux limites du domaine, de dimensionner les sous-mailles par une division entière des mailles principales. Scott et De Cogan (2008) ont ainsi proposé d'appliquer une correction de l'impédance des lignes de transmission aux nœuds adjacents des frontières, qui s'écrit pour chacune de ces lignes en fonction de la distance entre ces nœuds et la véritable frontière.

Concernant plus spécifiquement notre problématique, *i.e.* la propagation acoustique en milieu aérien, quelques travaux ont été proposés dans la littérature, dans le domaine de l'acoustique des salles et dans celui de la propagation acoustique en milieu extérieur. Les deux paragraphes suivants reviennent plus en détail sur ces contributions.

1.1.4.1 Acoustique des salles

Kagawa *et coll.* (1999) ont appliqué leur modèle aux calculs des temps de réverbération dans une salle cubique et dans une salle de formes irrégulières. Ils ont confrontés leurs résultats à ceux fournis par les approches classiques en acoustique des salles, *i.e.* les formules de Sabine et de Eyring. Un modèle SEM tridimensionnel a été proposé par Blau et Wilde (2004) pour déterminer des indicateurs propres à l'acoustique d'une salle, tels que le temps de réverbération et la clarté³. Dans ce modèle, un amortissement artificiel a été ajouté sur les murs de la salle, par l'intermédiaire de filtres passe-bas du premier ordre, de manière à reproduire l'absorption des parois. Enfin, Chai et Kagawa (2007) se sont intéressés à la caractérisation de matériaux absorbants, qui sont modélisés en prolongeant le milieu de propagation fluide par une région de caractéristiques (densité, vitesse de propagation) différentes reposant sur une surface rigide.

D'un point de vue de l'optimisation du schéma numérique, et toujours concernant des applications en acoustique des salles, Miklavcic et Ericsson (2004) ont poursuivi les travaux de Van Duyne et Smith III (1995, 1996) en DWM sur l'usage d'un maillage tétraédrique au lieu d'un maillage cubique traditionnel. Cette topologie, qui peut être décrite par une structure moléculaire cristalline de diamant (Van Duyne, 2007), permet alors d'employer la formulation bidimensionnelle de la TLM pour des simulations tridimensionnelles, et de réduire ainsi significativement le temps de calcul ainsi que l'espace mémoire par rapport à un maillage tridimensionnel cartésien classique. Campos et Howard (2005) ont d'ailleurs testé différentes topologies de maillage et décrivent les avantages d'une discrétisation de l'espace par une grille tétraédrique, tant en termes de nombre d'opérations par nœud que de dispersion numérique.

1.1.4.2 Propagation acoustique en milieu extérieur

La propagation d'une onde sonore monochromatique en milieu urbain a été modélisée pour la première fois dans une approche TLM par Kristiansen *et coll.* (2000). Ces derniers ont ainsi montré, au travers de simulations en deux dimensions, que les effets de diffraction et les phénomènes d'ondes stationnaires sont naturellement pris en compte dans la formulation TLM. Kristiansen et Jezzine (2000) ont également étudié la propagation d'une impulsion sonore au-dessus d'un sol poreux inclus dans le domaine de calcul. Le matériau poreux est alors décrit par un ensemble de paramètres caractéristiques (résistance au passage de l'air, porosité et tortuosité) qui sont reliés aux paramètres du modèle TLM. Hübelt (2003) s'est également intéressé à l'influence d'un sol poreux (revêtement drainant), sur la propagation des ondes acoustiques depuis un point source situé au contact d'un pneumatique et de la chaussée. Dans ce travail, le sol d'épaisseur finie

3. La clarté, notée C_{80} , correspond au rapport de l'énergie parvenant à un auditeur avant 80 ms et celle qui arrive après cette durée.

et dissipatif est décrit par le modèle d'impédance phénoménologique de Hamet (1992). Le domaine de calcul est alors constitué de deux milieux : le sol et le fluide (ce dernier, l'air, étant supposé homogène et non-dissipatif). Par ailleurs, Dutilleux et Kristiansen (2004) ont étudié les réflexions diffuses sur une surface rugueuse décrite selon différentes approches, notamment en considérant une représentation de la paroi rugueuse par l'intermédiaire d'un ensemble de guides d'onde parallèles de profondeurs différentes ou par génération d'une surface aléatoire.

Concernant la prise en compte des conditions aux limites dans la formulation TLM, quelques approches ont été présentées. En s'inspirant de leurs propres travaux en FDTD (Heutschi *et coll.*, 2005), Hofmann et Heutschi (2007) ont par exemple proposé une approximation d'une condition d'impédance aux frontières basée sur une représentation polynomiale de l'impédance complexe, définie par le modèle de Delany et Bazley (1970), pour modéliser la propagation du son au-dessus d'une surface poreuse. La pertinence de cette approche est toutefois discutable⁴, puisque les simulations présentées dans l'article de référence sont uniquement confrontées aux solutions théoriques intégrant l'approximation de l'impédance au lieu du modèle d'impédance original. Dans le même domaine, Escolano et Jacobsen (2006) ont proposé une méthode de filtrage numérique aux frontières, avec des filtres IIR (*Infinite Impulse Response*) du 40^e ordre, pour décrire une surface à réaction localisée dans un modèle DWM. Tsuchiya (2008) a employé la même approche avec des filtres IIR d'ordre 5 pour représenter l'absorption d'un matériau en incidence normale uniquement, appliquée à un modèle unidimensionnel.

Au niveau de la prise en compte d'hétérogénéités dans le milieu de propagation (*i.e.* les effets météorologiques), les travaux de Hofmann et Heutschi (2007) ont permis d'introduire la notion de célérité effective du son dans un modèle TLM. *A priori*, l'implémentation proposée ne permet cependant de modéliser qu'un flux moyen unidirectionnel, ce qui n'est pas représentatif de la réalité pour l'étude de la propagation en milieu « ouvert ». Une autre méthode développée par Dutilleux (2007) permet en revanche de prendre en compte les champs moyens de température et de vent, ainsi que la turbulence atmosphérique, quelle que soit la direction du flux aérodynamique. Cette méthode nécessite de calculer l'intensité acoustique moyenne en chaque nœud du domaine, et par conséquent le vecteur vitesse particulière, afin d'estimer la direction de propagation des ondes.

Concernant les effets dissipatifs dans le milieu de propagation, Tsuchiya (2006) a introduit la dépendance en fréquence de l'absorption atmosphérique en faisant usage de filtres numériques de type FIR (*Finite Impulse Response*). Des filtres d'ordre 20 expriment alors les caractéristiques relatives au processus de relaxation moléculaire du fluide, tandis que des filtres d'ordre 10 sont requis pour retranscrire l'absorption classique. Le même modèle, appliqué cette fois à la simulation unidimensionnelle de la propagation du son dans la mer, suggère toutefois la forte limitation de cette méthode, à savoir son coût numérique. Hofmann et Heutschi (2007) ont proposé une autre solution consistant à introduire un paramètre dissipatif dans le schéma numérique, fonction du coefficient d'absorption atmosphérique pour une fréquence particulière.

Concernant l'implémentation de couches absorbantes pour limiter virtuellement le domaine de calcul, une approche hybride TLM-FDTD, proposée par Eswarappa et Hoefler (1995) pour introduire des PML, a été exploitée par Portí et Morente (2001a) et a conclu à une performance largement supérieure de la méthode par rapport à celle utilisant des frontières absorbantes de Higdon (1986, 1987)⁵ En théorie, l'introduction rigoureuse de PML dans un modèle TLM né-

4. Ce point sera développé au chapitre 2.

5. Les conditions aux frontières absorbantes de Higdon permettent d'atténuer les ondes incidentes sur la limite du domaine de calcul en fonction de leurs angles d'incidence, un facteur d'atténuation étant ainsi défini pour chaque angle d'incidence. Ce type de conditions aux frontières ne donne par conséquent des résultats satisfaisants que pour certains angles d'incidence et pour des fréquences proches de celle pour lesquelles elles ont été prévues.

cessite la décomposition du champ de pression en un nombre de composantes égal au nombre de dimensions du problème modélisé. Toutefois, à notre connaissance, aucune formulation implicite et rigoureuse de PML dans un modèle TLM n'a été proposée. Une approche décrite par De Cogan *et coll.* (2005) semble particulièrement intéressante, mais, là encore, aucun lien théorique avec les équations propres à l'implémentation de PML n'a été formulé.

Enfin, d'un point de vue numérique, Dutilleux et Waechter (2004) ont mis en évidence que le concept de la TLM est particulièrement approprié à une distribution des calculs dans un réseau d'ordinateurs⁶. Un exemple de calcul distribué entre un serveur et un second ordinateur a ainsi été proposé dans le cas du rayonnement acoustique d'un point source. Dans cet exemple, la « communication » entre les deux machines est assurée par un protocole client-serveur programmé en JAVATM.

1.2 Propagation en milieu homogène et non-dissipatif 2D

1.2.1 Introduction

Dans le but de poser très simplement les bases de la formulation TLM, nous nous intéressons dans un premier temps au cas académique de la propagation acoustique en milieu homogène, sans dissipation et en champ libre (pas de frontières). Les hétérogénéités et la dissipation dans le milieu de propagation seront introduites dans la section 1.3. Les conditions aux limites seront quant-à-elles présentées à la section 1.4.

1.2.2 Écriture académique du modèle en 2D

1.2.2.1 Relation matricielle nodale

Considérons quatre impulsions ${}_tI^n(i, j)$ incidentes, à l'instant t , par les n ($n = 1$ à 4) lignes de transmission connectées au nœud (i, j) (figure 1.3(a)). La rupture d'impédance rencontrée par chaque impulsion au nœud se traduit par la réflexion d'une fraction de chaque composante dans la ligne de transmission incidente correspondante, et par la transmission de la fraction restante équitablement dans les trois autres lignes de transmission connectées au nœud. Les coefficients de réflexion et de transmission nodaux sont donnés respectivement par :

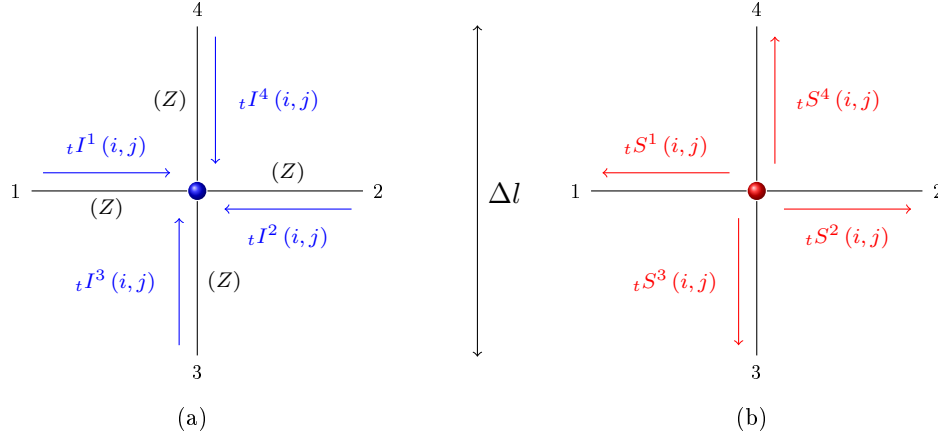
$$R_{(i,j)}^n = \frac{Z_{T(i,j)}^n - Z_{L(i,j)}^n}{Z_{T(i,j)}^n + Z_{L(i,j)}^n}, \quad (1.2a)$$

$$T_{(i,j)}^n = 1 + R_{(i,j)}^n, \quad (1.2b)$$

où $Z_{T(i,j)}^n$ et $Z_{L(i,j)}^n$ désignent respectivement l'impédance terminale et l'impédance de la ligne de transmission n . Dans le cas d'un milieu homogène et non-dissipatif, décrit par conséquent par un réseau de lignes de transmission d'impédances identiques Z , l'impédance terminale de chaque ligne de transmission est $Z_T = Z/3$ et les coefficients de réflexion et de transmission valent respectivement $R = -1/2$ et $T = 1/2$.

En raison de cette rupture d'impédance, les impulsions incidentes au nœud (i, j) à l'instant t sont ensuite diffusées par ce même nœud et au même instant dans les 4 directions (figure 1.3(b)).

6. La distribution et la parallélisation de codes de calcul TLM avait d'ores-et-déjà été mise en place en électromagnétisme par So *et coll.* (1995) et Parsons *et coll.* (1996). Toujours dans le domaine de l'électromagnétisme, des travaux plus récents réalisés par Rossi *et coll.* (2008) ont porté sur la parallélisation massive des calculs sur une carte graphique pour un algorithme TLM bidimensionnel. Ils montrent ainsi que l'usage de ces technologies innovantes limite considérablement les temps de calculs.

FIGURE 1.3 – Représentation des impulsions (a) incidentes et (b) diffusées au nœud (i, j) .

Ces impulsions diffusées ${}_t S^n(i, j)$ sont alors définies par la relation matricielle suivante :

$${}_t \mathbf{S}_{(i,j)} = {}_t \mathbf{D}_{(i,j)} \times {}_t \mathbf{I}_{(i,j)}, \quad (1.3)$$

où ${}_t \mathbf{S}_{(i,j)}$ et ${}_t \mathbf{I}_{(i,j)}$ sont respectivement les vecteurs des impulsions diffusées et incidentes

$${}_t \mathbf{I}_{(i,j)} = {}_t [I^1; I^2; I^3; I^4]_{(i,j)}^T, \quad (1.4a)$$

$${}_t \mathbf{S}_{(i,j)} = {}_t [S^1; S^2; S^3; S^4]_{(i,j)}^T, \quad (1.4b)$$

où l'exposant T représente la transposée, et ${}_t \mathbf{D}_{(i,j)}$ correspond à une matrice de diffusion de la forme

$${}_t \mathbf{D}_{(i,j)} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} R & T & T & T \\ T & R & T & T \\ T & T & R & T \\ T & T & T & R \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \\ \\ \\ (i,j) \end{matrix} \end{matrix}. \quad (1.5)$$

Cette relation matricielle permet d'écrire :

$$\sum_{n=1}^4 {}_t I_{(i,j)}^n = \sum_{m=1}^4 {}_t S_{(i,j)}^m. \quad (1.6)$$

Chaque impulsion diffusée peut également être déterminée par la relation :

$${}_t S_{(i,j)}^n = {}_t p_{(i,j)} - {}_t I_{(i,j)}^n, \quad (1.7)$$

où ${}_t p_{(i,j)}$ désigne la pression totale au nœud (i, j) à l'instant t .

La pression nodale est obtenue en faisant usage du principe de superposition, qui donne dans notre cas :

$${}_t p_{(i,j)} = \frac{\sum_{n=1}^4 \frac{2 {}_t I_{(i,j)}^n}{Z_{L(i,j)}^n}}{\sum_{n=1}^4 \frac{1}{Z_{L(i,j)}^n}}. \quad (1.8)$$

La pression nodale s'exprime donc sous la forme d'une combinaison des contributions incidentes au nœud, soit :

$$tP_{(i,j)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 tI_{(i,j)}^n. \quad (1.9)$$

Les impédances des lignes de transmission connectées au nœud (i, j) étant ici identiques (*i.e.* $Z_{L_{(i,j)}^n} = Z$ quel que soit n), l'équation (1.8) aboutit bien à la relation (1.9).

1.2.2.2 Lois de connexion et analogie avec l'équation des ondes

Les impulsions diffusées par les nœuds connectés au nœud (i, j) dans les n lignes de transmission et définies à l'instant t , deviennent naturellement les impulsions incidentes de ce dernier à l'itération temporelle suivante $t + \Delta t$. Ce processus de diffusion est traduit par des lois de connexion entre nœuds, illustrées à la figure 1.4, qui s'écrivent :

$$t+\Delta t I_{(i,j)}^1 = tS_{(i-1,j)}^2, \quad (1.10a)$$

$$t+\Delta t I_{(i,j)}^2 = tS_{(i+1,j)}^1, \quad (1.10b)$$

$$t+\Delta t I_{(i,j)}^3 = tS_{(i,j-1)}^4, \quad (1.10c)$$

$$t+\Delta t I_{(i,j)}^4 = tS_{(i,j+1)}^3. \quad (1.10d)$$

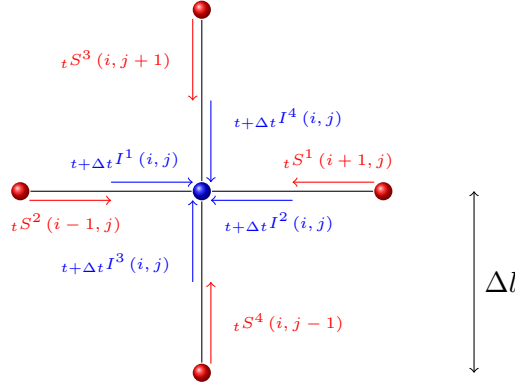


FIGURE 1.4 – Représentation des lois de connexion entre nœuds voisins au nœud (i, j) .

En introduisant les lois de connexion (1.10) dans la définition de la pression nodale (1.9) et en faisant usage des équations (1.7) et (1.6), il vient (Hofmann et Heutschi, 2007) :

$$t+\Delta t P_{(i,j)} = \frac{1}{2} (tP_{(i+1,j)} + tP_{(i-1,j)} + tP_{(i,j+1)} + tP_{(i,j-1)}) - t-\Delta t P_{(i,j)}, \quad (1.11)$$

soit

$$2 \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \frac{t+\Delta t P_{(i,j)} - 2tP_{(i,j)} + t-\Delta t P_{(i,j)}}{\Delta t^2} = \frac{tP_{(i+1,j)} - 2tP_{(i,j)} + tP_{(i-1,j)}}{\Delta l^2} + \frac{tP_{(i,j+1)} - 2tP_{(i,j)} + tP_{(i,j-1)}}{\Delta l^2}. \quad (1.12)$$

Le facteur multiplicatif du terme de gauche de cette équation donne la célérité des ondes dans le réseau, *i.e.* $c_{\text{TLM}}^2 = \Delta l^2 / (2\Delta t^2)$. Le reste de ce terme traduit, au sens des différences finies, la

dérivée seconde de la pression par rapport au temps, à savoir $\partial_{tt}^2 p$. De la même façon, les deux termes de droite traduisent les dérivées secondes par rapport aux coordonnées spatiales, $\partial_{xx}^2 p$ et $\partial_{yy}^2 p$, respectivement suivant x et y . L'équation (1.12) peut finalement être interprétée comme une équation différentielle au sens des différences finies, soit :

$$\frac{1}{c_{\text{TLM}}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}, \quad (1.13)$$

où c_{TLM} est la célérité dans chaque ligne de transmission qui peut, par analogie avec l'équation des ondes dans un fluide homogène et non-dissipatif, être exprimée en fonction de la célérité

$$c = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad (1.14)$$

par la formule :

$$c_{\text{TLM}} = \frac{c}{\sqrt{2}}. \quad (1.15)$$

Si la célérité c est choisie comme étant égale à la célérité du son dans l'air c_0 , la relation (1.15) montre que la vitesse de propagation des ondes dans le réseau est inférieure à la célérité du son dans l'air. Ce phénomène est dû à la dispersion numérique, c'est-à-dire au fait que la vitesse de propagation dans un maillage rectangulaire dépende de la direction (De Cogan *et coll.*, 2005). De manière simple, la figure 1.5 illustre l'erreur sur la vitesse associée à la discrétisation spatiale cartésienne. En effet, l'impulsion ${}_t S^2(i, j)$ diffusée par le nœud (i, j) à l'instant t est transférée intégralement au nœud $(i + 1, j)$ à l'itération suivante $t + \Delta t$ sous la forme d'une impulsion incidente ${}_{t+\Delta t} I^1(i + 1, j)$. Le champ de pression parcourt par conséquent une distance Δl en un laps de temps Δt . Une seconde itération plus tard, une impulsion parvient au nœud $(i + 1, j + 1)$. Le temps mis pour parcourir la distance apparente entre les nœuds (i, j) et $(i + 1, j + 1)$, à savoir $\sqrt{2}\Delta l$, est donc égale à $2\Delta t$ et non $\sqrt{2}\Delta l/c = \sqrt{2}\Delta t$. De manière à avoir une parfaite équivalence entre la propagation des ondes dans le réseau de lignes de transmission et la propagation des ondes dans l'air, il convient donc de corriger la vitesse de propagation dans les lignes de transmission en prenant :

$$c = \sqrt{2}c_0. \quad (1.16)$$

Cette confusion entre les diverses célérités est par ailleurs entretenue dans la littérature dans les divers travaux portant sur l'application de la TLM en acoustique.

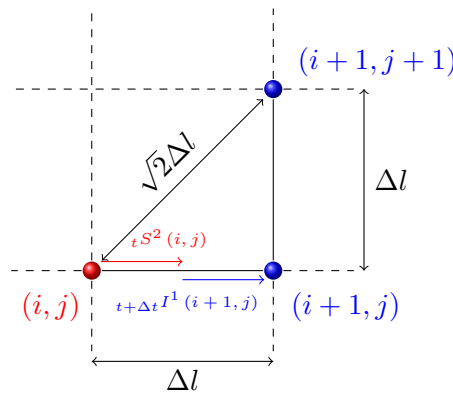


FIGURE 1.5 – Dispersion numérique dans le réseau de lignes de transmission.

1.2.3 Divergence géométrique du champ sonore

L'objectif de ce paragraphe est de vérifier que la formulation TLM présentée pour modéliser la propagation acoustique en milieu homogène non-dissipatif permet de traduire l'effet de la divergence géométrique d'une onde acoustique émise par une source omnidirectionnelle.

1.2.3.1 Notions élémentaires

Considérant le rayonnement d'une source acoustique omnidirectionnelle dans l'air (*i.e.* en 3D), plus la distance source-récepteur est grande, plus la surface de la sphère (respectivement le périmètre du cercle en 2D) décrivant le front d'onde est importante et, par conséquent, plus l'énergie acoustique se répartit sur une surface (respectivement un périmètre en 2D) étendue. Ce phénomène constitue la divergence géométrique. En notant respectivement r_i et r_j les distances entre la source S et les récepteurs R_i et R_j conformément à la figure 1.6, les pressions acoustiques P_i et P_j aux récepteurs correspondants vérifient par conséquent, respectivement en 2D et en 3D, les relations :

$$\frac{P_i}{P_j} = \sqrt{\frac{r_j}{r_i}}, \quad (1.17a)$$

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{r_j}{r_i}. \quad (1.17b)$$

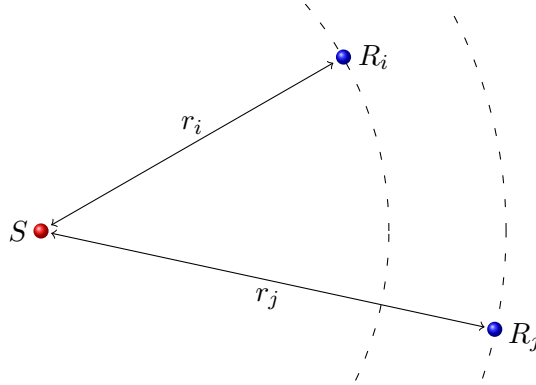


FIGURE 1.6 – Représentation de deux rayons source-récepteur.

1.2.3.2 Vérification numérique de la divergence géométrique

Des simulations ont donc été réalisées afin de s'assurer que la décroissance du champ de pression acoustique respecte bien la relation (1.17a) pour la divergence géométrique en deux dimensions. La source ponctuelle, située au centre du domaine, émet un signal sinusoïdal à $f = 100$ Hz d'amplitude maximale unitaire. L'influence de la finesse du pas de discrétisation spatiale Δl (et par conséquent du pas temporel Δt) sur la précision des résultats est étudiée en considérant deux cas tels que $\Delta l/\lambda < 10$, $\Delta l = 0.2$ m (soit $\Delta t = 4.1 \times 10^{-4}$ s) et $\Delta l = 0.1$ m (soit $\Delta t = 2.1 \times 10^{-4}$ s). Six récepteurs sont répartis autour de la source, comme illustré à la figure 1.7, sur deux fronts d'onde à des distances respectives $r_1 = r_3 = r_5 = 10$ m et $r_2 = r_4 = r_6 = 50$ m. Les récepteurs R_1 et R_2 sont situés en amont de la source (c'est-à-dire dans le sens des x décroissants) à la même ordonnée y que cette dernière. Les récepteurs R_3 et R_4

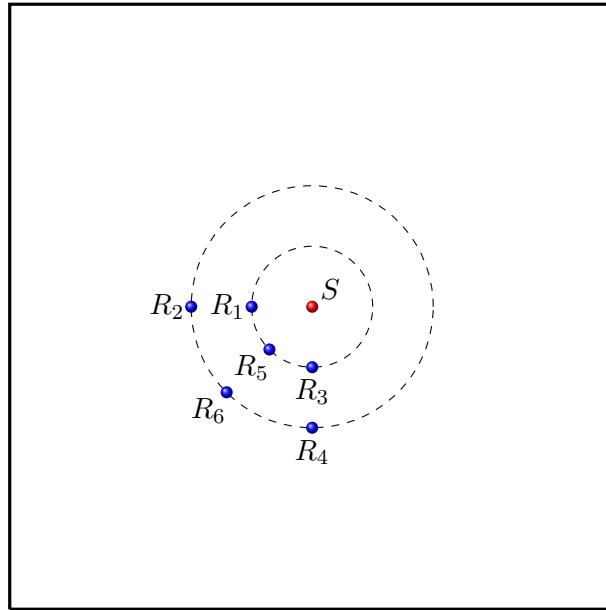


FIGURE 1.7 – Répartition des récepteurs pour l'étude de la divergence géométrique.

sont localisés sous la source (c'est-à-dire dans le sens des y décroissants) à la même abscisse x que celle-ci. Les récepteurs R_5 et R_6 sont placés sur une diagonale (en $x = y$) dans le sens des x et des y décroissants. En notant $P_i = P(R_i)$ les pressions acoustiques aux récepteurs i et en faisant usage de la relation (1.17a), les rapports théoriques des pressions acoustiques sont $P_2/P_1 = P_4/P_3 = P_6/P_5 = \sqrt{1/5} = 0.4472$.

La figure 1.8 présente les fluctuations temporelles des pressions acoustiques relevées aux récepteurs R_1 et R_2 ⁷, ainsi qu'en R_5 et R_6 sur toute la durée de la simulation, pour $\Delta l = 0.2$ m et pour $\Delta l = 0.1$ m. La source étant monochromatique, les signaux observés en chacun des points d'observation présentent une allure périodique, excepté sur les premiers pas de temps, correspondant au temps mis par l'onde sonore pour atteindre chaque point d'observation. Comme attendu, l'amplitude maximale des signaux diminue avec la distance source-récepteur. Les tableaux 1.1 et 1.2 donnent les maxima des pressions relevées en chaque récepteur sur 10 périodes temporelles (de la 6^{ème} à la 16^{ème} période) et les valeurs moyennes correspondantes. Les rapports des pressions calculés par l'approche TLM valent :

1. $P_2/P_1 = P_4/P_3 \simeq 0.4488$ et $P_6/P_5 \simeq 0.4494$ pour $\Delta l = 0.2$ m, soit des erreurs respectives de 0.35% et de 0.49% par rapport à la théorie (*i.e.* $\sqrt{1/5} = 0.4472$) ;
2. $P_2/P_1 = P_4/P_3 = 0.4463$ et $P_6/P_5 = 0.4471$ pour $\Delta l = 0.1$ m, soit des écarts respectifs de 0.21% et de 0.02% par rapport à la théorie (*i.e.* $\sqrt{1/5} = 0.4472$).

Les accords sont par conséquent très bons pour les deux pas de discrétisation spatiale. Il faut néanmoins signaler que les pressions sont plus faibles pour $\Delta l = 0.1$ m que pour $\Delta l = 0.2$ m. Dans la suite de l'étude, il sera impératif de normaliser les résultats en considérant des pressions de référence (pression en un point de référence, pression en champ libre), pour s'affranchir des problèmes numériques liés aux paramètres de calcul. Outre la divergence géométrique mise en évidence dans ce paragraphe, il est également important de remarquer que les pressions acoustiques à des distances source-récepteur identiques (R_1 - R_5 et R_2 - R_6) sont légèrement différentes

7. Les pressions recueillies en R_3 et R_4 sont rigoureusement identiques à celles du premier doublet de récepteurs R_1 et R_2 .

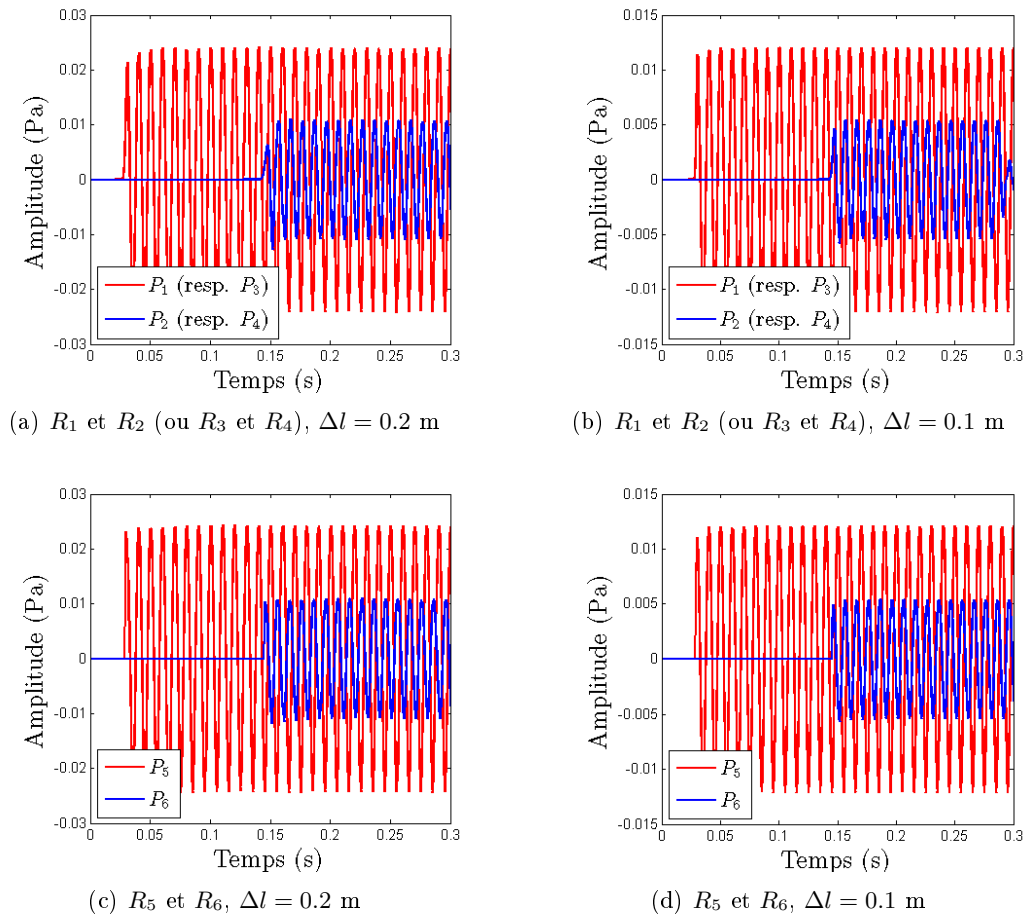


FIGURE 1.8 – Pressions acoustiques calculées par l’approche TLM : (a)–(b) en R_1 et R_2 et (c)–(d) en R_5 et R_6 avec des pas de discrétisation spatiales $\Delta l = 0.2$ m (colonne de gauche) et $\Delta l = 0.1$ m (colonne de droite).

en raison de la dispersion numérique associée à la discrétisation spatiale (§1.2.2.2). D’autres simulations (non-présentées ici) réalisées à des fréquences plus élevées et avec différents pas spatiaux donnent des résultats aussi satisfaisants. La dispersion numérique ne semble donc pas affecter de façon significative la précision des résultats. Comme nous l’avons déjà précisé, le choix d’un pas spatial égal ou inférieur au dixième d’une longueur d’onde (Éq. (1.1)) est en revanche préférable.

TABLE 1.1 – Valeurs maximales des pressions acoustiques aux six récepteurs R_i et valeurs moyennes correspondantes. Le pas spatial est fixé à $\Delta l = 0.2$ m.

| i | Valeurs maximales $P_{i,\max}$ (Pa) | | | | | | | | | | | | $\overline{P}_{i,\max}$ |
|-----|-------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------------------|
| 1 | 0.02362 | 0.02381 | 0.02411 | 0.02400 | 0.02404 | 0.02388 | 0.02414 | 0.02422 | 0.02404 | 0.02405 | 0.02405 | 0.02405 | 0.0240 |
| 2 | 0.01061 | 0.01077 | 0.01097 | 0.01089 | 0.01074 | 0.01072 | 0.01076 | 0.01084 | 0.01060 | 0.01077 | 0.01077 | 0.01077 | 0.0108 |
| 3 | 0.02362 | 0.02381 | 0.02411 | 0.02400 | 0.02404 | 0.02388 | 0.02414 | 0.02422 | 0.02404 | 0.02405 | 0.02405 | 0.02405 | 0.0240 |
| 4 | 0.01061 | 0.01077 | 0.01097 | 0.01089 | 0.01074 | 0.01072 | 0.01076 | 0.01084 | 0.01060 | 0.01077 | 0.01077 | 0.01077 | 0.0108 |
| 5 | 0.02424 | 0.02426 | 0.02420 | 0.02437 | 0.02433 | 0.02415 | 0.02430 | 0.02424 | 0.02416 | 0.02427 | 0.02427 | 0.02427 | 0.0243 |
| 6 | 0.01088 | 0.01088 | 0.01096 | 0.01102 | 0.01099 | 0.01088 | 0.01090 | 0.01087 | 0.01078 | 0.01083 | 0.01083 | 0.01083 | 0.0109 |

TABLE 1.2 – Valeurs maximales des pressions acoustiques aux six récepteurs R_i et valeurs moyennes correspondantes. Le pas spatial est fixé à $\Delta l = 0.1$ m.

| i | Valeurs maximales $P_{i,\max}$ (Pa) | | | | | | | | | | | | $\overline{P}_{i,\max}$ |
|-----|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| 1 | 0.023990 | 0.023550 | 0.023740 | 0.024040 | 0.023930 | 0.023970 | 0.023810 | 0.024070 | 0.024150 | 0.023970 | 0.023970 | 0.023970 | 0.0239 |
| 2 | 0.007568 | 0.007271 | 0.007197 | 0.007323 | 0.007443 | 0.007356 | 0.007473 | 0.007257 | 0.007416 | 0.007398 | 0.007398 | 0.007398 | 0.0074 |
| 3 | 0.023990 | 0.023550 | 0.023740 | 0.024040 | 0.023930 | 0.023970 | 0.023810 | 0.024070 | 0.024150 | 0.023970 | 0.023970 | 0.023970 | 0.0239 |
| 4 | 0.007568 | 0.007271 | 0.007197 | 0.007323 | 0.007443 | 0.007356 | 0.007473 | 0.007257 | 0.007416 | 0.007398 | 0.007398 | 0.007398 | 0.0074 |
| 5 | 0.070620 | 0.024170 | 0.024190 | 0.024130 | 0.024290 | 0.024260 | 0.024080 | 0.024230 | 0.024170 | 0.024090 | 0.024090 | 0.024090 | 0.0288 |
| 6 | 0.007395 | 0.007463 | 0.007467 | 0.007545 | 0.007587 | 0.007568 | 0.007488 | 0.007480 | 0.007459 | 0.007377 | 0.007377 | 0.007377 | 0.0075 |

1.3 Propagation acoustique en milieu hétérogène et dissipatif

1.3.1 Introduction

1.3.1.1 Généralisation de la formulation en 1D/2D/3D

Comme illustré à la figure 1.9, le passage d'un modèle TLM en deux dimensions à un modèle en trois dimensions apparaît trivial. Dans le cas d'un milieu homogène et non-dissipatif, le nombre de lignes de transmission connectées à chaque nœud passe ainsi de 4 à 6, les lois de connexion entre nœuds étant alors sensiblement similaires. Comme nous le montrerons par la suite au paragraphe 1.3.2, la formulation TLM peut être généralisée quelque soit la dimension du problème, par l'intermédiaire d'un terme noté d , tel que $d = 1, 2$ ou 3 pour une simulation en une, deux ou trois dimensions. Pour ne pas alourdir l'écriture et en raison du peu d'intérêt qu'il présente, le cas 1D n'est pas explicitement présenté.

1.3.1.2 Hétérogénéités et dissipation dans la TLM

Divers phénomènes physiques interviennent au cours de la propagation acoustique en milieu extérieur. Notamment, les effets micrométéorologiques (champs moyens de vent et de température, turbulence atmosphérique) induisent des hétérogénéités et se traduisent par une variation spatiale et temporelle de la célérité du son dans le milieu de propagation (*voir* Stull, 1988 ; Foken, 2006). Par ailleurs, ce même domaine de propagation est également le siège d'une dissipation du champ sonore en raison de l'absorption atmosphérique. Il est donc indispensable de pouvoir modéliser ces effets. Parmi les quelques approches proposées dans la littérature et que nous détaillons par la suite, nous avons retenu les deux qui nous semblaient les plus appropriées pour introduire chacun des phénomènes dans le modèle TLM. Par ailleurs, nous avons généralisé ces approches en une, deux ou trois dimensions, et les avons combinées au sein d'une seule et unique formulation TLM (paragraphe 1.3.2).

Hétérogénéités

Pour faire varier localement la vitesse de propagation du champ de pression dans un modèle TLM, une approche pourrait consister à modifier localement la longueur des lignes de transmission. Cette technique est envisageable pour des problèmes unidimensionnels, mais devient problématique en deux ou trois dimensions car la distorsion du maillage implique l'asynchronisme des impulsions aux nœuds (De Cogan *et coll.*, 2005). La vitesse de propagation peut également être modifiée en introduisant un certain volume au nœud (Kagawa *et coll.* (2001)). Cette approche consiste alors à ajouter une branche supplémentaire à chaque nœud, représentée aux figures 1.9(a) et 1.9(b) par les lignes 5 et 7 respectivement pour une modélisation bidimensionnelle et tridimensionnelle. Les variations de célérité peuvent par conséquent être implémentées en modifiant localement l'impédance de ces lignes. Les lignes additionnelles 5 et 7, dont les longueurs sont fixées à $\Delta l/2$ pour assurer le synchronisme des impulsions réfléchies à leurs extrémités avec l'ensemble des composantes nodales dans le domaine de calcul, sont alors caractérisées par une impédance Z/η . Le paramètre η permet de faire varier localement la vitesse de propagation. Le calcul du paramètre η pour traduire les effets météorologiques est détaillé au paragraphe 1.3.4.

Dissipation

L'amplitude des ondes sonores décroît au cours de leur propagation. Dans l'air, cette décroissance est due à la divergence géométrique, qui est naturellement prise en compte dans le modèle TLM, et à l'absorption atmosphérique. Cette dernière est la conséquence de plusieurs processus

thermodynamiques, dont la dépendance en fréquence est complexe. Dans un modèle TLM, deux méthodes, l'une rigoureuse, l'autre approchée, permettent d'introduire cet effet. La première nécessite l'usage de filtres numériques à chaque nœud du réseau de lignes de transmission (Tsuchiya, 2006). Cette technique est toutefois très limitée en raison du coût numérique associé. La seconde méthode consiste à ajouter une branche supplémentaire avec une terminaison anéchoïque à chaque nœud (Kagawa *et coll.*, 1998), définie par une impédance Z/ζ (figure 1.9). Dans notre étude, seule cette dernière approche a été considérée, en gardant toutefois à l'esprit qu'elle n'est valable qu'en régime harmonique ou si l'absorption peut être considérée comme constante sur la plage fréquentielle d'étude. La définition du paramètre ζ pour l'implémentation de l'atténuation atmosphérique est donnée au paragraphe 1.3.3.

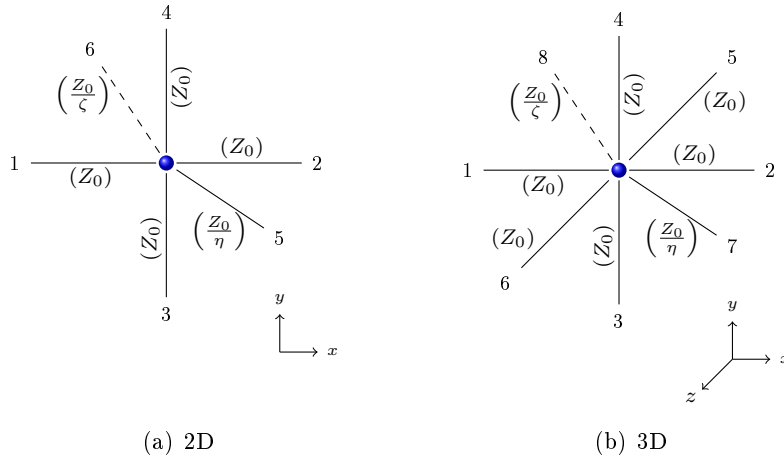


FIGURE 1.9 – Ensemble des connexions à un nœud pour la modélisation d'un milieu hétérogène et dissipatif (a) en 2D ($d = 2$) et (b) en 3D ($d = 3$).

1.3.2 Écriture générique du modèle TLM

L'objet de ce paragraphe est donc de proposer une formulation générique de la TLM, pluri-dimensionnelle (*via* le paramètre d), et combinant simultanément l'effet des hétérogénéités (*via* le paramètre $\eta \geq 0$) et de la dissipation (*via* le paramètre $\zeta \geq 0$). Les caractères hétérogène et dissipatif du milieu de propagation sont donc pris en compte dans le modèle numérique en introduisant deux branches supplémentaires à chaque nœud. Par analogie avec la formulation académique développée au paragraphe 1.2.2, les vecteurs des impulsions incidentes et diffusées vont à présent être composés de $N = 5$ éléments pour $d = 2$, ou de $N = 7$ composantes pour $d = 3$, puisque la branche additionnelle d'impédance Z/ζ (ligne 6 en 2D ou ligne 8 en 3D) n'apporte que de la dissipation au nœud du fait de sa terminaison anéchoïque. Par la suite, nous considérons que chaque paramètre du modèle peut varier à la fois dans l'espace et dans le temps. Les paramètres η et ζ sont donc notés ${}^t\eta_{\mathbf{r}}$ et ${}^t\zeta_{\mathbf{r}}$, \mathbf{r} désignant le doublet ou le triplet de coordonnées discrètes du nœud considéré tel que :

$$\mathbf{r} = \begin{cases} (i, j) & \text{en 2D,} \\ (i, j, k) & \text{en 3D.} \end{cases} \quad (1.18)$$

La rupture d'impédance rencontrée par une impulsion incidente en un nœud dépend à présent de la ligne de transmission par laquelle cette impulsion parvient au nœud :

- si la ligne de transmission incidente correspond à une des lignes de transmission « principales », *i.e.* une des lignes $n = 1$ à 4 pour un modèle bidimensionnel (figure 1.9(a)), ou encore une des lignes $n = 1$ à 6 en 3D (figure 1.9(b)), l'impédance terminale de la ligne vaut ${}_tZ_{T_r}^n = Z / ({}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d - 1)$, et les coefficients de réflexion et de transmission sont alors :

$${}_tR_r^n = -\frac{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2(d-1)}{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d}, \quad (1.19a)$$

$${}_tT_r^n = \frac{2}{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d}; \quad (1.19b)$$

- s'il s'agit de la branche additionnelle d'impédance $Z/{}_t\eta_r$ (lignes 5 en 2D et 7 en 3D), l'impédance terminale est ${}_tZ_{T_r}^N = Z / ({}_t\zeta_r + 2d)$ et les coefficients nodaux sont donnés par :

$${}_tR_r^N = -\frac{{}_t\eta_r - {}_t\zeta_r - 2d}{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d}, \quad (1.20a)$$

$${}_tT_r^N = \frac{2{}_t\eta_r}{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d}; \quad (1.20b)$$

- les branches 6 (en 2D) et 8 (en 3D) traduisant l'effet de la dissipation ayant une terminaison anéchoïque, il n'y a pas de réflexion à leurs extrémités, ni de transmission vers d'autres branches. Les coefficients de réflexion et de transmission sont donc nuls, soit :

$${}_tR_r^{N+1} = {}_tT_r^{N+1} = 0. \quad (1.21)$$

La relation matricielle (1.3) établie pour décrire un milieu de propagation homogène et non-dissipatif reste inchangée et est simplement généralisée sous la forme suivante :

$${}_t\mathbf{S}_r = {}_t\mathbf{D}_r \times {}_t\mathbf{I}_r. \quad (1.22)$$

En revanche, la matrice de diffusion, à présent de dimensions $N \times N$, devient :

$${}_t\mathbf{D}_r = \frac{2}{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2d} \begin{bmatrix} a & 1 & \cdot & 1 & \eta \\ 1 & a & \cdot & 1 & \eta \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & \cdot & a & \eta \\ 1 & 1 & \cdot & 1 & b \end{bmatrix}_r, \quad (1.23)$$

avec

$${}_ta_r = -\frac{{}_t\eta_r + {}_t\zeta_r + 2(d-1)}{2}, \quad (1.24a)$$

$${}_tb_r = \frac{{}_t\eta_r - ({}_t\zeta_r + 2d)}{2}. \quad (1.24b)$$

Si nous reprenons la forme (1.8) de la pression nodale faisant appel au principe de superposition, le même raisonnement aboutit à la relation :

$${}_tp_r = \frac{\sum_{n=1}^{2d} \frac{2{}_tI_r^n}{Z_{L_r}^n} + \frac{2{}_tI_r^N}{Z_{L_r}^N}}{\sum_{n=1}^{2d} \frac{1}{Z_{L_r}^n} + \frac{1}{Z_{L_r}^N} + \frac{1}{Z_{L_r}^{N+1}}}. \quad (1.25)$$

La pression nodale au nœud \mathbf{r} à l'instant t est donc définie par :

$${}^t p_{\mathbf{r}} = \frac{2}{{}^t \eta_{\mathbf{r}} + {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d} \left(\sum_{n=1}^{N-1} {}^t I_{\mathbf{r}}^n + {}^t \eta_{\mathbf{r}} {}^t I_{\mathbf{r}}^N \right). \quad (1.26)$$

La relation matricielle permet également d'exprimer l'impulsion diffusée dans chaque ligne de transmission sous la forme :

$${}^t S_{\mathbf{r}}^n = {}^t p_{\mathbf{r}} - {}^t I_{\mathbf{r}}^n, \quad (1.27)$$

D'après la relation matricielle (1.22) et l'expression (1.23) de la matrice de diffusion, l'ensemble des impulsions incidentes et diffusées respecte également la relation :

$$\sum_{m=1}^{2d} {}^t S_{\mathbf{r}}^m + {}^t S_{\mathbf{r}}^N = \frac{{}^t \eta_{\mathbf{r}} - {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d}{{}^t \eta_{\mathbf{r}} + {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d} \left[\sum_{n=1}^{2d} {}^t I_{\mathbf{r}}^n + {}^t \eta_{\mathbf{r}} {}^t I_{\mathbf{r}}^N \right]. \quad (1.28)$$

Les lois de connexion (1.10) établies pour un fluide homogène et non-dissipatif sont généralisées et complétées par une relation particulière pour la ligne d'impédance $Z/{}^t \eta_{\mathbf{r}}$, soit :

$${}^{t+\Delta t} I_{\mathbf{r}}^n = {}^t S_{\mathbf{r}_n^{\pm}}^m, \quad (1.29a)$$

$${}^{t+\Delta t} I_{\mathbf{r}}^{(2d+1)} = {}^t S_{\mathbf{r}}^{(2d+1)}. \quad (1.29b)$$

avec

$$\left\{ \begin{matrix} n \\ \mathbf{r}_n^{\pm} \end{matrix} \right\} = \begin{cases} \left\{ \begin{matrix} m-1 \\ \mathbf{r}^+ \end{matrix} \right\} & \text{si } m \text{ est pair,} \\ \left\{ \begin{matrix} m+1 \\ \mathbf{r}^- \end{matrix} \right\} & \text{si } m \text{ est impair.} \end{cases} \quad (1.30)$$

et

$$\mathbf{r}_n^{\pm} = \begin{cases} (i \pm 1, j, k), & \text{pour } n = 1 \text{ ou } 2, \\ (i, j \pm 1, k), & \text{pour } n = 3 \text{ ou } 4, \\ (i, j, k \pm 1), & \text{pour } n = 5 \text{ ou } 6. \end{cases} \quad (1.31)$$

Analogie avec l'équation des ondes

Comme dans le cas de la propagation en milieu homogène et non-dissipatif (paragraphe 1.2.2.2), il est possible de relier la formulation TLM proposée à l'équation des ondes. La substitution des lois locales (1.29) dans l'expression (1.26) de la pression nodale donne en faisant usage de la relation (1.27) (Hofmann et Heutschi, 2007) :

$${}^{t+\Delta t} p_{\mathbf{r}} = \frac{2}{{}^t \eta_{\mathbf{r}} + {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d} \left(\sum_{n=1}^{2d} \sum_{\mathbf{r}_n^{\pm}} {}^t p_{\mathbf{r}_n^{\pm}} + {}^t \eta_{\mathbf{r}} {}^t p_{\mathbf{r}} \right) - \frac{{}^t \eta_{\mathbf{r}} - {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d}{{}^t \eta_{\mathbf{r}} + {}^t \zeta_{\mathbf{r}} + 2d} {}^{t-\Delta t} p_{\mathbf{r}}, \quad (1.32)$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{{}^t \eta_{\mathbf{r}} + 2d}{2} \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \frac{{}^{t+\Delta t} p_{\mathbf{r}} - 2 {}^t p_{\mathbf{r}} + {}^{t-\Delta t} p_{\mathbf{r}}}{\Delta t^2} \\ + {}^t \zeta_{\mathbf{r}} \frac{\Delta t}{\Delta l^2} \frac{{}^{t+\Delta t} p_{\mathbf{r}} - {}^{t-\Delta t} p_{\mathbf{r}}}{2 \Delta t} = \sum_{n=1}^{2d} \sum_{\mathbf{r}_n} \frac{{}^t p_{\mathbf{r}_n^+} - 2 {}^t p_{\mathbf{r}} + {}^t p_{\mathbf{r}_n^-}}{\Delta l^2}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

L'usage des approximations aux différences centrées des dérivées partielles

$$\frac{{}_t+\Delta t p_{\mathbf{r}} - 2{}_t p_{\mathbf{r}} + {}_t-\Delta t p_{\mathbf{r}}}{\Delta t^2} \equiv \partial_{tt}^2 p_{\mathbf{r}} \quad (1.34a)$$

$$\text{et} \quad \frac{{}_t p_{\mathbf{r}+} - 2{}_t p_{\mathbf{r}} + {}_t p_{\mathbf{r}-}}{\Delta l^2} \equiv \Delta_{\mathbf{r}} {}_t p_{\mathbf{r}}, \quad (1.34b)$$

dans l'équation discrète (1.33), mène à :

$$\left[\Delta_t - \frac{{}_t \eta_{\mathbf{r}} + 2d}{2} \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \partial_{tt}^2 - {}_t \zeta_{\mathbf{r}} \frac{\Delta t}{\Delta l^2} \partial_t \right] p_{\mathbf{r}} = 0. \quad (1.35)$$

Il découle de la relation (1.35) que la célérité c_{TLM} du front d'onde dans le réseau de lignes de transmission s'exprime à présent sous la forme :

$$c_{\text{TLM}} = \sqrt{\frac{2}{{}_t \eta_{\mathbf{r}} + 2d}} c. \quad (1.36)$$

En utilisant la convention temporelle $e^{j\omega t}$, l'équation (1.35) devient finalement :

$$\left[\Delta + \left(\frac{\omega^2}{c_{\text{TLM}}^2} - j \frac{\omega {}_t \zeta_{\mathbf{r}}}{c \Delta l} \right) \right] p_{\mathbf{r}} = 0, \quad (1.37)$$

où ω est la fréquence angulaire (ou pulsation $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence) et où $c = \Delta l / \Delta t$. Cette équation de propagation (équation de Helmholtz) en fluide hétérogène et dissipatif fait apparaître le nombre d'onde complexe :

$$\hat{k}_{\text{TLM}} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_{\text{TLM}}^2} - j \frac{\omega {}_t \zeta_{\mathbf{r}}}{c \Delta l}}. \quad (1.38)$$

La partie réelle de la relation de dispersion (1.38) exprime les phénomènes propagatifs incluant l'effet des conditions météorologiques, tandis que la partie imaginaire traduit la dissipation due à l'absorption atmosphérique. Là encore, il est important de noter que pour avoir une vitesse de propagation apparente dans le réseau cohérente avec la célérité des ondes sonores c_0 dans un fluide homogène (*i.e.* $\eta = 0$), la célérité c doit être choisie telle que :

$$c = \sqrt{d} c_0. \quad (1.39)$$

1.3.3 Atténuation atmosphérique

1.3.3.1 Propos liminaires

La dissipation d'énergie acoustique dans les fluides « simples »⁸ résulte principalement de la combinaison de trois phénomènes : la viscosité, la conduction thermique et la relaxation moléculaire (Bass *et coll.*, 1984 ; Bruneau, 1998). La viscosité du fluide traduit les effets des forces de cisaillement et de volume entre deux couches de fluide voisines animées de vitesses différentes. Elle peut être négligée pour l'étude de la propagation dans l'atmosphère. La conduction thermique est décrite par la loi de Le Châtelier qui permet d'associer une variation de pression dans un fluide (qui induit une variation de volume) à une fluctuation de température. Elle peut également être

8. Un fluide « simple » est un fluide homogène au sein duquel il ne se produit pas de phénomènes particuliers tels que la cavitation.

négligée ici en supposant que les phénomènes sont adiabatiques dans l'air. La relaxation moléculaire correspond à un retard à l'établissement d'un équilibre suite à une sollicitation extérieure (Pierce, 1981). Elle est fonction de la pression atmosphérique et de l'hygrométrie, et constitue le processus dissipatif prépondérant lors de la propagation du son à grande distance en milieu extérieur.

Ces mécanismes se traduisent par une décroissance exponentielle de l'amplitude du champ sonore qui se combine à la divergence géométrique évoquée au paragraphe 1.2.3. Le champ de pression p propagé sur une distance r est donc de la forme (avec la convention temporelle en $e^{j\omega t}$ (Daigle *et coll.*, 1979)) :

$$p(r, t) = e^{j(\omega t - k_0 r) - m r}, \quad (1.40)$$

où k_0 représente le nombre d'onde ($k_0 = \omega/c_0$) et où le coefficient m , exprimé en m^{-1} , traduit l'atténuation atmosphérique du son dans l'air. Ce dernier est défini en fonction du coefficient d'atténuation atmosphérique α , exprimé en dB.m^{-1} , par la formule :

$$m = \alpha \times \frac{\ln(10)}{20}. \quad (1.41)$$

En introduisant le nombre d'onde complexe \widehat{k}_0

$$\widehat{k}_0 = \text{Re} \left\{ \widehat{k}_0 \right\} - j \text{Im} \left\{ \widehat{k}_0 \right\} = k_0 - j \text{Im} \left\{ \widehat{k}_0 \right\}, \quad (1.42)$$

$\text{Re} \{ \}$ et $\text{Im} \{ \}$ désignant les parties réelle et imaginaire de la quantité complexe, le champ de pression peut également s'écrire :

$$p(r, t) = p_i e^{j(\omega t - \widehat{k}_0 r)}. \quad (1.43)$$

En comparant avec les relations (1.40) et (1.43), la partie imaginaire du nombre d'onde complexe \widehat{k}_0 peut être reliée au coefficient m , soit :

$$m = -\text{Im} \left\{ \widehat{k}_0 \right\}. \quad (1.44)$$

1.3.3.2 Expression du terme dissipatif ζ

En utilisant la définition (1.36) de la vitesse de propagation c_{TLM} et en y substituant la célérité c par la formule (1.14), la relation de dispersion (1.38) peut être reformulée de la manière suivante :

$$\widehat{k}_{\text{TLM}} = \sqrt{\frac{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d}{2}} \omega \frac{\Delta t}{\Delta l} \times \sqrt{1 - j \frac{2}{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d} \frac{t\zeta_{\mathbf{r}}}{\omega \Delta t}}. \quad (1.45)$$

La relation de dispersion (1.45) peut être exprimée plus simplement en développant le terme multiplicatif de droite en séries entières. Cette décomposition fait appel à la formule du binôme de Newton qui permet de déterminer le développement d'une puissance entière quelconque d'un binôme. La relation de dispersion (1.45) s'écrit alors :

$$\widehat{k}_{\text{TLM}} \approx \sqrt{\frac{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d}{2}} \omega \frac{\Delta t}{\Delta l} \left(1 - j \frac{1}{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d} \frac{t\zeta_{\mathbf{r}}}{\omega \Delta t} \right). \quad (1.46)$$

Cette formulation du nombre d'onde complexe est valable au-delà d'une fréquence f imposée par le développement en séries entières, soit pour f telle que :

$$f > \frac{1}{2\pi} \frac{1}{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d} \frac{t\zeta_{\mathbf{r}}}{\Delta t}. \quad (1.47)$$

La partie imaginaire du nombre d'onde (1.46), qui traduit la dissipation, vaut par conséquent :

$$\text{Im} \left\{ \widehat{k}_{\text{TLM}} \right\} = -\frac{1}{\sqrt{2(t\eta_{\mathbf{r}} + 2d)} \Delta l} t\zeta_{\mathbf{r}}. \quad (1.48)$$

Par comparaison avec la relation (1.44), et faisant usage de la formule (1.41), le terme ζ peut être déterminé à partir du coefficient d'absorption atmosphérique α grâce à la relation suivante :

$$t\zeta_{\mathbf{r}} = \alpha \sqrt{2(t\eta_{\mathbf{r}} + 2d)} \Delta l \frac{\ln(10)}{20}. \quad (1.49)$$

Nous généralisons ici en trois dimensions, le résultat obtenu par Heutschi *et coll.* (2005) en deux dimensions⁹. Par ailleurs, la partie réelle de la relation (1.46), qui est associée au phénomène de propagation, vaut quant à elle :

$$\text{Re} \left\{ \widehat{k}_{\text{TLM}} \right\} = \sqrt{\frac{t\eta_{\mathbf{r}} + 2d}{2}} \omega \frac{\Delta t}{\Delta l}, \quad (1.50)$$

qui, en faisant usage de l'expression (1.36) de la célérité c_{TLM} , donne le résultat attendu :

$$\text{Re} \left\{ \widehat{k}_{\text{TLM}} \right\} = \frac{\omega}{c_{\text{TLM}}}. \quad (1.51)$$

1.3.3.3 Vérification numérique pour l'atténuation atmosphérique

Comme pour les simulations présentées au paragraphe 1.2.3.2 pour vérifier la divergence géométrique, il est possible, en suivant la même procédure, de s'assurer que l'effet de l'absorption atmosphérique est bien modélisé par la formulation TLM proposée. En présence d'atténuation atmosphérique, le rapport des pressions acoustiques obtenues en deux récepteurs peut s'exprimer respectivement en 2D et en 3D, sous la forme :

$$\frac{P_i}{P_j} = \sqrt{\frac{r_j}{r_i}} e^{-m(r_i - r_j)}, \quad (1.52a)$$

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{r_j}{r_i} e^{-m(r_i - r_j)}, \quad (1.52b)$$

De nouvelles simulations ont donc été effectuées, à $f = 100$ Hz et à $f = 500$ Hz, en considérant respectivement deux valeurs de coefficient d'absorption atmosphérique, $\alpha = 2.9284 \times 10^{-4}$ dB.m⁻¹ et $\alpha = 2.7 \times 10^{-3}$ dB.m⁻¹, correspondant à la propagation dans l'air pour une température $T = 20^\circ\text{C}$, une humidité relative $H = 50\%$ et une pression atmosphérique ambiante $P = 101\,325$ Pa (*voir* l'annexe A de la norme ISO 9613-1:1993 (1993)).

La prise en compte de l'atténuation atmosphérique est tout d'abord analysée pour une fréquence d'excitation $f = 100$ Hz en s'intéressant à l'influence du pas de discrétisation spatiale Δl . Les récepteurs sont placés, suivant la même disposition qu'à la figure 1.7, à des distances :

1. $r_1 = r_3 = r_5 = 10$ m et $r_2 = r_4 = r_6 = 100$ m pour $\Delta l = 0.2$ m, soit des rapports théoriques des pressions acoustiques de $P_2/P_1 = P_4/P_3 = P_6/P_5 = 0.3080$;
2. $r_1 = r_3 = r_5 = 10$ m et $r_2 = r_4 = r_6 = 50$ m pour $\Delta l = 0.1$ m, soit des rapports théoriques des pressions acoustiques de $P_2/P_1 = P_4/P_3 = P_6/P_5 = 0.4420$.

9. Il est important de préciser que dans l'article de référence, Heutschi *et coll.* (2005) ne détaillent pas la méthode utilisée pour obtenir cette relation.

La figure B.1 en annexe B présente les pressions acoustiques calculées aux divers récepteurs sur toute la durée de la simulation pour les deux pas de discrétisation spatiale. Les maxima des pressions acoustiques et les valeurs moyennes correspondantes sont donnés aux tableaux B.1 et B.2 en annexe B, respectivement pour les deux pas de discrétisation spatiale $\Delta l = 0.2$ m et $\Delta l = 0.1$ m. Les valeurs obtenues pour les points R_1 et R_3 , ainsi que R_2 et R_4 sont là encore parfaitement égales. Les rapports des pressions obtenus sont alors comparés aux valeurs théoriques :

1. $P_2/P_1 = P_4/P_3 = 0.3081$ et $P_6/P_5 = 0.2596$, soit des erreurs respectives de 0.03% et de 15.71% par rapport à la théorie ;
2. $P_2/P_1 = P_4/P_3 = 0.4428$ et $P_6/P_5 = 0.4420$, soit des écarts respectifs de 0.18% et de 0%¹⁰ par rapport à la théorie.

Des simulations supplémentaires ont été effectuées afin de vérifier que l'atténuation atmosphérique est convenablement prise en compte pour d'autres fréquences. La figure B.2 présente les résultats obtenus pour $f = 500$ Hz. Les distances source-récepteurs sont à présent $r_1 = r_3 = r_5 = 5$ m et $r_2 = r_4 = r_6 = 30$ m, d'où $P_2/P_1 = P_4/P_3 = P_6/P_5 = 0.3814$. Les maxima des pressions obtenues aux divers récepteurs et les valeurs moyennes correspondantes sont regroupés dans le tableau B.3 en annexe B. Là encore, les rapports des pressions $P_2/P_1 = P_4/P_3 = 0.3816$ et $P_6/P_5 = 0.3804$ sont très proches des valeurs théoriques, avec des écarts respectifs de 0.05% et de 0.26%.

1.3.4 Conditions micrométéorologiques

1.3.4.1 Propos liminaires

En milieu extérieur, les champs de température et de vent modifient les valeurs spatiales et temporelles de la célérité du son. La combinaison de ces effets thermiques et aérodynamiques se traduit par la notion de célérité effective définie par la relation (Salomons, 2001) :

$${}_t c_{\text{eff}, \mathbf{r}} = \sqrt{\gamma R {}_t T_{\mathbf{r}}} + {}_t \mathbf{W}_{\mathbf{r}} \cdot {}_t \mathbf{u}_{\mathbf{r}}. \quad (1.53)$$

Dans cette expression, $T_{\mathbf{r}}$ désigne la température ambiante et $\mathbf{W}_{\mathbf{r}}$ le vecteur vitesse du vent, \mathbf{u} (vecteur unitaire) correspond à la direction de propagation du son, γ représente le rapport des capacités thermiques ($\gamma = 1.4$ pour l'air) et R est la constante des gaz parfaits ($R = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$). La température ${}_t T_{\mathbf{r}}$ et la vitesse du vent ${}_t \mathbf{W}_{\mathbf{r}}$ sont traditionnellement scindées en une partie déterministe (*i.e.* moyenne, soit $\langle T_{\mathbf{r}} \rangle$ et $\langle \mathbf{W}_{\mathbf{r}} \rangle$, qui rend compte de la réfraction¹¹) et une partie stochastique (*i.e.* fluctuante, soit ${}_t T'_{\mathbf{r}}$ et ${}_t \mathbf{W}'_{\mathbf{r}}$, qui traduit la turbulence), soit (Foken, 2006) :

$${}_t T_{\mathbf{r}} = \langle T_{\mathbf{r}} \rangle + {}_t T'_{\mathbf{r}}, \quad (1.54a)$$

$${}_t \mathbf{W}_{\mathbf{r}} = \langle \mathbf{W}_{\mathbf{r}} \rangle + {}_t \mathbf{W}'_{\mathbf{r}}. \quad (1.54b)$$

1.3.4.2 Expression du terme d'hétérogénéité η

Dans le paragraphe 1.3.2, nous avons introduit le terme η dans la formulation TLM afin de modéliser de manière générale les effets des hétérogénéités dans le milieu de propagation. Ainsi,

10. À la précision des calculs près.

11. En milieu non-bâti, le phénomène de réfraction est essentiellement lié aux gradients verticaux moyens de température et de vent. En milieu urbain, il est possible que l'effet de gradients horizontaux ne soit pas négligeable non plus. Ces phénomènes propres aux milieux encombrés motivent actuellement des travaux de recherche ciblés sur cette problématique.

l'expression (1.36) exprime la célérité c_{TLM} dans le réseau de lignes de transmission en présence d'hétérogénéités, *via* le terme η plutôt qu'en modifiant la célérité c . À l'inverse, l'expression (1.53) montre que les hétérogénéités sont directement introduites dans l'expression de la célérité du son. La cohérence entre ces deux expressions impose que la célérité c_{TLM} en présence d'hétérogénéités ($\eta \neq 0$), donc avec $c = \sqrt{d}c_0$, soit égale à la célérité c_{TLM} en l'absence d'hétérogénéités ($\eta = 0$), mais avec $c = \sqrt{d}{}_t c_{\text{eff}_r}$. L'écriture de cette condition impose alors que le paramètre ${}_t \eta_r$ vérifie la relation suivante :

$${}_t \eta_r = 2d \left[\left(\frac{c_0}{{}_t c_{\text{eff}_r}} \right)^2 - 1 \right], \quad (1.55)$$

qui généralise celle proposée par Dutilleux (2007) à deux dimensions. D'après la relation (1.55), la condition ${}_t \eta_r \geq 0$ impose que $c_0 \geq {}_t c_{\text{eff}_r}$, soit :

$$c_0 \geq \sqrt{\gamma R T_{\text{max}}} + \|\mathbf{W}\|_{\text{max}}, \quad (1.56)$$

où T_{max} et $\|\mathbf{W}\|_{\text{max}}$ sont respectivement les valeurs maximales de la température et de la norme du vecteur vent.

L'expression de la célérité effective donnée à la relation (1.53) impose de connaître la direction de propagation ${}_t \mathbf{u}_r$ des ondes acoustiques en chaque nœud et à tout instant t . Dutilleux (2007) propose de déterminer cette direction en calculant le vecteur intensité acoustique moyen ${}_t \mathbf{I}_{\text{moy}_r}$ au temps t et au point \mathbf{r} , soit :

$${}_t \mathbf{u}_r = \frac{{}_t \mathbf{I}_{\text{moy}_r}}{\|{}_t \mathbf{I}_{\text{moy}_r}\|}. \quad (1.57)$$

Le vecteur intensité acoustique est défini par le produit scalaire du champ de pression acoustique p et du vecteur vitesse particulière \mathbf{v} , soit, au temps t et au point \mathbf{r} :

$${}_t \mathbf{I}_r = {}_t p_r \cdot {}_t \mathbf{v}_r, \quad (1.58)$$

où la composante de la vitesse particulière suivant la direction \mathbf{r} est déterminée par la relation générale :

$${}_t v_r = \frac{{}_t S_r^m - {}_t S_r^n}{\rho_0 c}, \quad (1.59)$$

où m est pair (*voir* condition (1.30)) et ρ_0 désigne la masse volumique du fluide, *i.e.* de l'air. La moyenne arithmétique du vecteur intensité acoustique peut être finalement obtenue en considérant les nœuds adjacents au nœud de coordonnées discrètes \mathbf{r} , soit :

$$\mathbf{I}_{\text{moy}_r} = \frac{1}{(2a+1)^d} \sum_{r_n-a}^{r_n+a} \mathbf{I}_{r_n}, \quad (1.60)$$

où a désigne l'intervalle spatial du moyennage.

Cette approche a été vérifiée qualitativement uniquement par Dutilleux (2007) pour un vent uniforme unidirectionnel en 2D, mais n'a fait pas l'objet de tests quantitatifs ni par l'auteur, ni au cours de la thèse.

1.4 Conditions aux frontières

1.4.1 Introduction

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés uniquement à la propagation acoustique dans un domaine parfaitement « ouvert », *i.e.* en champ libre. En pratique, le milieu de propagation est

borné par des frontières réelles traduisant la présence d'un sol, de façades, de toits, etc. auxquels s'ajoutent des limites virtuelles (frontières ou couches absorbantes) du domaine de calcul. Il est donc impératif d'intégrer ces conditions aux frontières dans la formulation proposée. Comme nous l'avons présenté au paragraphe 1.1.4.2, plusieurs formulations ont déjà été proposées pour la TLM, aussi bien pour les limites absorbantes « artificielles » que pour les frontières réelles. Dans cette section, nous nous intéressons uniquement au cas de frontières réelles définies par une condition de réflexion en pression. Les conditions d'impédance complexe et les limites virtuelles seront détaillées plus spécifiquement dans les chapitres 2 et 3. L'objectif de cette section est donc de présenter simplement le principe général de la prise en compte d'une frontière dans la méthode TLM (paragraphe 1.4.2), puis de vérifier son implémentation (paragraphe 1.4.3) à travers trois exemples : la détermination des modes de résonance d'une salle fermée, le calcul du temps de réverbération d'une salle et la modélisation de la propagation acoustique au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant en milieu extérieur.

1.4.2 Modélisation des frontières

1.4.2.1 Principe

Du fait de l'application d'une grille régulière pour mailler le domaine de calcul, il n'est pas possible de créer un maillage qui s'adapte parfaitement aux limites du domaine. Pour modéliser ces limites dans le réseau de lignes de transmission, les frontières sont considérées à mi-chemin entre des paires de nœuds situés de part et d'autre de la frontière, chacun à une distance $\Delta l/2$ de celle-ci (figure 1.10). Ces paires de nœuds comprennent un nœud situé dans le milieu de propagation (*i.e.* dans l'air) qualifié de nœud « fluide » (nœud bleu sur la figure 1.11) et de coordonnée discrète \mathbf{r} (par convention) et un nœud virtuel (nœud rouge sur la figure 1.11), de coordonnées \mathbf{r}_n^\pm localisé au-delà de la frontière (*i.e.* en-dehors du domaine d'intérêt). Chacun de ces nœuds est placé à une distance $\Delta l/2$ de la frontière pour assurer le synchronisme des impulsions incidentes au nœud \mathbf{r} , après réflexion virtuelle sur la frontière, avec l'ensemble des impulsions incidentes dans le réseau de nœuds à l'intérieur du domaine d'intérêt. La pression sur la frontière est définie à l'instant $t + \frac{\Delta t}{2}$ comme une somme des contributions des nœuds situés de part et d'autre de la frontière à l'instant t , soit :

$${}_{t+\frac{\Delta t}{2}}p_{\mathbf{r}^{\pm 1/2}} = {}_tS_{\mathbf{r}}^m + {}_tS_{\mathbf{r}_n^\pm}^n, \quad (1.61)$$

où m et n désignent les lignes de transmission incidentes à la frontière (*voir* Éq. (1.30)) et $\mathbf{r}_n^{\pm 1/2}$ sont les coordonnées discrètes telles que :

$$\mathbf{r}_n^{\pm 1/2} = \begin{cases} (i \pm 1/2, j, k), & \text{pour } n = 1 \text{ ou } 2, \\ (i, j \pm 1/2, k), & \text{pour } n = 3 \text{ ou } 4, \\ (i, j, k \pm 1/2), & \text{pour } n = 5 \text{ ou } 6. \end{cases} \quad (1.62)$$

De même, la vitesse particulière normale à la paroi s'exprime par :

$${}_{t+\frac{\Delta t}{2}}v_{n_{\mathbf{r}_n^{\pm 1/2}}} = \frac{{}_tS_{\mathbf{r}}^m - {}_tS_{\mathbf{r}_n^\pm}^n}{\rho_0 c}. \quad (1.63)$$

1.4.2.2 Coefficient de réflexion en pression

Dans les travaux portant sur la modélisation de la propagation acoustique en espace clos, la réflexion sur une frontière est traditionnellement modélisée par le biais d'un coefficient de

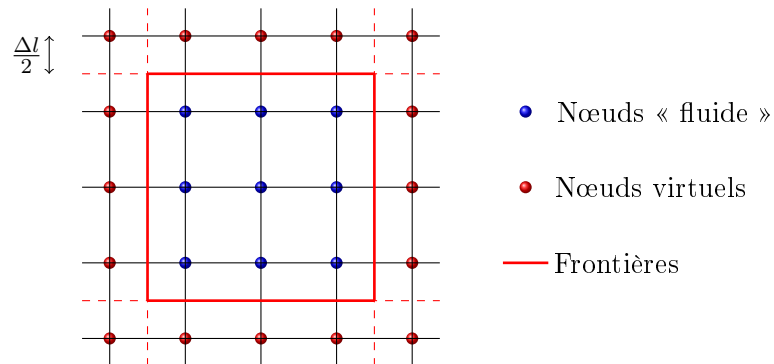


FIGURE 1.10 – Localisation des frontières dans un réseau TLM. Exemple d'un domaine carré : 9 nœuds sont situés dans le milieu de propagation, dont 8 au niveau de la frontière intérieure, et 16 nœuds sont localisés sur la frontière extérieure (nœuds virtuels).

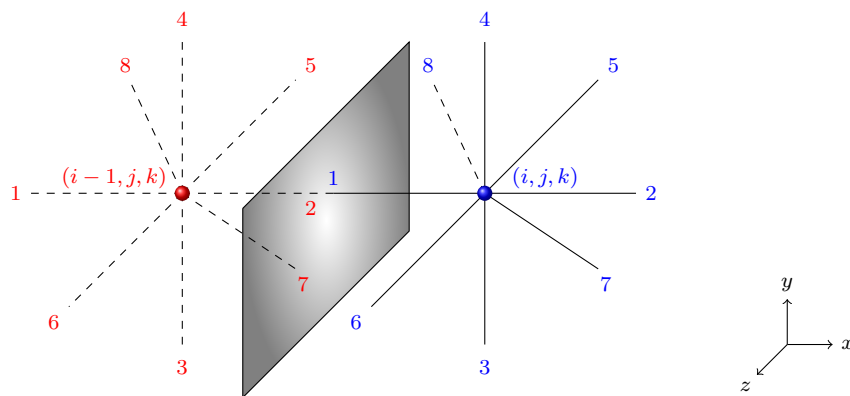


FIGURE 1.11 – Représentation des nœuds de part et d'autre d'une paroi verticale dans le plan $(y0z)$.

réflexion en pression R_n . L'une des lois de connexion (*voir* Éq. (1.29)) reliant l'impulsion incidente au temps $t + \Delta t$ à l'impulsion diffusée au temps t est alors modifiée pour les nœuds situés sur la frontière intérieure (nœud bleu sur la figure 1.11), de manière à prendre en compte la réflexion acoustique par la frontière. L'amplitude de l'impulsion incidente ${}_{t+\Delta t}I_{\mathbf{r}}^n$ au temps $t + \Delta t$ au nœud « fluide » sur la frontière intérieure est donc égale au produit de l'impulsion diffusée ${}_tS_{\mathbf{r}}^n$ par ce même nœud au temps t par le coefficient de réflexion en ondes planes R_n (l'hypothèse d'ondes planes est en effet vérifiée entre deux nœuds tel qu'il l'a été précisé au paragraphe 1.1.2) :

$${}_{t+\Delta t}I_{\mathbf{r}}^n = R_n \times {}_tS_{\mathbf{r}}^n. \quad (1.64)$$

Lorsqu'un nœud est situé au niveau d'une arête ou d'un coin (*i.e.* à proximité de plusieurs frontières), plusieurs lois de connexion (*i.e.* autant qu'il y a de frontières voisines) doivent ainsi être modifiées pour rendre compte de la réaction de chaque paroi. Le coefficient d'absorption en énergie α peut également être introduit à travers la relation :

$$\alpha = 1 - |R_n|^2. \quad (1.65)$$

Il est important de signaler que le nœud virtuel introduit au-delà de la frontière (nœud rouge à la figure 1.11) n'est pas utilisé ici. Il sera employé pour modéliser une condition d'impédance aux frontières (*voir* chapitre 2). La formulation (1.64) permet en effet de limiter l'espace mémoire associé à l'implémentation de ce type de conditions aux frontières. Pour définir une condition équivalente à la relation (1.64) au nœud virtuel, il aurait fallu déterminer l'impulsion diffusée par ce nœud au même instant que l'impulsion diffusée par le nœud « fluide » situé de l'autre côté de la frontière (*i.e.* dans le milieu de propagation), soit :

$${}_tS_{\mathbf{r}_n^\pm}^n = R_m \times {}_tS_{\mathbf{r}}^m, \quad (1.66)$$

où n et \mathbf{r}_n^\pm respectent la condition (1.30).

1.4.3 Vérification numérique

1.4.3.1 Détermination des modes de résonance d'une salle

Propos liminaires

Les réflexions multiples sur les parois d'une salle fermée se traduisent par des phénomènes ondulatoires stationnaires qui, lorsqu'elles satisfont les conditions aux limites, donnent naissance aux modes propres de résonance de la salle (Kuttruff, 1973). Le champ de pression acoustique dans la salle aura alors, aux fréquences propres des modes de la salle, une répartition particulière constituée de ventres et de nœuds. Le nombre de lignes nodales perpendiculaires à une direction donnée définit alors l'ordre du mode dans cette direction. L'écriture de l'équation d'Helmholtz pour une onde de fréquence f (*i.e.* de nombre d'onde $k = 2\pi f$)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0, \quad (1.67)$$

pour une salle aux parois parfaitement rigides et réfléchissantes, *i.e.* vérifiant la condition (pour $\nu = x, y$ ou z)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \nu} \right|_{\nu=0, D_\nu} = 0, \quad (1.68)$$

permet d'obtenir la solution suivante pour le champ de pression acoustique dans la salle :

$$p(x, y, z) = A \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z), \quad (1.69)$$

où A désigne l'amplitude, $k_\nu = n_\nu \pi / D_\nu$ et D_ν désignent le nombre d'onde et la dimension de la salle dans la direction cartésienne ν . À partir de la relation de dispersion

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad (1.70)$$

il est alors possible de définir les fréquences propres de la salle pour chaque mode (n_x, n_y, n_z) par la relation :

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{D_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{D_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{D_z}\right)^2}. \quad (1.71)$$

Résultats numériques

Notre objectif est de montrer ici que la formulation TLM proposée permet de reproduire correctement les champs de pression dans une salle rectangulaire, pour différents modes propres. Les simulations numériques sont réalisées en considérant une source sonore sinusoïdale et transitoire (*i.e.* sur une durée T_0 correspondant à l'émission de 50 périodes du signal sinusoïdal) à la fréquence du mode propre de la salle recherché (*voir* Éq. (1.71)). Le champ de pression en régime stationnaire est ensuite obtenu, à partir de 0.02 s après l'extinction de la source, en intégrant le signal sur une période temporelle suffisamment longue $T = t_2 - t_1$ ($T = 2$ s dans notre cas), *i.e.* en calculant le niveau sonore continu équivalent par rapport à la pression acoustique de référence $p_0 = 2 \times 10^{-5}$ Pa :

$$L_{(e_q, T)}(R) = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{T} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} \left| \frac{p(R, \tau)}{p_0} \right|^2 \right). \quad (1.72)$$

Le choix de la position de la source est crucial pour obtenir le mode recherché. Il s'agit notamment d'éviter de placer la source sur une ligne nodale du mode excité, sans quoi les phénomènes stationnaires risquent d'être fortement perturbés, voire totalement évités. Pour chaque mode propre simulé, la position de la source dans le domaine est donc adaptée. La source est ainsi placée¹² :

- au centre du domaine suivant l'axe ν du repère cartésien ($\nu = x$ ou y) si le mode excité est tel que n_ν est pair ;
- à mi-chemin entre un ventre de pression du mode recherché et une ligne nodale si n_ν est impair (*i.e.* à une distance $D_\nu / (4n_\nu)$ d'une des frontières normales à l'axe ν).

La figure 1.12 présente quelques exemples de cartographies de niveaux de pression acoustique pour différents modes de résonance d'une salle de dimensions 10 m \times 7 m. La colonne de gauche présente les solutions théoriques (Éq. (1.69)) et la colonne de droite les résultats numériques en deux dimensions pour des pas de discrétisation spatiale¹³ et temporelle $\Delta t = 3$ cm et $\Delta t = 8 \times 10^{-5}$ s. Les niveaux de pression acoustique sont dans chaque cas présentés relativement au niveau de pression maximal calculé dans la salle. Les jeux de figure 1.12(a)–1.12(b) et 1.12(c)–1.12(d) mettent en valeur le bon comportement de la formulation TLM dans une plage fréquentielle où les fréquences propres sont bien séparées les unes des autres. À l'inverse, les jeux de figures 1.12(e)–1.12(f) et 1.12(g)–1.12(h) illustrent les difficultés rencontrées pour retrouver les modes de résonance dans une plage fréquentielle où les fréquences propres sont très proches les unes des autres, et ce malgré l'attention particulière portée sur le choix de la localisation de

12. Pour limiter les temps de calcul, les simulations sont réalisées pour une salle en deux-dimensions. Le passage en 3D donne des résultats similaires.

13. Le pas spatial choisi respecte largement la condition (1.1) de validité du modèle puisque, dans ce cas, $\Delta l / \lambda = 0.4$ à $f = 100$ Hz

la source pour ces simulations. D'autres modes de résonance, non présentés ici, viennent en effet perturber ces deux derniers (*voir* tableau 1.3). Ainsi, une certaine « influence » du mode (0, 4) de fréquence propre $f = 98$ Hz sur le mode (1, 4) à $f = 100$ Hz peut être décelée (figure 1.12(f)). De même, le mode (6, 0) à $f = 103$ Hz semble affecter la simulation du mode (4, 3) à $f = 101$ Hz (figure 1.12(h)). Les difficultés rencontrées pour simuler des modes de résonance de fréquences propres proches proviennent probablement des dimensions considérées pour calculer les modes propres théoriques de la salle puisque les frontières sont placées à mi-chemin entre deux nœuds dans le modèle TLM. Ceci implique une différence Δl des dimensions de la salle qui n'a pas été prise en compte pour déterminer la solution théorique.

TABLE 1.3 – Fréquences propres d'une salle de dimensions $D_x = 10$ m et $D_y = 7$ m. Les fréquences des modes propres présentés à la figure 1.12 apparaissent en gras.

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|--------|--------|------------|------------|-----------|--------|-----------|--------|--------|--------|
| mode (n_x, n_y) | (1, 0) | (0, 1) | (1, 1) | (2, 0) | (2, 1) | (0, 2) | (3, 0) | (1, 2) | (3, 1) | (2, 2) |
| f (Hz) | 17 | 25 | 30 | 34 | 42 | 49 | 52 | 52 | 57 | 60 |
| mode (n_x, n_y) | (4, 0) | (3, 2) | (4, 1) | (0, 3) | (1, 3) | (2, 3) | (4, 2) | (5, 0) | (5, 1) | (3, 3) |
| f (Hz) | 69 | 71 | 73 | 74 | 76 | 81 | 85 | 86 | 90 | 90 |
| mode (n_x, n_y) | (0, 4) | (5, 2) | (1, 4) | (4, 3) | (6, 0) | | | | | |
| f (Hz) | 98 | 99 | 100 | 101 | 103 | | | | | |

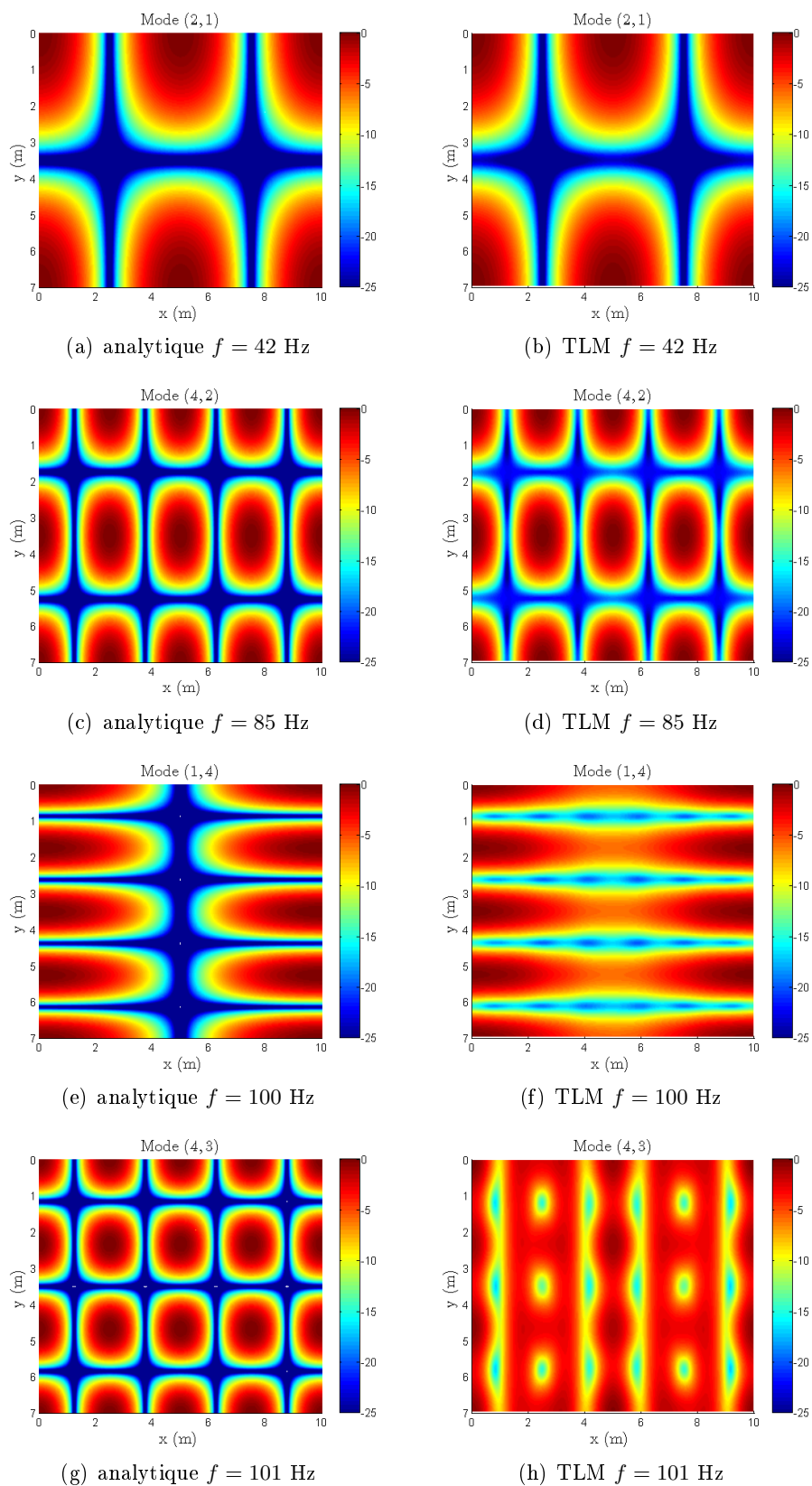


FIGURE 1.12 – Modes propres d'une salle de dimensions $D_x = 10$ m et $D_y = 7$ m (2D). Confrontation des solutions numériques (à droite) obtenues avec une résolution spatiale de $\Delta l = 3$ cm et temporelle et de $\Delta t = 6 \times 10^{-5}$ s, avec les solutions théoriques (à gauche).

1.4.3.2 Calcul du temps de réverbération d'une salle

Propos liminaires Le temps de réverbération (noté TR) d'une salle est défini comme le temps mis pour obtenir une décroissance de 60 dB du niveau sonore dans une salle après extinction de la source. En se plaçant dans le cadre de la théorie classique de la réverbération, basée sur l'hypothèse de champ diffus (*i.e.* le champ sonore est homogène en tout point de la salle, et le flux d'énergie est nul), le TR peut être déterminé par le biais de la formule de Sabine (Kuttruff, 1973) :

$$\text{TR} = 0.16 \frac{V}{A}, \quad (1.73)$$

où V est le volume de la salle et A est l'aire d'absorption équivalente définie par

$$A = \sum_n S_n \alpha_n, \quad (1.74)$$

où S_n et α_n sont respectivement la surface et le coefficient d'absorption d'un élément de surface n de la salle (tel que $\sum_n S_n = S$, S désignant la surface totale de la salle).

La relation du temps de réverbération (1.73) est en principe valide pour une salle dont la géométrie est homogène (salle quasi-cubique), et pour des coefficients d'absorption faibles¹⁴ et homogènes sur la surface de la salle. Lorsque le coefficient d'absorption est plus élevé, il est préférable d'utiliser la formule d'Eyring (1930) :

$$\text{TR} = 0.16 \frac{V}{-S \ln(1 - \bar{\alpha})}, \quad (1.75)$$

où $\bar{\alpha} = A/S$ représente le facteur d'absorption moyen des parois.

Résultats numériques

Les simulations réalisées ont consisté à évaluer le temps de réverbération d'une salle de dimensions $5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ à l'aide du modèle TLM tridimensionnel¹⁵. Les pas de discrétisation spatiale et temporelle sont respectivement $\Delta l \approx 5 \text{ cm}$ et $\Delta t \approx 8 \times 10^{-5} \text{ s}$. La réaction des parois de la salle est définie par un coefficient de réflexion en pression fonction du coefficient d'absorption en énergie des parois (*voir* Éq. (1.65)) et identique pour toutes les parois. La source et le récepteur sont placés à 1 m des parois dans des angles opposés de la salle. La source émet une impulsion gaussienne à la fréquence $f = 500 \text{ Hz}$:

$${}_t s = A \exp \left[-\pi^2 (f t - 1)^2 \right], \quad (1.76)$$

où A désigne l'amplitude maximale du signal. La source est modélisée en un nœud de coordonnées discrètes $\mathbf{r}_S = (i_S, j_S, k_S)$ en modifiant l'amplitude de chacune de ses impulsions incidentes¹⁶, soit :

$${}_t I_{\mathbf{r}_S}^n = {}_t s + {}_t I_{\mathbf{r}_S}^n. \quad (1.77)$$

La figure 1.13 présente la signature temporelle de la source, ainsi que sa Densité Spectrale de Puissance (DSP).

14. La littérature ne pose pas réellement de limite pour le coefficient d'absorption, mais on peut considérer qu'au-delà de 0.3, le coefficient d'absorption est déjà important.

15. Des simulations en 2D ont également été effectués avec des résultats plutôt satisfaisants. Le calcul d'un temps de réverbération dans une salle en 2D (Kosten, 1960; Hirata, 1979) n'ayant jamais pu être validé expérimentalement pour des raisons évidentes, ces essais ne sont pas présentés.

16. L'amplitude du signal émis vaut par conséquent $A = 0.5$ pour une amplitude maximale unitaire de la pression acoustique émise par la source (*voir* Éq.(1.9)).

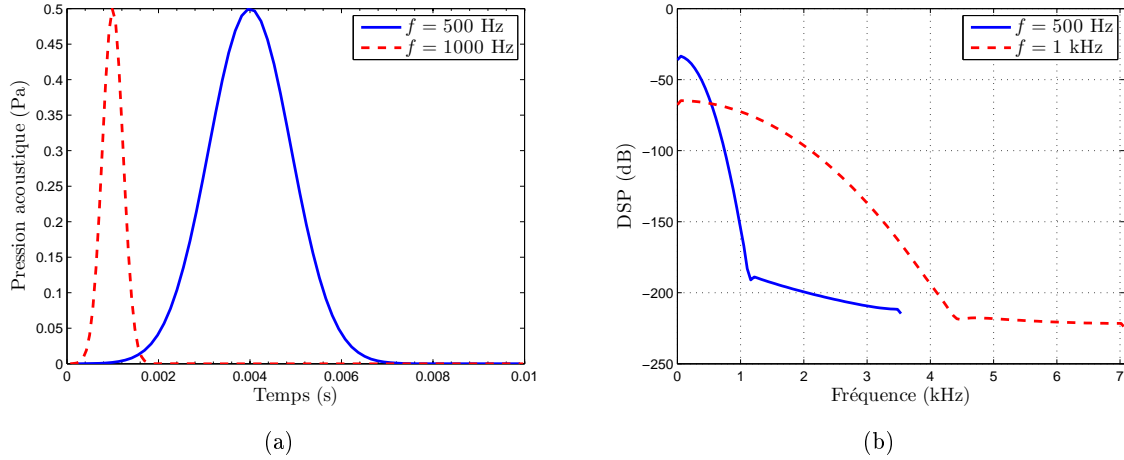


FIGURE 1.13 – Source définie par une distribution gaussienne à $f = 500$ Hz ($f_S = 7.07$ kHz) et à $f = 1$ kHz ($f_S = 14.14$ kHz) : (a) pression acoustique et (b) Densité Spectrale de Puissance (DSP). (b).

Le signal reçu au récepteur est filtré passe-bande avec une fréquence de coupure basse égale à la fréquence de Schroeder¹⁷, donnée par :

$$f_S = 2000 \sqrt{\frac{TR}{V}}, \quad (1.78)$$

et une fréquence de coupure haute égale à la fréquence maximale de validité du modèle numérique (*i.e.* $f = 500$ Hz). La figure 1.14 présente le signal « brut » reçu au récepteur, ainsi que l'allure du signal après filtrage, pour un coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha} = 0.6$. Comme attendu dans une salle de dimensions homogènes, une décroissance linéaire du niveau de pression est ainsi observée dans une plage fréquentielle située au-dessus de la fréquence de Schroeder.

Le temps de réverbération est évalué pour des valeurs de coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ allant de 0.05 à 0.9 par pas de 0.05. Une interpolation linéaire du signal filtré est réalisée par la méthode d'intégration itérative de Schroeder (1980). Le temps de réverbération est ensuite calculé sur une décroissance comprise entre -5 dB et -35 dB (RT30) pour être comparé aux résultats donnés par un modèle numérique développé par Picaut (2005) et basé sur la théorie du transport de particules sonores (SPPS)¹⁸. La figure 1.15 présente des exemples de décroissance sonore obtenus pour différentes valeurs du coefficient d'absorption moyen des parois. Les temps de réverbération déterminés pour les diverses valeurs de $\bar{\alpha}$ sont donnés à la figure 1.16. Les résultats numériques sont confrontés aux solutions statistiques de Sabine et d'Eyring et au modèle numérique SPPS. Un bon accord est observé entre les différents modèles, avec toutefois une très légère sous-estimation du temps de réverbération par le modèle TLM pour $\bar{\alpha} < 0.15$.

Les temps de décroissances précoces (ou EDT), définis par la pente de la décroissance entre 0 dB et -5 dB, ont également été évalués pour les mêmes coefficients d'absorption moyens des

17. La fréquence de Schroeder permet de déterminer la fréquence basse au-dessus de laquelle la théorie classique de la réverbération (basée sur l'hypothèse de champs diffus) est applicable. Pour des fréquences inférieures, des phénomènes d'ondes stationnaires se produisent (*voir* paragraphe 1.4.3.1), et génèrent des distributions non-homogènes de la pression acoustique dans la salle. Dans ce dernier cas, l'hypothèse de champs diffus n'est donc pas vérifiée.

18. Les simulations ont été réalisées en considérant des réflexions diffuses sur les parois, de manière à se placer dans les mêmes conditions que pour la théorie classique de la réverbération.

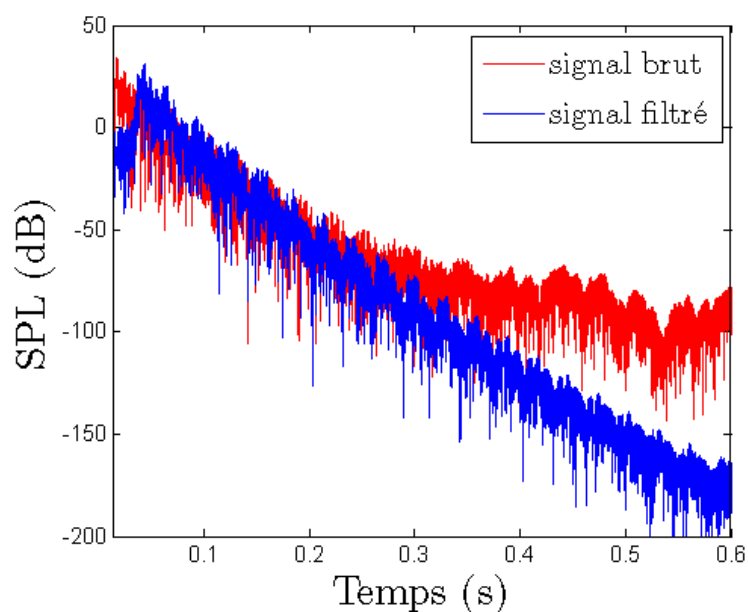
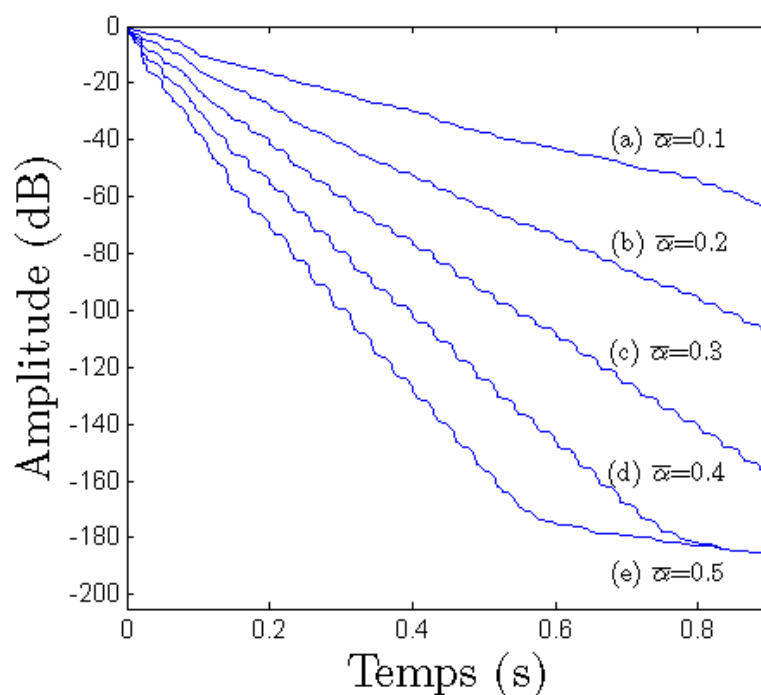


FIGURE 1.14 – Décroissance sonore au récepteur avec et sans filtrage.

FIGURE 1.15 – Décroissances sonores pour différentes valeurs du coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ de la salle.

parois. Les résultats, donnés à la figure 1.17, illustrent un bon accord entre le modèle TLM et le code de calcul SPPS, malgré une divergence plus importante pour $\bar{\alpha} = 0.1$.

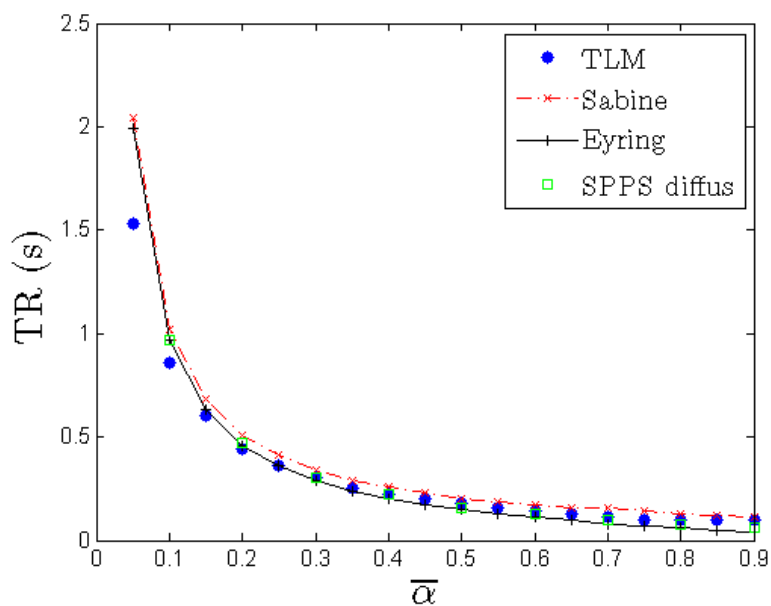


FIGURE 1.16 – Temps de réverbération en fonction du coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ des parois. Confrontation des résultats numériques (ronds bleus), aux solutions classiques (traits noirs continus et pointillés) et aux résultats numériques obtenus avec le code SPPS (carrés verts).

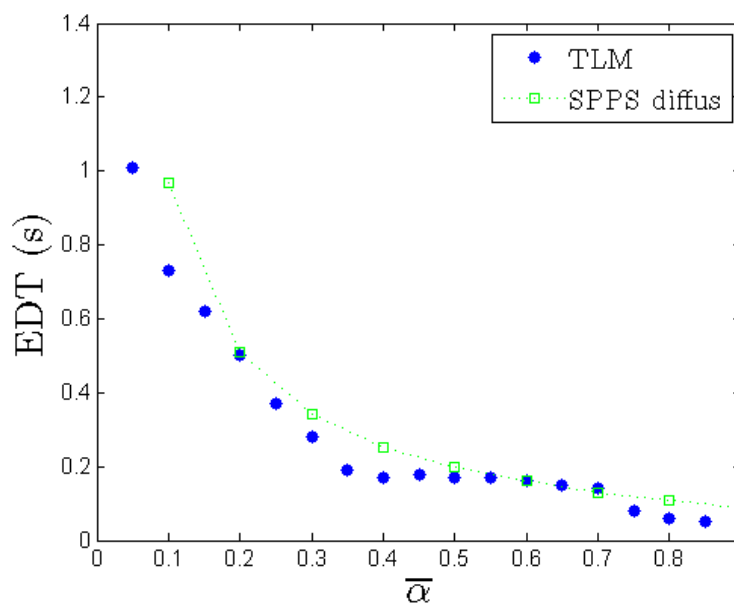


FIGURE 1.17 – Temps de décroissance précoce en fonction du coefficient d'absorption moyen $\bar{\alpha}$ des parois. Confrontation des résultats numériques du modèle TLM (en bleu) aux résultats donnés par le code SPPS (carrés verts).

1.4.3.3 Propagation à « grande distance » au-dessus d'un sol

Propos liminaires

Nous nous intéressons maintenant au cas de la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan, homogène et parfaitement réfléchissant (figure 1.18), entre un point source et un point d'observation¹⁹. Dans ce domaine d'étude, il est d'usage d'évaluer, non pas le niveau de pression du champ acoustique total en un point d'observation, mais l'excès d'atténuation apporté par la présence de la surface (*i.e.* le sol). Cet excès d'atténuation correspond au niveau de pression relatif au champ libre, qui s'exprime dans le domaine temporel par :

$$\Delta L(R, t) = 10 \log_{10} \left| \frac{p_t(R, t)}{p_d(R, t)} \right|^2, \quad (1.79)$$

où $p_t(R, t)$ représente le champ de pression total parvenant en un récepteur R (somme du champ direct et du champ réfléchi par le sol), et $p_d(R, t)$ désigne le champ de pression direct (ou en champ libre). Les résultats numériques sont évalués dans le domaine temporel en utilisant une source harmonique transitoire de durée T_0 , puis intégrés dans le temps (*voir* Éq. (1.72)). La relation (1.79) peut par conséquent se mettre sous la forme :

$$\Delta L_{(T)}(R) = L_{t_{(eq,T)}}(R) - L_{d_{(eq,T)}}(R), \quad (1.80)$$

où $L_{t_{(eq,T)}}$ et $L_{d_{(eq,T)}}$ sont les niveaux sonores équivalents des champs de pression respectivement total et direct sur la fenêtre temporelle $T = t_2 - t_1$. En pratique, l'instant initial t_1 correspond au moment à partir duquel le récepteur le plus éloigné de la source a « vu passer » au minimum 10 fronts d'onde. Cette procédure permet de s'assurer que le champ sonore au niveau du point d'observation soit quasi-stable et que l'ensemble des réflexions sur le sol arrivent au récepteur. L'instant final t_2 est choisi de façon à ce qu'aucune réflexion parasite sur les frontières virtuelles du domaine n'ait pu parvenir au récepteur. Ces limites sont par conséquent repoussées aussi loin que possible du domaine d'intérêt afin de garantir une fenêtre temporelle d'intégration suffisamment large.

Dans le domaine fréquentiel, le spectre de niveau de pression relatif au champ libre est déterminé par le biais de la relation :

$$\Delta L(R, \omega) = 10 \log_{10} \left| \frac{P_t(R, \omega)}{P_d(R, \omega)} \right|^2, \quad (1.81)$$

où $P_t(R, \omega)$ et $P_d(R, \omega)$ sont respectivement les spectres d'amplitude des champs de pression total et direct temporels.

Le niveau de pression relatif au champ libre est calculé en quatre étapes successives :

1. le champ de pression total $p_t(R, t)$ ou $P_t(R, \omega)$ est tout d'abord évalué en une série de récepteurs R répartis au-dessus du sol pour une certaine localisation de source ;
2. le champ de pression direct $p_d(R, t)$ ou $P_d(R, \omega)$ est ensuite déterminé pour les mêmes localisations de source et de récepteurs sans la présence du sol, *i.e.* en champ libre (les seules frontières du domaine sont les limites du domaine de calcul) ;
3. les niveaux sonores équivalents (en dB), direct et total, sont alors calculés sur une plage temporelle T par le biais de la relation discrète (1.72) ;

19. Il est important de signaler que les hauteurs des sources et récepteurs données par la suite sont des hauteurs nominales qui doivent être réduites de $\Delta l/2$ pour tenir compte du fait que la frontière est située à mi-chemin entre deux nœuds.

4. les niveaux sonores relatif au champ libre sont enfin estimés à l'aide de la formule (1.80) ou de la relation (1.81).

Les résultats numériques sont confrontés aux solutions analytiques en régime permanent données par le modèle d'Ingard-Rudnick pour un sol caractérisé par une condition d'impédance (Rudnick, 1947 ; Ingard, 1951). De manière à simuler une réflexion parfaite sur le sol, la résistance spécifique au passage de l'air est choisie très élevée (quasi-infinie).

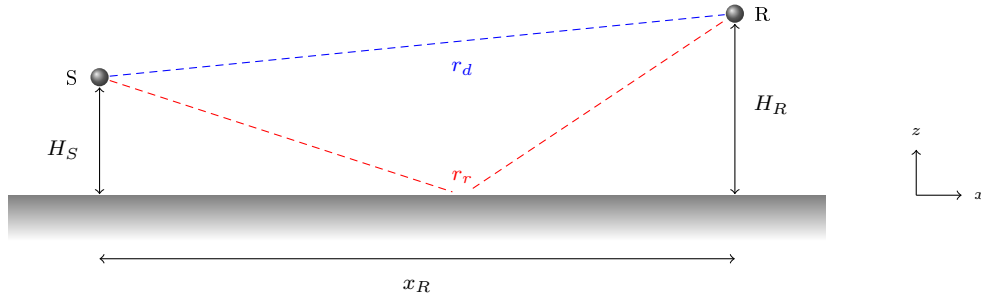


FIGURE 1.18 – Géométrie source-récepteur pour l'étude de la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan, homogène et parfaitement réfléchissant.

Résultats numériques

Les résultats présentés à la figure 1.20 sont issus de simulations numériques réalisées avec une source permanente sinusoïdale de fréquence f dans deux configurations géométriques distinctes : la première consiste à placer la source à $H_S = 1.1$ m du sol caractérisé par un coefficient de réflexion en pression unitaire, et la seconde à introduire une source-image substituant le sol²⁰ (figure 1.19). Les niveaux de pression relatifs au champ libre sont évalués perpendiculairement au sol (axe orienté suivant z , à x constant passant par la source, figure 1.20(a)), parallèlement au sol (axe orienté suivant x , à z constant passant par la source figure 1.20(b)) et dans la direction transversale au réseau (suivant l'axe $x = z$ passant par la source, figure 1.20(c)). Des fluctuations de très faibles amplitudes apparaissent sur la courbe d'atténuation 1.20(a) pour des récepteurs situés au-delà de 2 m de la source, c'est-à-dire à 3.1 m du sol. Il faut noter que ces fluctuations se manifestent également pour toutes les courbes de niveaux sonores relatifs au champ libre présentées par la suite, mais que les échelles adoptées ne permettent pas nécessairement de les mettre en valeur. Un très bon accord entre les solutions numériques et analytiques est finalement mis en évidence, quelque soit la position des points d'observation.

La propagation du son au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant a également été étudiée pour plusieurs hauteurs de source H_S et de récepteurs H_R . À titre d'exemple, la figure 1.21 présente les niveaux sonores relatifs au champ libre, aux fréquences $f = 100$ Hz ($\Delta l = 0.2$ m) et $f = 300$ Hz ($\Delta l = 0.1$ m), pour une hauteur $H_S = H_R = 5$ m. Les récepteurs sont répartis sur les nœuds situés dans l'axe de la source et dans la direction x parallèle au sol, jusqu'à une distance de 50 m de la source. Là encore, un bon accord avec les solutions analytiques est observé, avec toutefois, un léger décalage des positions d'interférence. Ce décalage peut être dû à une plage d'intégration trop courte pour le calcul des niveaux équivalents ou à la dispersion numérique dans la direction transversale au maillage.

²⁰. Cette méthode permet de valider la formulation TLM suivant une autre approche.

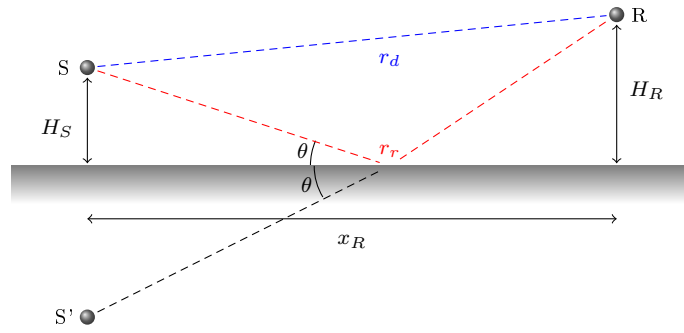


FIGURE 1.19 – Usage d’une source-image pour l’étude de la propagation acoustique au-dessus d’un sol plan homogène semi-infini.

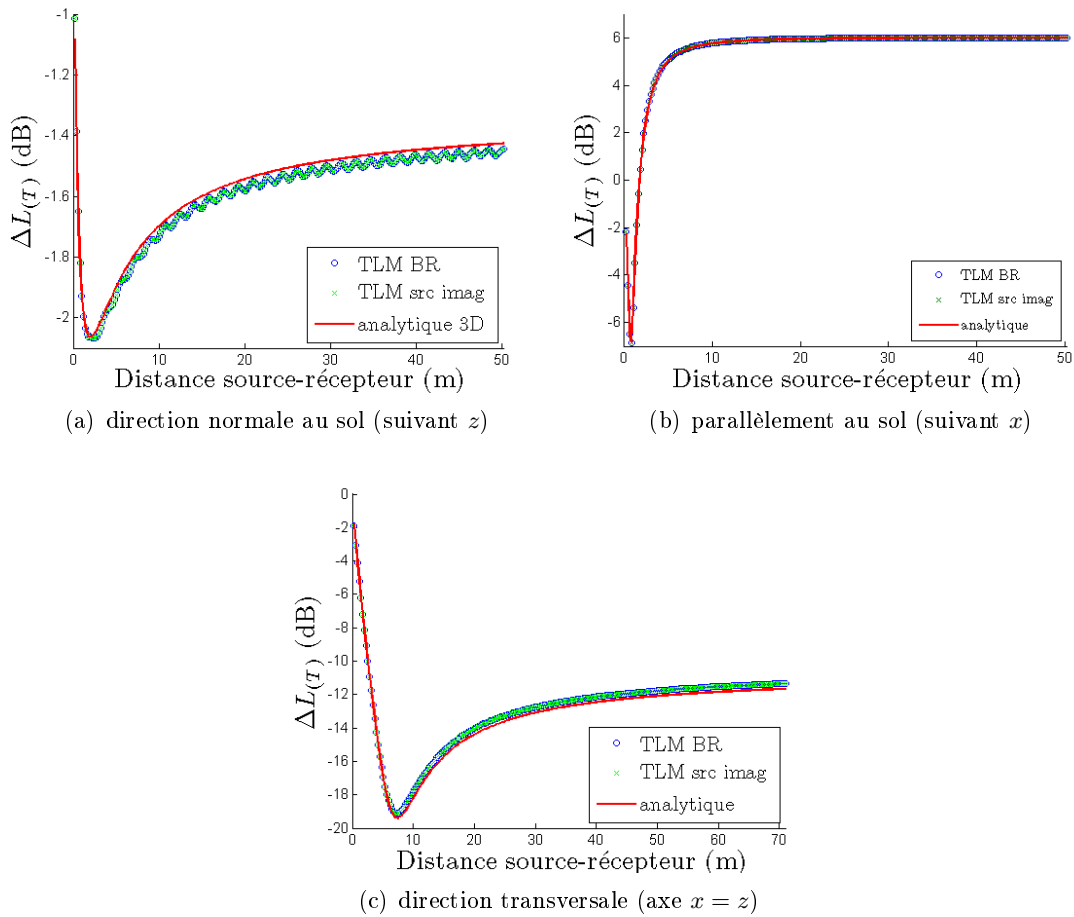


FIGURE 1.20 – Niveaux de pression relatifs au champ libre à $f = 100$ Hz pour une source placée à $H_S = 1.1$ m d’un sol parfaitement réfléchissant. Les récepteurs sont répartis (a) dans la direction normale au sol, (b) parallèlement au sol et (c) dans la direction transversale au maillage (vers les x et les z croissants). Confrontation des résultats numériques ($\Delta l = 0.2$ m) en présence du sol (cercles bleus) et avec une source-image substituant le sol (croix vertes), avec la solution analytique (traits rouges).

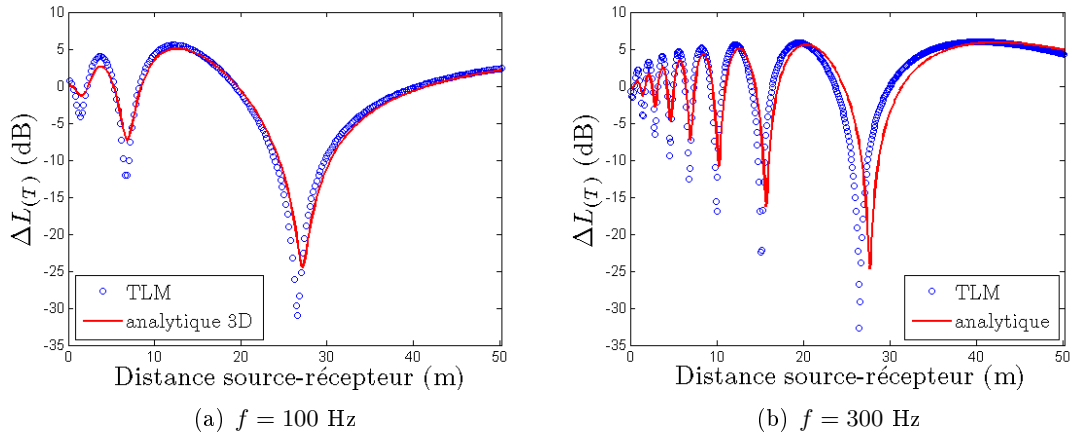


FIGURE 1.21 – Niveaux de pression relatifs au champ libre (a) à $f = 100$ Hz et (b) $f = 300$ Hz pour un sol caractérisé par un coefficient de réflexion en pression unitaire avec $H_S = H_R = 5$ m.

Les spectres de niveaux de pression relatifs au champ libre ont également été déterminés en utilisant une source « impulsionnelle ». L'impulsion est générée à l'aide d'une distribution gaussienne de fréquence $f = 1500$ Hz. Un exemple de signal reçu au niveau d'un récepteur et un exemple de fenêtre de Hanning utilisée pour tronquer ce signal sont donnés à la figure 1.22. La figure 1.23 présente les spectres d'atténuation pour $H_S = 1$ m, $H_R = 2$ m et $x_R = 20$ m, ainsi que pour $H_S = 0.2$ m, $H_R = 1.5$ m et $x_R = 15$ m. Les pas de discrétisation spatiale et temporelle sont $\Delta l = 0.02$ m et $\Delta t = 4.1 \times 10^{-5}$ s respectivement. Un bon accord avec les solutions analytiques est encore une fois observé, y compris pour des fréquences légèrement supérieures à la fréquence maximale de validité des résultats numériques (*i.e.* $f_{\max} = 1500$ Hz).

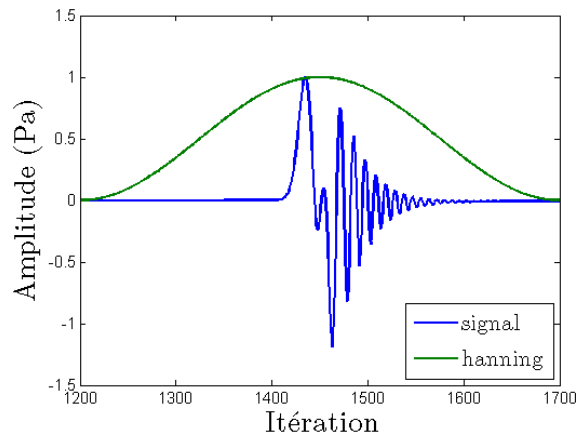


FIGURE 1.22 – Signal reçu au récepteur et fenêtrage temporel.

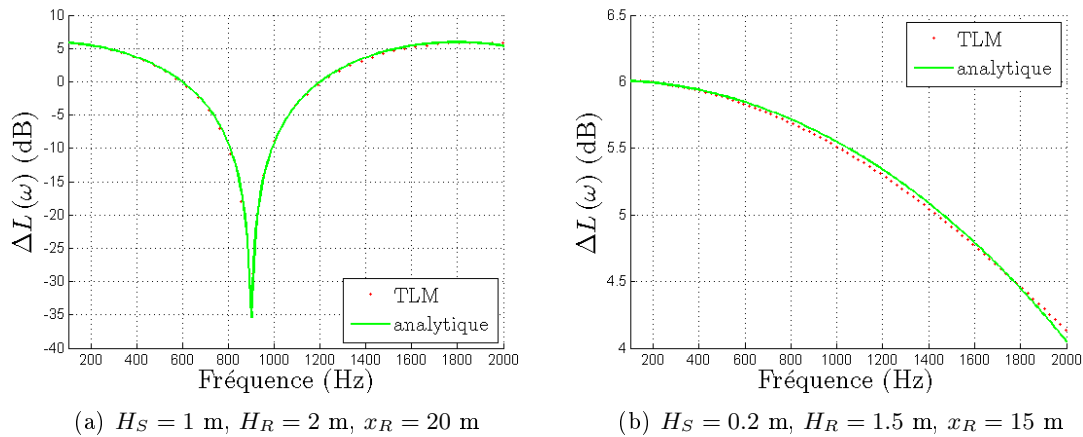


FIGURE 1.23 – Spectres de niveaux de pression relatifs au champ libre pour un sol parfaitement réfléchissant avec (a) $H_S = 1$ m, $H_R = 2$ m et $x_R = 20$ m, et avec (b) $H_S = 0.2$ m, $H_R = 1.5$ m et $x_R = 15$ m.

1.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté l’approche TLM issue de l’électromagnétisme, et montré son application dans différents domaines de l’acoustique. Nous nous sommes ensuite focalisés sur les études portant sur l’application de la TLM à la modélisation de la propagation en milieu aérien, notamment en acoustique des salles et en milieu extérieur. Cette étude de la littérature nous a permis de faire une synthèse des approches développées pour modéliser différents phénomènes propagatifs (en plus du processus de propagation qui est inhérent à la TLM), comme certains effets micrométéorologiques, l’absorption atmosphérique et la réflexion acoustique par des parois rigides parfaitement réfléchissantes. Après une analyse détaillée²¹, nous avons retenu les approches qui nous semblaient les plus pertinentes pour construire une formulation générique 1D/2D/3D intégrant simultanément l’ensemble des phénomènes. Ce travail de réécriture nous a d’ailleurs permis d’insister sur les risques de confusion entre les différentes formulations de la célérité : la célérité des ondes dans le réseau TLM (c_{TLM}), la célérité c liée au rapport du pas spatial sur le pas temporel (Éq. (1.14)) et la célérité du son dans l’air (c_0). Sans remettre en doute les résultats proposés, cette confusion est parfois présente dans certains articles scientifiques de référence. Enfin, hormis la prise en compte de la célérité effective du son (approche proposée par Dutilleux (2007)) qui n’a pas été validée quantitativement ni par l’auteur, ni dans le cadre de cette thèse, chacun des phénomènes physiques introduits dans notre formulation a donné lieu à une vérification par nos soins²², qui vient en complément de celle présentée par les auteurs dans leur(s) propre(s) article(s) de référence.

Parmi les phénomènes élémentaires de la propagation acoustique en milieu extérieur, les effets de sols comptent parmi les plus influents, que ce soit à courte distance (quelques mètres) ou à grande distance (plusieurs centaines de mètres)²³. Ces effets sont notamment dus aux propriétés physiques et mécaniques pouvant être très diverses sur un même domaine de propagation,

21. L’ensemble de cette analyse n’est pas présentée dans la thèse. Le lecteur pourra se reporter à un certain nombre de rapports de recherche plus détaillés, disponibles au LCPC (voir annexe A).

22. Cette vérification montre en même temps les possibilités d’application de la TLM.

23. À « grande » distance, les effets météorologiques et l’absorption atmosphériques sur les niveaux sonores sont particulièrement significatifs.

propriétés éventuellement évolutives dans le temps (Junker *et coll.*, 2006b). Par exemple, la propagation du bruit du trafic routier se fait initialement sur un revêtement de chaussée, puis éventuellement sur un trottoir et/ou sur des sols naturels de propriétés différentes. D'un point de vue « acoustique », les sols peuvent être caractérisés par une impédance (suivant différents modèles) caractérisant la pénétration et la réflexion des ondes sonores dans les différentes couches constituant le matériau. L'interaction du champ sonore directe et du champ réfléchi se traduit alors par des interférences dont la localisation spatiale et fréquentielle est justement fonction de ces caractéristiques de sol. Dans le cadre de notre problématique, il est donc important de pouvoir intégrer ces modèles d'impédance dans notre formulation TLM. Des auteurs ont déjà proposé une première approche, mais nous proposerons et validerons notre propre formulation dans le chapitre 2.

D'autre part, lorsqu'on aborde la modélisation numérique de la propagation acoustique en milieu extérieur, le problème de la délimitation virtuelle d'un domaine de propagation normalement « infini » se pose inévitablement. Dans le cadre des simulations numériques présentées dans ce premier chapitre, et comme beaucoup d'auteurs, afin d'éviter la présence de signaux parasites issus de réflexions sur les limites du domaine dans les résultats numériques au niveau des points d'observation, nous avons systématiquement repoussé ces limites le plus loin possible. Toutefois, cette manipulation peut se traduire par une extension considérable du domaine de calcul, ce qui limite par conséquent les applications de la TLM dans le cas de milieux de propagation étendus. Pour éviter d'avoir recours à ce type de solution, de nombreux auteurs ont proposé d'utiliser des frontières ou des couches absorbantes. Dans le chapitre 3, nous reviendrons sur les approches développées dans la littérature, puis nous proposerons et validerons un nouveau modèle basé sur une approche intuitive de couches absorbantes.

Chapitre 2

Conditions d'impédance aux frontières

Avant propos

Notion d'impédance complexe

L'impédance $Z(\omega)$ d'une surface est une quantité complexe qui relie les transformées de Fourier $P(\omega)$ du champ de pression acoustique sur la frontière et $V_n(\omega)$ de la vitesse particulaire normale à la limite, par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$P(\omega) = Z(\omega) \cdot V_n(\omega). \quad (2.1)$$

Le comportement d'un milieu situé en aval d'une frontière est ainsi « ramené » à une condition aux limites d'impédance sur la frontière¹. L'impédance est constituée d'une partie réelle résistive $X(\omega)$ et d'une partie imaginaire réactive $Y(\omega)$ (voir Potel et Bruneau, 2006) :

$$Z(\omega) = X(\omega) + jY(\omega). \quad (2.2)$$

La résistance $X(\omega)$ traduit les mécanismes de rayonnement ainsi que de dissipation visqueuse et thermique. Elle présente le même signe que le flux d'énergie $I_n(\omega)$ pénétrant dans la frontière qui s'exprime dans le cas d'une frontière fixe sous la forme :

$$I_n(\omega) = \frac{1}{2} X(\omega) |V_n(\omega)|^2. \quad (2.3)$$

Le flux d'énergie qui pénètre dans la frontière est positif ou nul selon que cette dernière est absorbante ou non. La partie résistive $X(\omega)$ de l'impédance complexe est par conséquent également toujours positive ou nulle. L'analogie mécanique de la résistance acoustique est un amortisseur : il n'y a pas d'énergie emmagasinée, mais uniquement dissipée. La réactance $Y(\omega)$ traduit quant à elle une combinaison de comportements inertiels (masse) et élastiques (compressibilité ou souplesse). L'analogie mécanique de la réactance acoustique est une masse ou un ressort : l'énergie est emmagasinée sous forme d'énergie cinétique ou potentielle, et peut être restituée.

La transposition de l'expression (2.1) de la pression $P(\omega)$ dans le domaine temporel fait intervenir un produit de convolution de la transformée inverse $z(t)$ de l'impédance $Z(\omega)$, définie par (\mathfrak{F}^{-1} désignant la transformée de Fourier inverse)

$$z(t) = \mathfrak{F}^{-1}[Z(\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2.4)$$

1. Ceci est à l'origine de la notion « d'impédance ramenée ».

et de la vitesse particulaire normale $v_n(t)$, soit :

$$p(t) = z(t) * v_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t') \cdot v_n(t - t') dt'. \quad (2.5)$$

Toutefois, une des principales difficultés rencontrées dans le développement de méthodes temporelles concerne la modélisation de conditions d'impédance, traditionnellement définies dans le domaine de Fourier, tout en minimisant le coût numérique associé². En effet, les modèles d'impédance de référence, qu'ils soient d'origine semi-empirique (Delany et Bazley, 1970 ; Miki, 1990) ou analytique (Zwikker et Kosten, 1949 ; Attenborough, 1987 ; Allard et Champoux, 1992 ; Champoux et Stinson, 1992 ; Bérengier *et coll.*, 1997), sont tous définis dans le domaine fréquentiel.

Formulation TLM d'une condition d'impédance dans la littérature

La méthode la plus intuitive pour modéliser la propagation du son au-dessus d'un matériau poreux consiste à introduire explicitement la couche poreuse dans le domaine de calcul, sans faire usage d'une condition d'impédance. Dans le cadre de la modélisation temporelle de la propagation du son en milieu extérieur, cette technique a été employée par Salomons *et coll.* (2002) dans un modèle basé sur la résolution des équations d'Euler linéarisées dans le domaine temporel. Dans cet article, les auteurs considèrent le milieu poreux comme un fluide continu pour les ondes sonores, décrit par l'intermédiaire de trois paramètres : sa résistance spécifique au passage de l'air R_S , sa porosité Ω et sa constante structurelle k_S . Dans des travaux similaires réalisés par Dong (2000 ; 2002), le sol est caractérisé non seulement par le jeu de paramètres caractéristiques précédent, mais également par sa tortuosité q , sa perméabilité κ , sa viscosité dynamique η , son module de cisaillement μ , ainsi que par les modules de compressibilité K_b du squelette rigide, K_s des grains solides et K_f des pores fluides. Cette approche a également été mise en œuvre dans un modèle TLM par Kristiansen et Jezzine (2000) avec le même jeu de paramètres caractéristiques du milieu poreux que précédemment. Néanmoins, la prise en compte du sol dans le domaine de calcul augmente considérablement les coûts numériques. La modélisation des conditions aux frontières en « ramenant » les phénomènes au niveau de l'interface, *via* une condition d'impédance, permet de réduire en principe ces coûts numériques.

L'unique formulation TLM d'une condition d'impédance aux frontières dans la littérature a été proposée par Hofmann et Heutschi (2007), et consiste à substituer l'impédance $Z(\omega)$ par une fonction polynomiale de la forme :

$$Z_l(\omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l [j\omega]^l. \quad (2.6)$$

Inspirés des travaux de Botteldooren (1995), cette méthode avait déjà été appliquée par Heutschi *et coll.* (2005) dans un modèle basé sur la résolution des équations d'Euler linéarisées dans le domaine temporel³. Une approximation basse fréquence de l'expression (2.6) de l'impédance au premier et au second ordre permet de traduire l'expression (2.1) de la pression $P(\omega)$

2. Cette contrainte a déjà été énoncée à propos de la modélisation rigoureuse de l'absorption atmosphérique qui suscite l'usage de filtres numériques (*voir* paragraphe 1.3.1.2).

3. La représentation polynomiale diffère entre ces deux références par l'approximation basse fréquence réalisée par Heutschi *et coll.*

sur la frontière en faisant usage des relations

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t} \stackrel{\mathfrak{F}}{\underset{\mathfrak{F}^{-1}}{=}} j\omega F(\omega), \quad (2.7a)$$

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \stackrel{\mathfrak{F}}{\underset{\mathfrak{F}^{-1}}{=}} \frac{1}{j\omega} F(\omega), \quad (2.7b)$$

sous la forme :

$${}^tP_{(l=1)} = \rho_0 c_0 a_0 v_n(t) + \rho_0 c_0 a_{-1} \int_{t_0}^t v_n(\tau) d\tau, \quad (2.8a)$$

$$\begin{aligned} {}^tP_{(l=2)} &= \rho_0 c_0 a_0 v_n(t) + \rho_0 c_0 a_{-1} \int_{t_0}^t v_n(\tau) d\tau \\ &\quad + \rho_0 c_0 a_{-2} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t'} v_n(\tau) d\tau dt'. \end{aligned} \quad (2.8b)$$

La substitution des expressions (1.61) de la pression sur la frontière et (1.63) de la vitesse particulaire normale dans les définitions (2.8) mène alors à :

$${}^tS_{\mathbf{r}_n^\pm}^n = \frac{1}{1 + A_0 + A_{-1}} \left[{}^tS_{\mathbf{r}}^m (-1 + A_0 + A_{-1}) + A_{-1} \sum_{\tau=t_0}^{t-\Delta t} \left({}^\tau S_{\mathbf{r}}^m - {}^\tau S_{\mathbf{r}_n^\pm}^n \right) \right], \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} {}^tS_{\mathbf{r}_n^\pm}^n &= \frac{1}{1 + A_0 + A_{-1} + A_{-2}} \left[{}^tS_{\mathbf{r}}^m (-1 + A_0 + A_{-1} + A_{-2}) \right. \\ &\quad + (A_{-1} + A_{-2}) \sum_{\tau=t_0}^{t-\Delta t} \left({}^\tau S_{\mathbf{r}}^m - {}^\tau S_{\mathbf{r}_n^\pm}^n \right) \\ &\quad \left. + A_{-2} \sum_{t'=t_0}^{t-\Delta t} \sum_{\tau=t_0}^{t'} \left({}^\tau S_{\mathbf{r}}^m - {}^\tau S_{\mathbf{r}_n^\pm}^n \right) \right], \end{aligned} \quad (2.9b)$$

avec

$$A_0 = a_0 \frac{c_0}{c}, \quad (2.10)$$

$$A_{-1} = a_{-1} \frac{c_0}{c} \Delta t, \quad (2.11)$$

$$A_{-2} = a_{-2} \frac{c_0}{c} (\Delta t)^2. \quad (2.12)$$

Dans les références (Heutschi *et coll.*, 2005) pour la FDTD et (Hofmann et Heutschi, 2007) pour la TLM, le sol est représenté par le modèle d'impédance de Delany et Bazley (1970). Ce modèle semi-empirique s'exprime en fonction du rapport de la fréquence angulaire et de la résistance spécifique au passage de l'air R_S du matériau⁴ exprimée en unités c.g.s.. L'impédance

4. La résistance spécifique au passage de l'air représente l'imperméabilité du matériau. Elle est couramment rencontrée dans la littérature sous la notation σ et s'exprime, en unités c.g.s., en Rayl.cm^{-1} ($1 \text{ Rayl.cm}^{-1} = 1 \text{ kN.s.m}^{-4}$).

Z_{DB} et le nombre d'onde k_{DB} du matériau poreux, normalisés respectivement par l'impédance caractéristique $Z_0 = \rho_0 c_0$ et le nombre d'onde $k_0 = \omega/c_0$ dans l'air, sont donnés respectivement par :

$$Z_{DB}(\omega) = \left[1 + 9.08 \left(\frac{\omega}{2\pi R_S} \right)^{-0.754} - j11.9 \left(\frac{\omega}{2\pi R_S} \right)^{-0.732} \right], \quad (2.13a)$$

$$k_{DB}(\omega) = \left[1 + 10.8 \left(\frac{\omega}{2\pi R_S} \right)^{-0.70} - j10.3 \left(\frac{\omega}{2\pi R_S} \right)^{-0.59} \right], \quad (2.13b)$$

avec le domaine de validité suivant :

$$10 < \frac{\omega}{2\pi R_S} < 1000. \quad (2.14)$$

Delany et Bazley (1970) soulignent également la non-rigidité structurelle d'un grand nombre de matériaux pour des valeurs inférieures à la limite basse de la condition (2.14). Il est important de noter que le signe de la partie imaginaire des lois (2.13) est lié à la convention temporelle en $e^{j\omega t}$ choisie pour la représentation complexe (Daigle *et coll.*, 1979).

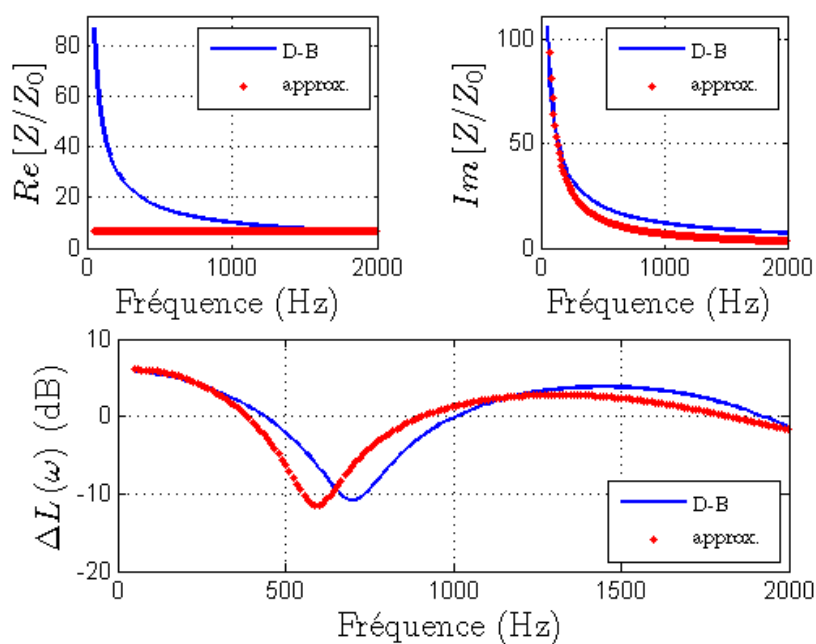
Vérification numérique pour un sol plan homogène

L'implémentation de cette condition d'impédance nécessite d'évaluer les coefficients dans la formule (2.6). La méthode que nous avons utilisée est la même que celle proposée par Hofmann et Heutschi (2007) et consiste à évaluer les coefficients polynômiaux de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre les niveaux de pression relatifs au champ libre calculés avec le modèle d'impédance et ceux obtenus avec son approximation polynomiale. Les coefficients sont donc évalués sur le résultat en termes d'excès d'atténuation plutôt que sur le modèle d'impédance lui-même.

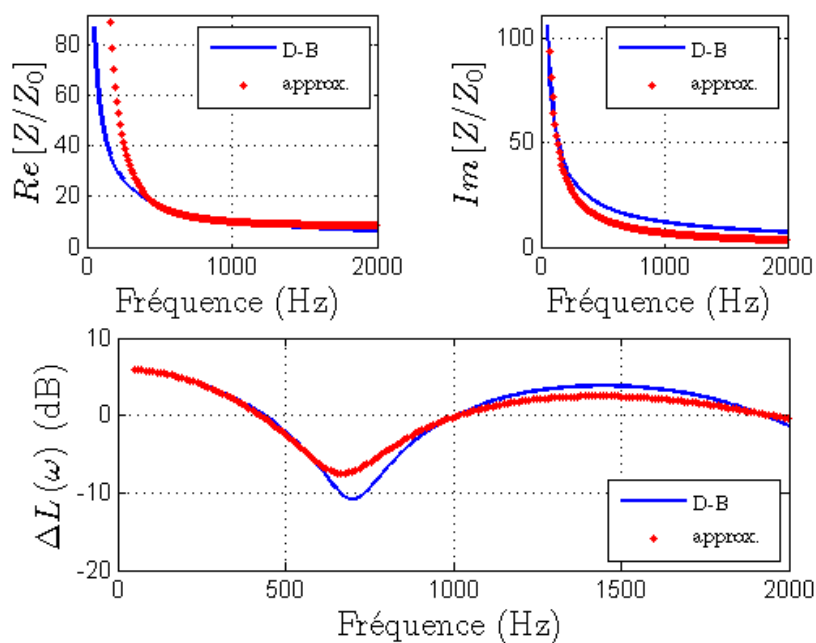
Dans notre cas, ce jeu de coefficients a été obtenu en considérant une optimisation sur un ensemble de 250 géométries différentes, définies par plusieurs hauteurs de source H_S , plusieurs hauteurs de récepteur H_R et plusieurs distances source-récepteur x_R : $H_S = 1$ m à 5 m par pas de 1 m ; $H_R = 1$ m à 5 m par pas de 1 m ; $x_R = 10$ m à 100 m par pas de 10 m (*voir* figure 1.18 pour le détail de la géométrie). À titre d'illustration, la figure 2.1 présente les parties réelles et imaginaires de l'impédance approchée par les polynômes du premier et du second ordre (avec les coefficients obtenus), ainsi que les niveaux sonores relatifs au champ libre pour la configuration ($H_S = 1$ m, $H_R = 2$ m, $x_R = 20$ m), pour un sol défini par une résistance spécifique au passage de l'air $R_S = 100$ kN.s.m⁻⁴. Cette figure met en évidence l'amélioration significative de l'approximation de la partie réelle de l'impédance par un polynôme du second ordre ; la partie imaginaire demeure quant à elle inchangée puisque les parties imaginaires des deux polynômes sont rigoureusement identiques.

Étant donné le coût numérique associé à une telle écriture de la condition d'impédance, seule la représentation polynomiale au premier ordre a été testée par la suite. La figure 2.2 illustre les niveaux sonores relatifs au champ libre obtenus pour $H_S = H_R = 2$ m et un sol caractérisé par des résistances spécifiques au passage de l'air R_S de 50 kN.s.m⁻⁴, 300 kN.s.m⁻⁴ et 1000 kN.s.m⁻⁴. L'accord avec les solutions analytiques est plutôt satisfaisant pour une fréquence $f = 100$ Hz et se dégrade significativement pour $f = 300$ Hz, notamment pour des matériaux de faible imperméabilité. Ceci résulte de la mauvaise approximation de la partie imaginaire de l'impédance à cette fréquence.

Les spectres de niveaux de pression relatifs au champ libre ont également été évalués pour une source « impulsionnelle » ($f = 1500$ Hz). La figure 2.3 rassemble les spectres obtenus



(a)



(b)

FIGURE 2.1 – Approximation polynomiale du modèle d'impédance de Delany et Bazley (1970) pour $R_S = 100 \text{ kN.s.m}^{-4}$ (a) au 1^{er} ordre et (b) au 2nd ordre. Comparaisons des parties réelles $Re[Z(\omega)]$ et imaginaires $Im[Z(\omega)]$ et de l'excès d'atténuation $\Delta L(\omega)$ obtenus avec l'approximation polynomiale avec leur expression exacte.

pour des hauteurs de source et de récepteurs tels que $H_S = 1$ m et $H_R = 2$ m (colonne de gauche), ainsi que $H_S = 0.2$ m et $H_R = 1.5$ m (colonne de droite), pour un sol présentant une résistance au passage de l'air valant successivement $R_S = 50, 300$ et 1000 kN.s.m⁻⁴. Un très bon accord est observé entre les résultats numériques et les solutions analytiques utilisant la fonction polynômiale du premier ordre pour substituer le modèle d'impédance. Ceci permet de valider effectivement l'écriture du champ de pression (*voir* Éq. (1.61)) et de la vitesse particulaire normale à la frontière (*voir* Éq. (1.63)) dans la formulation. En revanche, des erreurs importantes sont clairement mises en évidence par rapport à la solution analytique obtenue avec l'expression originale du modèle d'impédance⁵.

Nécessité d'une nouvelle approche

La transposition d'une condition d'impédance aux frontières dans le domaine temporel exige des précautions particulières, notamment en ce qui concerne la validité de ces modèles d'impédance qui doivent respecter trois conditions *sine qua non* (Rienstra, 2006) :

1. causalité : le champ de pression sur la frontière $p(t)$ ne peut pas dépendre de la vitesse particulaire normale $v_n(\tau)$ pour $\tau > t$, et réciproquement. L'impédance $Z(\omega)$ et l'admittance $Z^{-1}(\omega)$ doivent donc être causales. En d'autres termes, l'impédance $Z(\omega)$ doit être une fonction analytique⁶ et non-nulle dans $\text{Im}(\omega) < 0$. Un modèle d'impédance ne vérifiant pas cette condition provoque des instabilités numériques ;
2. passivité : une frontière décrite par une condition d'impédance absorbe de l'énergie. La partie réelle (*i.e.* la partie résistive) de l'impédance a le même signe que le flux d'énergie pénétrant dans la paroi $I_n(\omega)$ (*voir* Éq. (2.3)) qui est positif ou nul. La partie réelle de l'impédance est par conséquent également positive ou nulle sur l'ensemble du plan fréquentiel complexe $\omega \in \mathbb{R}$, c'est-à-dire $\text{Re}[Z(\omega)] \geq 0$. Le non-respect de cette condition se traduit alors par une production d'énergie au niveau de la frontière ;
3. réalité : le champ de pression sur la frontière $p_{(b)}(t)$ et la vitesse particulaire normale $v_{n(b)}(\tau)$ étant réels, l'impédance $z(t)$ l'est également, *i.e.* $Z^*(\omega) = Z(-\omega)$, où le symbole * désigne le complexe conjugué. La violation de cette condition se traduit par des résultats non-admissibles physiquement.

Le modèle de Delany et Bazley (1970) défini par les relations (2.13), employé dans les références (Heutschi *et coll.*, 2005) et (Hofmann et Heutschi, 2007), ne respecte pas la seconde condition (figure 2.4) et ne peut par conséquent pas être rigoureusement employé dans un modèle temporel. Miki (1990) a d'ailleurs proposé une formulation modifiée de ce modèle (*voir* Éq. (2.35)) après avoir constaté que la partie réelle de l'impédance de surface donnée par le modèle original devient négative aux basses fréquences.

Outre ce choix discutable de modèle d'impédance, la procédure de recherche des coefficients polynômiaux proposée par Hofmann et Heutschi (2007) ne garantit aucunement une bonne approximation d'un modèle d'impédance, et encore moins le respect des trois conditions évoquées précédemment, nécessaires pour l'obtention d'un modèle d'impédance physiquement admissible dans le domaine temporel. En effet, malgré un bon accord du niveau de pression relatif au champ libre entre la solution analytique et le calcul TLM, les erreurs sur la représentation des parties réelle et imaginaire de l'impédance peuvent être importantes. En outre, la simple description de

5. Il faut noter que, dans leur article de référence, Hofmann et Heutschi (2007) ont fait le choix de ne montrer que la comparaison avec le modèle analytique utilisant l'approximation polynômiale, et non avec le modèle original d'impédance censé être approché par la fonction polynômiale.

6. Une fonction analytique est une fonction pouvant s'exprimer localement comme une série entière convergente.

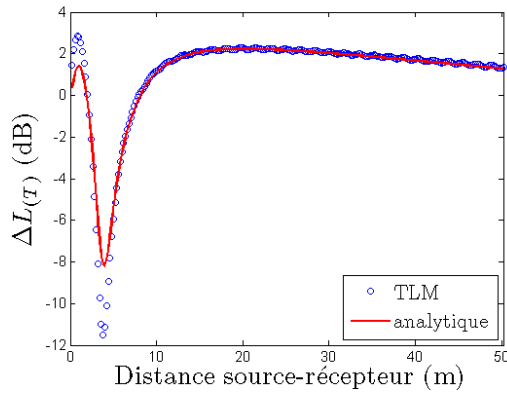
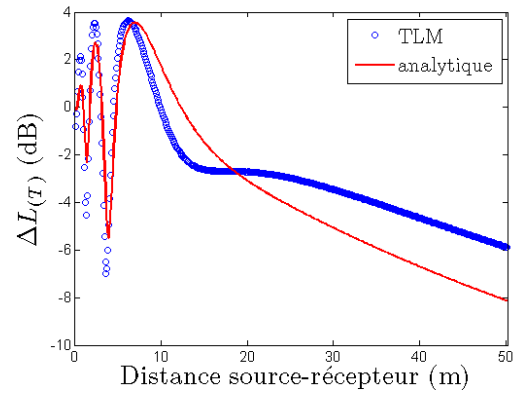
l'impédance par un polynôme du second ordre accroît considérablement le coût numérique déjà élevé du modèle et rend cette démarche inexploitable pour l'étude de la propagation acoustique en milieu extérieur.

Une nouvelle formulation TLM d'une condition d'impédance est présentée dans ce chapitre. La méthode proposée est inspirée de travaux réalisés en FDTD, et consiste à réaliser une approximation de l'impédance par une somme de systèmes linéaires (Reymen *et coll.*, 2006). Cette méthode permet de représenter finement n'importe quel modèle d'impédance, que ce soit dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine temporel, et d'aboutir dans les deux cas à une expression temporelle de l'impédance. Par ailleurs, cette approche est associée à une méthode de convolution récursive qui permet de limiter significativement le coût numérique associé au calcul de la condition aux frontières (*voir* relation (2.5)).

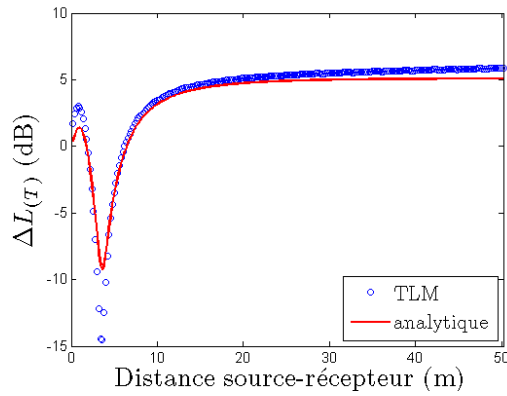
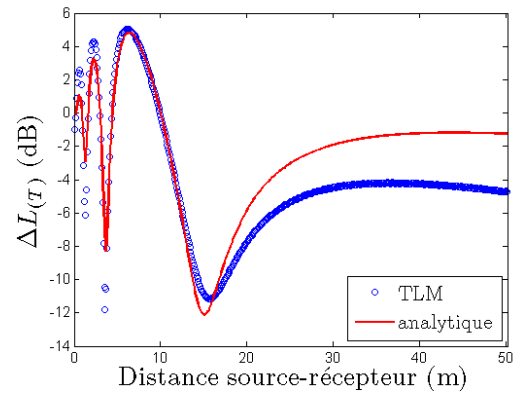
Comme nous le verrons, l'approche employée pour approcher le modèle d'impédance nécessite toutefois de pouvoir exprimer analytiquement la réponse impulsionnelle $z(t)$ du modèle temporel. Le calcul de la transformée de Fourier de l'impédance complexe n'est cependant pas toujours possible analytiquement, en particulier, et comme nous l'évoquerons dans la conclusion de ce chapitre (section 2.5), si la frontière considérée possède une épaisseur finie. Pour palier ce problème, la solution consisterait à identifier les coefficients dans le domaine fréquentiel plutôt que dans le domaine temporel (*voir* Cotté, 2008).

La suite de ce chapitre correspond à un article soumis à une revue intitulé « Time-domain impedance formulation for TLM modelling of outdoor sound propagation » (G. Guillaume, J. Picaut, G. Dutilleux et B. Gauvreau). La résistance au passage de l'air, notée précédemment R_S , est notée σ dans le reste du chapitre. L'introduction 2.1 et la section 2.2 étant redondantes par rapport aux propos formulés dans le chapitre 1, le lecteur pourra se reporter directement à la section 2.3.

$$R_S = 50 \text{ kN.s}^{-4}$$

(a) $f = 100 \text{ Hz}$ (b) $f = 300 \text{ Hz}$

$$R_S = 300 \text{ kN.s}^{-4}$$

(c) $f = 100 \text{ Hz}$ (d) $f = 300 \text{ Hz}$

$$R_S = 1000 \text{ kN.s}^{-4}$$

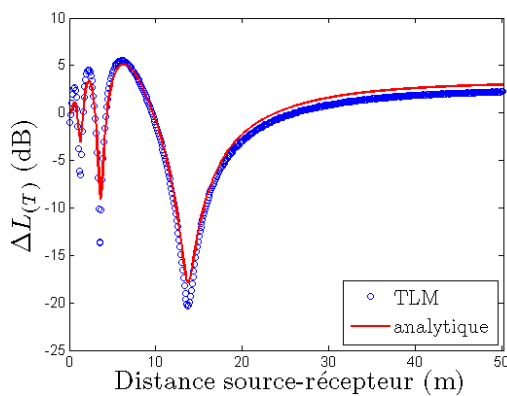
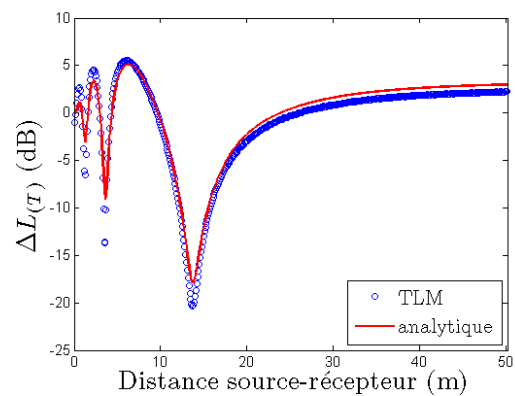
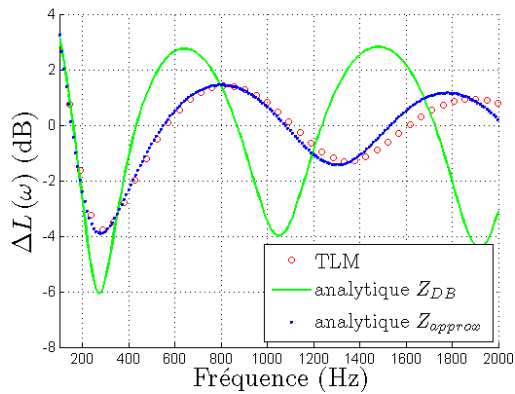
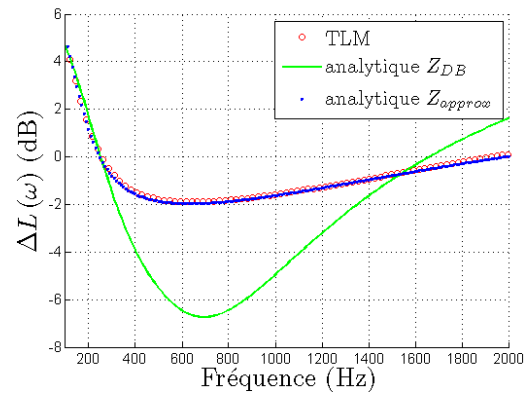
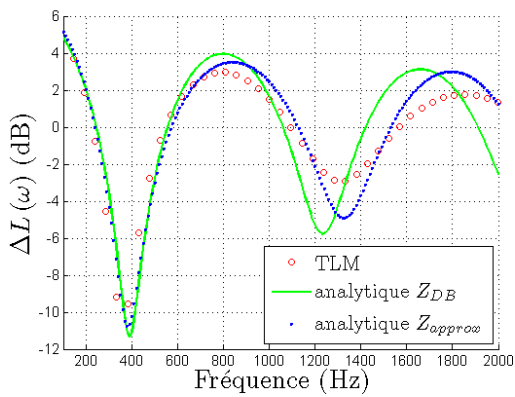
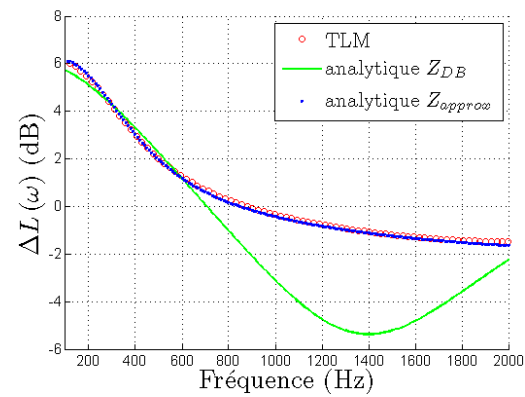
(e) $f = 100 \text{ Hz}$ (f) $f = 300 \text{ Hz}$

FIGURE 2.2 – Niveaux de pression relatifs au champ libre à des fréquences (colonne de gauche) $f = 100 \text{ Hz}$ et (colonne de droite) $f = 300 \text{ Hz}$ pour un sol présentant une résistance spécifique au passage de l'air (a)–(b) $R_S = 50 \text{ kN.s.m}^{-4}$, (c)–(d) $R_S = 300 \text{ kN.s.m}^{-4}$ et (e)–(f) $R_S = 1000 \text{ kN.s.m}^{-4}$. Les résultats numériques sont confrontés à la solution analytique avec le modèle d'impédance « théorique » (Z_{DB}).

$$R_S = 50 \text{ kN.s}^{-4}$$

(a) $H_S = 1 \text{ m}$, $H_R = 2 \text{ m}$ (b) $H_S = 0.2 \text{ m}$, $H_R = 1.5 \text{ m}$

$$R_S = 300 \text{ kN.s}^{-4}$$

(c) $H_S = 1 \text{ m}$, $H_R = 2 \text{ m}$ (d) $H_S = 0.2 \text{ m}$, $H_R = 1.5 \text{ m}$

$$R_S = 1000 \text{ kN.s}^{-4}$$

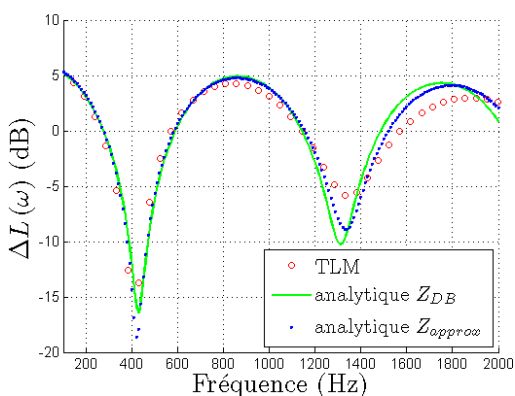
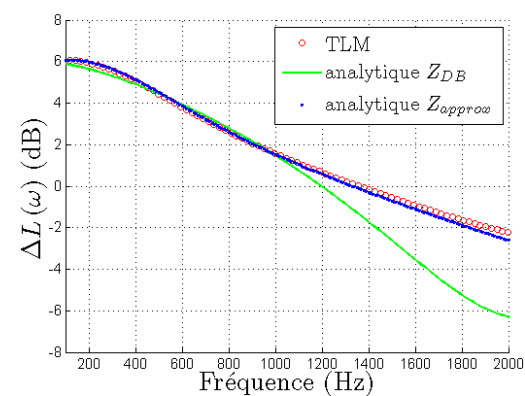
(e) $H_S = 1 \text{ m}$, $H_R = 2 \text{ m}$ (f) $H_S = 0.2 \text{ m}$, $H_R = 1.5 \text{ m}$

FIGURE 2.3 – Spectres de niveaux de pression relatifs au champ libre obtenus à une distance $x_R = 10 \text{ m}$ de la source pour (colonne de gauche) $H_S = 1 \text{ m}$ et $H_R = 2 \text{ m}$, ainsi que pour (colonne de droite) $H_S = 0.2 \text{ m}$ et $H_R = 1.5 \text{ m}$. Le sol, caractérisé par le modèle de Delany et Bazley, présente une résistance spécifique au passage de l'air (a)–(b) $R_S = 50 \text{ kN.s.m}^{-4}$, (c)–(d) $R_S = 300 \text{ kN.s.m}^{-4}$, et (e)–(f) $R_S = 1000 \text{ kN.s.m}^{-4}$. Les résultats numériques sont confrontés à la solution analytique avec le modèle d'impédance « théorique » (Z_{DB}) et avec son approximation polynômiale Z_{approx} .

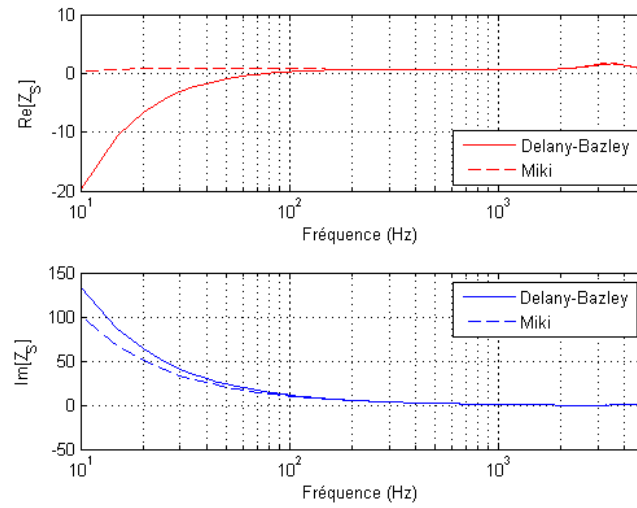


FIGURE 2.4 – Parties réelles et imaginaires des impédances normalisées Z/Z_0 données par les modèles de Delany et Bazley et de Miki pour un matériau poreux d'épaisseur finie $e = 0.04$ m reposant sur une couche imperméable. La résistance spécifique au passage de l'air du matériau est $R_s = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$.

2.1 Introduction

Outdoor sound propagation is very sensitive to the characteristics of the atmosphere and to the boundary conditions, two parameters that both vary in space and time. Unfortunately, most of acoustical models, mainly derived in the frequency domain, like the parabolic equation (PE) or the rays tracing methods (Salomons, 2001), assume a frozen atmosphere in order to consider the short term (turbulence) and mid term (refraction) fluctuations of atmosphere characteristics, which can lead to a wide dispersion in SPL (Junker *et coll.*, 2006a). Moreover, such models are not able to quantify the SPL time variations due to temporal fluctuations of ground impedance values, which can also have a significant effect for long range sound propagation (Junker *et coll.*, 2006a; Cramond et Don, 1987). Thus, the intrinsic time variability of those input data require to develop and to use time dependent models for outdoor acoustic propagation, like the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) (Salomons *et coll.*, 2002), which is becoming easier with the increase in computational power and numerical storage space.

More recently, an alternative approach, the Transmission Line Matrix (TLM) method has attracted attention in acoustics. TLM was first introduced in the field of electromagnetism by Johns and Beurle (Johns et Beurle, 1971). It was applied to wave propagation in 2D waveguides with homogeneous medium. Johns has extended the method to 3D waveguides of arbitrary section for the computation of cut-off frequency. From these first works, TLM seems to have received a sustained interest. Anisotropy has been introduced (Hoefler, 1985). A symmetrical condensed node (SCN) scheme has been introduced by Saguet *et al.* (Saguet et Pic, 1982; Johns, 1987a). Absorbing boundary conditions have been formulated in the TLM framework (Morente *et coll.*, 1992), or obtained from the coupling between TLM and FDTD (Eswarappa et Hoefler, 1995). Direct implementation of Bérenger's Perfectly Matched Layer (Bérenger, 1994) (PML) has then been proposed (Dubard et Pompéi, 1997, 2000; Le Maguer, 2001; Le Maguer et Ney, 2001). Others have successfully introduced moving boundaries in TLM (Mueller *et coll.*, 1992). Although TLM is essentially a time-domain method, a frequency-domain formulation is also available (Jin et Vahldieck, 1992). The recent research addresses the development of efficient computational schemes (Le Maguer *et coll.*, 2004), or non cartesian meshes (Sewell *et coll.*, 2004, 2005).

TLM is not limited to electromagnetism, and numerous applications of this method are also possible in mechanics (De Cogan *et coll.*, 2005). In particular, two decades after the seminal paper of Johns and Beurle, Saleh and Blanchfield have proposed the first application of TLM in acoustics, with the modelling of the 2D radiation pattern of array transducers (Saleh et Blanchfield, 1990). In acoustics, TLM has also been used under the names of "Discrete Huygens's Modeling" (DHM) "Scattering Element Method" (SEM) or "Digital Waveguide Networks" (SEM). El Masri *et al.* have applied the TLM method for the modelling of 3D propagation in the vocal tract (El-Masri *et coll.*, 1996) and investigated the effects of higher order modes. Lastly, O'Connor and Cavanagh have used the TLM method to the active control of noise from an engine exhaust (O'Connor et Cavanagh, 1997).

Kagawa *et al.* have investigated systematically the possibilities and limits of TLM in acoustics (Kagawa *et coll.*, 1998). Besides cartesian 2D and 3D, this paper describes axisymmetric propagation, defines nodes with dissipation and local velocity variation, and introduces a model of interface between two fluid media. From this first study, several developments were proposed in the field of acoustics. Portí and Morente described a SCN for acoustics (Portí et Morente, 2001a,b). Propagation in velocity varying environments including the case of mean flow has also been approached, with an application to underwater acoustics (Kagawa *et coll.*, 2001). The calculation of the local particle velocity and the sound intensity has been proposed

(Dutilleux et Kristiansen, 2004). Lastly, Tsuchiya and Kagawa gave digital equivalent circuits of TLM (Tsuchiya et Kagawa, 2005). Applications of TLM to room acoustics have also been published. For example the results of TLM have been compared with a good agreement to Eyring's theory (Kagawa *et coll.*, 1999). More recently, tetrahedral formulations of TLM for room acoustics have been used to compute impulse responses in rooms (Blau et Wilde, 2004; Miklavcic et Ericsson, 2004) and the feasibility of the distribution of TLM acoustic computations has been shown (Dutilleux et Waechter, 2004).

The use of TLM for outdoor sound propagation remained limited for a long time by the lack of computational power. Kristiansen *et al.* have first studied the propagation of monochromatic waves or pulses in a 2D street network and computed the impulse response over a non flat porous ground up to the 100 m distance range in the [10 – 1000] Hz frequency range, with a good agreement compared to experimental results (Kristiansen *et coll.*, 2000; Kristiansen et Jezzine, 2000). Later, Tsuchiya showed that the atmospheric absorption could be modeled by the use of high-order finite impulse response filters (Tsuchiya, 2006), but the computational burden is heavy. More recently, Hofmann and Heutschi studied the sound propagation over a porous ground in the case of a temperature-induced sound speed gradient (Hofmann et Heutschi, 2007). In this last paper, TLM is compared to FDTD and PE; while the results are equivalent, the computational burden is reported to be 3 times smaller. They also derive a pressure-based iterative scheme to significantly reduce the amount of memory required to carry out the computation. Lastly, Dutilleux proposed a technique to introduce the effective sound speed in TLM by using sound intensity (Dutilleux, 2007). Therefore, wind-induced sound speed gradients can be taken into account, with upwind and downwind propagation condition. By the same approach, the author shows that atmospheric turbulence could also be introduced in TLM. At last, in the context of urban sound propagation, the possibility to simulate a boundary with diffuse reflection is also proposed by a numerical implementation of a Schroeder's diffusor in the TLM (Dutilleux et Kristiansen, 2004).

While it is easy to define complex geometries in TLM like Schroeder's diffusors, the absorption of the boundaries appears to be a somewhat underdeveloped aspect of TLM theory, probably because TLM is a time-domain formulation and boundary conditions are usually defined in the frequency-domain. Most authors use a simple reflection coefficient (Kagawa *et coll.*, 1998) and highly absorbing boundary conditions have been proposed (El-Masri *et coll.*, 1996; De Cogan *et coll.*, 2005). However there is currently no implementation of Bérenger's PML in the TLM framework. Another issue is the definition of frequency-dependent boundary conditions. Kristiansen and Jezzine proposed to model a second medium to describe the porous ground (Kristiansen et Jezzine, 2000), and Hofmann and Heutschi used a polynomial fit of the frequency-domain impedance (Hofmann et Heutschi, 2007). However, this last approximation is restricted to low order because of the computational burden related to the convolution occurring while translating the impedance boundary condition in the time domain. Within the framework of the FDTD method, an interesting approach has been recently proposed by Reymen *et al.* (Reymen *et coll.*, 2006), which consists in representing the impedance as the sum of linear systems. It allows to write a time-domain impedance as decaying exponential series and, overall, to use a recursive convolution method (Luebbers et Hunsberger, 1992). This approach results in a time-domain impedance boundary condition that has been successfully applied through FDTD calculations to outdoor sound propagation modelling (Ostashev *et coll.*, 2007; Cotté *et coll.*, 2009).

The present paper deals with this form of solution for the implementation of time-domain impedance boundary conditions in the TLM method. At first, the TLM approach is described and the notations are given. Then, a time-domain formulation for TLM is proposed for two

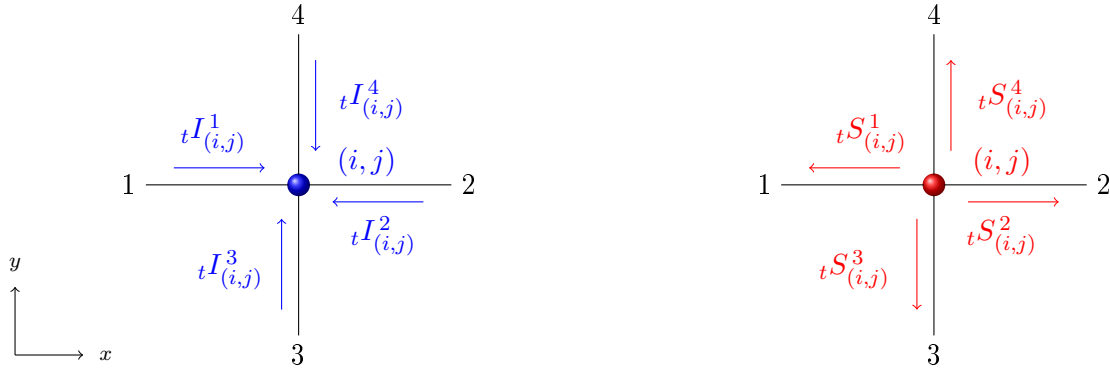


Figure 2.5: Incident $tI_{(i,j)}^u$ and scattered $tS_{(i,j)}^v$ pulses for node (i, j) at time t in a two-dimensional homogeneous and non-dissipative propagation medium, through the transmission lines u and v ($u, v = 1$ to 4). Integers i and j are related to the position of the node (i, j) at location $(x = i\Delta l, y = j\Delta l)$ in the propagation domain, where Δl corresponds to the spatial discretization of the domain.

impedance models in the third section, and validated in the fourth section by comparison with analytical solutions of sound propagation above a homogeneous ground, as well as above a ground with an impedance discontinuity, for a few absorption values. Lastly, a conclusion ends the paper and presents some perspectives of development of the TLM model.

2.2 Principle of TLM

2.2.1 Huygens' principle and TLM approach

The Huygens' principle enables the description of a wavefront as a set of secondary sources radiating spherical wavelets that can be broken down again into a new generation of secondary sources, and so on. Based on this concept, the TLM method consists in a physical modeling of waves propagation both through a spatial and a temporal discretization of the propagation medium. In TLM, the physical behavior of a volume element is seen as a node. Thus, the discrete propagation medium appears as a transmission lines network linking nodes each others. The medium inhomogeneities and the dissipation are condensed in each node and the sound field diffusion between nodes is ensured by the transmission lines.

For practical applications, the use of TLM implies no constraint on the shape of the propagation domain. From a numerical point of view, an interesting feature of the iterative scheme of TLM is that it is intrinsically stable. As TLM is distributed by nature, large simulations can be easily distributed over a grid of computers.

2.2.2 Incident and scattered pulses

The acoustic field evolution is described by means of sound pulses passing between nodes through transmission lines. At each time iteration t , two kinds of pulses are distinguished as presented at Fig. 2.5: incident pulses $tI_{(i,j)}^u$ coming through the transmission line u at node (i, j) and scattered pulses $tS_{(i,j)}^v$ leaving node (i, j) by the transmission line v . Considering a 2D TLM network representing a homogeneous and non-dissipative propagation medium (Fig. 2.5), four transmission lines per node are needed (*i.e.* two transmission lines per cartesian direction). The

consideration of vertical sound speed gradients (inhomogeneous medium) and of atmospheric attenuation (dissipative medium) requires two additional branches to the four transmission lines that are not connected with neighbor nodes: one (line 5 on Fig. 2.6) allows a local celerity definition (Dutilleux, 2007) from the definition of the term η , and the other (line 6 on Fig. 2.6) introduces a mono-frequency atmospheric attenuation (Hofmann et Heutschi, 2007) through the parameter ζ . Lastly, the scattered pulses from a node (i, j) can be related with the incident pulses to the same node at the same time iteration t , by the following matrix relation:

$${}^t\tilde{\mathbf{S}}_{(i,j)} = {}^t\tilde{\mathbb{D}}_{(i,j)} \cdot {}^t\tilde{\mathbf{I}}_{(i,j)}, \quad (2.15)$$

where ${}^t\tilde{\mathbf{I}}_{(i,j)}$ and ${}^t\tilde{\mathbf{S}}_{(i,j)}$ are respectively the incident and the scattered pulses vectors defined by

$${}^t\tilde{\mathbf{I}}_{(i,j)} = [{}^tI^1; {}^tI^2; {}^tI^3; {}^tI^4; {}^tI^5]^T, \quad (2.16a)$$

$${}^t\tilde{\mathbf{S}}_{(i,j)} = [{}^tS^1; {}^tS^2; {}^tS^3; {}^tS^4; {}^tS^5]^T, \quad (2.16b)$$

and where $\tilde{\mathbb{D}}$ is a scattering matrix given by

$${}^t\tilde{\mathbb{D}}_{(i,j)} = \frac{2}{{}^t\eta_{(i,j)} + {}^t\zeta_{(i,j)} + 4} \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 & \eta \\ 1 & a & 1 & 1 & \eta \\ 1 & 1 & a & 1 & \eta \\ 1 & 1 & 1 & a & \eta \\ 1 & 1 & 1 & 1 & b \end{bmatrix}_{(i,j)}, \quad (2.17)$$

with

$${}^t\mathbf{a}_{(i,j)} = -\frac{{}^t\eta_{(i,j)}}{2} + \frac{{}^t\zeta_{(i,j)}}{2} + 1, \quad (2.18a)$$

$${}^t\mathbf{b}_{(i,j)} = \frac{{}^t\eta_{(i,j)}}{2} - \left(\frac{{}^t\zeta_{(i,j)}}{2} + 2 \right). \quad (2.18b)$$

The sound field diffusion in the TLM network is performed using the following connexion laws (Fig. 2.6):

$${}^{t+\Delta t}I^1_{(i,j)} = {}^tS^2_{(i-1,j)}, \quad (2.19a)$$

$${}^{t+\Delta t}I^2_{(i,j)} = {}^tS^1_{(i+1,j)}, \quad (2.19b)$$

$${}^{t+\Delta t}I^3_{(i,j)} = {}^tS^4_{(i,j-1)}, \quad (2.19c)$$

$${}^{t+\Delta t}I^4_{(i,j)} = {}^tS^3_{(i,j+1)}, \quad (2.19d)$$

$${}^{t+\Delta t}I^5_{(i,j)} = {}^tS^5_{(i,j)}. \quad (2.19e)$$

The nodal pressure is then a combination of the incident pulses contributions, so that:

$${}^tP_{(i,j)} = \frac{2}{\eta_{(i,j)} + \zeta_{(i,j)} + 4} \left(\sum_{n=1}^4 {}^tI^u_{(i,j)} + \eta_{(i,j)} {}^tI^5_{(i,j)} \right). \quad (2.20)$$

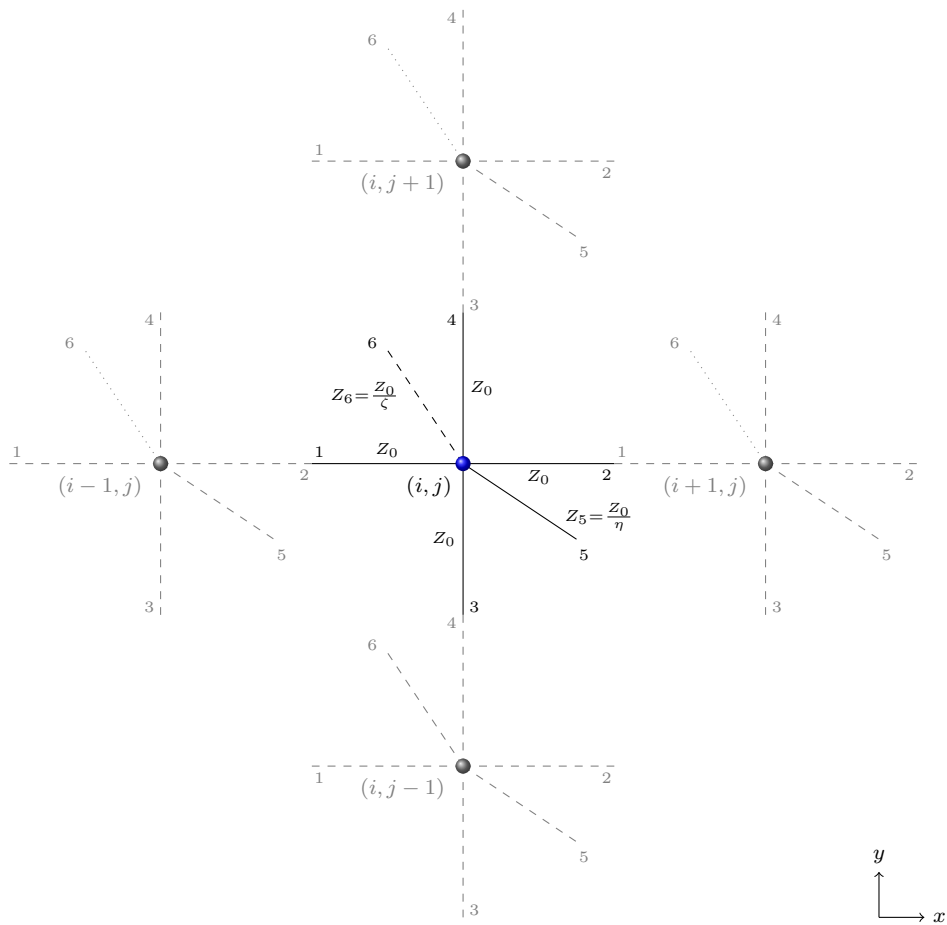


Figure 2.6: Node configuration in an inhomogeneous and dissipative medium. Two additional lines (5 and 6) have been added to the four initial lines (1 to 4) in order to introduce a local celerity definition (term η) and a mono-frequency atmospheric attenuation (term ζ).

2.2.3 Link with the wave equation

It is interesting to show how the TLM approach can be linked to the classical wave equation. Combining Eqs. (2.15), (2.19) and (2.20), it gives:

$$\begin{aligned} & \frac{t\eta_{(i,j)} + 4}{2} \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \frac{t+\Delta t p_{(i,j)} - 2t p_{(i,j)} + t-\Delta t p_{(i,j)}}{\Delta t^2} + t\zeta_{(i,j)} \frac{\Delta t}{\Delta l^2} \frac{t+\Delta t p_{(i,j)} - t-\Delta t p_{(i,j)}}{2\Delta t} \\ & = \frac{t p_{(i+1,j)} - 2t p_{(i,j)} + t p_{(i-1,j)}}{\Delta l^2} + \frac{t p_{(i,j+1)} - 2t p_{(i,j)} + t p_{(i,j-1)}}{\Delta l^2}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Expecting that the propagation speed in each transmission line is the adiabatic sound speed $c_0 = \Delta l / \Delta t$, Eq. (2.21) leads to the discrete wave equation:

$$\left[\Delta + \left(\frac{\omega^2}{c_{\text{TLM}}^2} - j \frac{\omega t \zeta_{(i,j)}}{c_0 \Delta l} \right) \right] t p_{(i,j)} = 0, \quad (2.22)$$

where c_{TLM} is the propagation speed in the TLM network, defined by:

$$c_{\text{TLM}} = \sqrt{\frac{2}{t\eta_{(i,j)} + 4}} c_0 = \kappa c_0. \quad (2.23)$$

This last equation shows that the speed in the TLM network is slower than the speed in the medium. To ensure an apparent speed equal to c_0 in the TLM approach, it is then necessary to correct the speed of sound introduced in the TLM configuration. The corrected speed c in the TLM network is thus obtained by inverting Eq. (2.23), which leads to $c = c_0 / \kappa$.

2.3 Impedance formulation

2.3.1 Introduction

As discussed in the Introduction, the most intuitive method consists in explicitly introducing the porous layer in the computing domains (Van Renterghem et Botteldooren, 2003; Salomons *et coll.*, 2002; Dong, 2000; Kristiansen et Jezzine, 2000; Dong *et coll.*, 2002) However, by increasing the computational domain, it increases the computational burden. Another way to model the porous ground effect consists in applying time-domain impedance boundary conditions. Unfortunately, impedance models are historically expressed in the frequency domain and their time-domain formulation requires to comply with the condition of causality to be physically feasible and, consequently, with passivity and reality conditions (Rienstra, 2006). For instance, the well-known Delany-Bazley model does not fulfill the second condition (Cotté *et coll.*, 2009). On the other hand, the Miki model (Miki, 1990) or the Zwikker and Kosten model (Zwikker et Kosten, 1949) can be used for a time-domain implementation (Ostashev *et coll.*, 2007; Cotté, 2008).

The sound pressure $P(\omega)$ on an impedance boundary is given in the frequency domain by the scalar product of the impedance $Z(\omega)$ and the normal particle velocity $V_n(\omega)$:

$$P(\omega) = Z(\omega) \times V_n(\omega). \quad (2.24)$$

An impedance boundary condition can be implemented in a time-domain model performing an inverse Fourier transform of Eq. (2.24), in which a polynomial function substitutes the impedance model. This approach has been employed for FDTD (Heutschi *et coll.*, 2005) and

TLM (Hofmann et Heutschi, 2007) simulations with the Delany-Bazley model, whose reliability in time-domain approaches has been discussed before. Except for this arguable choice, the polynomial coefficients are identified by means of a least squared error method between the SPL relative to free field obtained either with the polynomial approximation or with the original impedance model. However, it is not certainly a good representation of the impedance spectrum, since the errors on the real and imaginary parts of the approximation can compensate each other. A high order polynomial approximation can improve the fit but it results in a substantial increase of the computational burden.

Another approach to implement a broadband impedance boundary condition in the time domain consists in approximating the impedance model $Z(\omega)$ by a sum of first-order linear systems (Fung et Ju, 2001; Reymen *et coll.*, 2006, 2007). Thus a time-domain impedance formulation can be obtained and a recursive convolution method is used to compute the convolution product appearing in the equivalent time-domain boundary condition to Eq. (2.24), written as:

$$p(t) = z(t) * v_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t') \cdot v_n(t - t') dt' \quad (2.25)$$

where $p(t)$ and $v_n(t)$ are the pressure and the normal velocity at the boundary respectively and $z(t)$ the temporal impedance. This method has been successfully used for FDTD simulations with the Zwicker and Kosten phenomenological impedance model (Ostashev *et coll.*, 2007) and with the Miki empirical impedance model (Cotté *et coll.*, 2009). In the following section, the same solution is developed and applied to the TLM formulation.

2.3.2 TLM implementation of the impedance boundary condition

2.3.2.1 Principle

Let us consider an impedance model Z that can be approximated as a partial fraction expansion of the following form (Reymen *et coll.*, 2006):

$$Z(\omega) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{\gamma_k - j\omega}, \quad (2.26)$$

where γ_k and a_k are the K real poles ($\gamma_k \geq 0$) and the residues respectively. The equivalent impulse response of Eq. (2.26) is then obtained by inverse Fourier transform:

$$z(t) = \sum_{k=1}^K a_k e^{-\gamma_k t} H(t), \quad (2.27)$$

where $H(t)$ is the Heaviside distribution. Introducing Eq. (2.27) in Eq. (2.25), and rewriting the integral in Eq. (2.25) as a sum of discrete integrals over intervals Δt (*i.e.* the numerical model time step), and using a piecewise linear approximation of the normal particle velocity, it can be shown that the sound pressure on the boundary can be defined using the recursive convolution method by (Luebbers et Hunsberger, 1992) :

$$p(m\Delta t) = Z' \left[v_n(m\Delta t) + \sum_{k=1}^K a'_k \psi_k(m\Delta t) \right], \quad (2.28)$$

where the recursive ψ_k function are defined by:

$$\psi_k(m\Delta t) = v_n(m\Delta t) \frac{(1 - e^{-\gamma_k \Delta t'})}{\gamma_k} + e^{-\gamma_k \Delta t'} \psi_k((m-1)\Delta t). \quad (2.29)$$

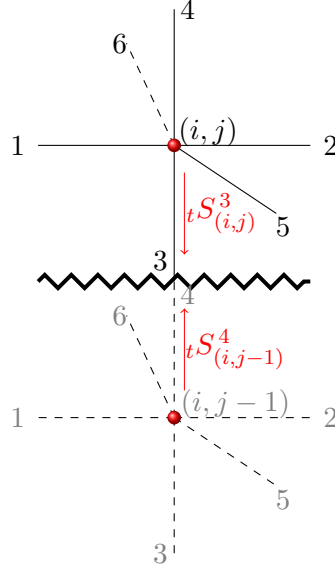


Figure 2.7: TLM modelling of ground using a virtual node $(i, j - 1)$ located outside the propagation medium.

The parameters Z' , a'_k and $\Delta t'$ depend on the impedance model that is approximated by the partial fraction expansion. In sections 2.3.2.2 and 2.3.2.3, these impedance model dependent parameters will be defined for the Miki model as well as for the Zwicker and Kosten model.

In order to model a boundary condition in the TLM, the boundary is placed at mid-distance between a node located in the propagation medium and a virtual node placed outside the domain of interest, as presented at Fig. 2.7 in the case of the ground. The problem is then to determine the scattered pulse $S^4(i, j - 1)$, from the virtual node, which is equivalent to a reflection from the boundary with a complex impedance Z . This can be done by writing the sound pressure $p(m\Delta t)$ and the normal particle velocity $v_n(m\Delta t)$ on the boundary (with the notations $p(m\Delta t) \equiv {}_{t_m}p$ and $v_n(m\Delta t) \equiv {}_{t_m}v_n$) from the pulses that are scattered by the nodes located on both sides of the boundary:

$${}_{t_{m+\frac{1}{2}}}p = {}_{t_m}S^3(i, j) + {}_{t_m}S^4(i, j - 1) \quad (2.30)$$

and

$${}_{t_{m+\frac{1}{2}}}v_n = \frac{{}_{t_m}S^3(i, j) - {}_{t_m}S^4(i, j - 1)}{Z_{\text{TL}}}. \quad (2.31)$$

In the last equation, $Z_{\text{TL}} = \rho_O c$ is the characteristic impedance of the transmission line, product of the air density ρ_0 by the speed of propagation in the transmission line c . It must be pointed out that the characteristic impedance of the transmission line is different from the characteristic impedance in the air $Z_0 = \rho_0 c_0$.

Finally, substituting Eqs. (2.30) and (2.31) in Eq. (2.28), leads to the following TLM relations for the scattered pulse from the ground virtual node (with the notation $\psi_k(m\Delta t) \equiv {}_{t_m}\psi_k$):

$${}_{t_m}S^4_{(i,j-1)} = {}_{t_m}S^3_{(i,j)} \left[\frac{-1 + \Lambda_k}{1 + \Lambda_k} \right] + \frac{Z'}{1 + \Lambda_k} \sum_{k=1}^K a'_k e^{-\lambda_k \Delta t'} {}_{t_{m-\Delta t}}\psi_k, \quad (2.32)$$

where

$$\Lambda_k = \frac{Z'}{Z_{\text{TL}}} \left(1 + \sum_{k=1}^K a'_k \frac{1 - e^{-\lambda_k \Delta t'}}{\lambda_k} \right). \quad (2.33)$$

In Eq. (2.32), the scattered pulse by the virtual node at time t is function of the recursive function at the previous time increment $t_m - \Delta t$:

$$t_{m-\Delta t}\psi_k = \left(\frac{t_{m-\Delta t}S^3(i, j) - t_{m-\Delta t}S^4(i, j-1)}{Z_{TL}} \right) \left(\frac{1 - e^{-\lambda_k \Delta t'}}{\lambda_k} \right) + e^{-\lambda_k \Delta t'} t_{m-2\Delta t}\psi_k. \quad (2.34)$$

2.3.2.2 Miki model

As a first example, we consider the Miki empirical model (Miki, 1990) for the impedance boundary condition, which can be formulated as follows (Cotté, 2008):

$$Z(\omega) = Z_0 \left[1 + \frac{\varsigma}{(-j\omega)^{-\beta}} \right], \quad (2.35)$$

and with:

$$\varsigma = \frac{\alpha}{(2\pi\sigma)^\beta} \left[\sin \left(\frac{(\beta+1)\pi}{2} \right) \right]^{-1}. \quad (2.36)$$

In the two equations, σ is the airflow resistivity, and α and β two model parameters defined by $\alpha = 5.50$ and $\beta = -0.632$ (Miki, 1990). Eq. (2.35) can be analytically converted in the time-domain (Cotté, 2008):

$$z(t) = Z_0 \left[\delta(t) + \frac{\varsigma}{\Gamma(-\beta)} g(t) \right], \quad (2.37)$$

with

$$g(t) = t^{-\beta-1} H(t). \quad (2.38)$$

$\delta(t)$ and Γ being respectively the Dirac distribution and the gamma function.

The function $g(t)$ can be approximated by means of the partial fraction expansion proposed at Eq. (2.27), for a given order K , using a least squared error. Then, it can be shown that the impedance model dependent parameters appearing in Eqs. (2.28) and (2.29), are $Z' = Z_0$, $a'_k = a_k \varsigma / \Gamma(-\beta)$ and $\Delta t' = \Delta t$. Lastly, the inverse Fourier transform of Eq. (2.37) with the approximation Eq. (2.27) leads to the following expression of the approximated frequency-domain impedance:

$$Z(\omega) = Z_0 \left[1 + \frac{\varsigma}{\Gamma(-\beta)} \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{\gamma_k - j\omega} \right]. \quad (2.39)$$

For example, some values of residues a_k and poles γ_k values are given in Table 2.1, with $K = 6$, and for several airflow resistivities. The mean error for the real and imaginary parts between the exact model (Eq. (2.35)) and the approximated model (Eq. (2.39)), as well as the error on the exact function $g(t)$ and its approximation are also given. In addition, Fig. 2.8 gives an example of the approximated function $g(t)$ and of the impedance spectrum fit for an airflow resistivity $\sigma = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$. It shows that the function $g(t)$ and the impedance can be well approximated using 6 terms only.

2.3.2.3 Zwikker and Kosten model

The same approach has also been applied to the Zwikker and Kosten phenomenological model (Zwikker et Kosten, 1949), whose impedance is given by (Wilson *et coll.*, 2006):

$$Z(\omega) = Z_\infty \sqrt{\frac{1 - j\omega\tau}{-j\omega\tau}} \quad (2.40)$$

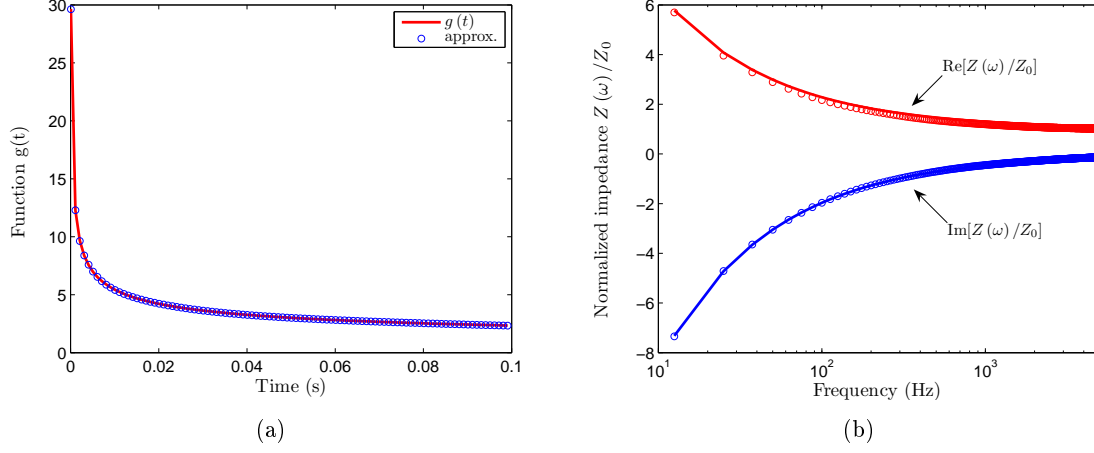


Figure 2.8: Approximation of (a) the function $g(t)$ (Eq. (2.37)) and (b) impedance spectrum $Z(\omega)$ (Eq. (2.39)) for a very low airflow resistivity $\sigma = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$. Solid lines represent the original functions $g(t)$, $\text{Re}[Z(\omega)]$ and $\text{Im}[Z(\omega)]$, and circles the corresponding approximated values.

with the time constant τ :

$$\tau = \frac{\rho_0 q^2 \gamma}{\sigma \Omega}, \quad (2.41)$$

and where the impedance in the limits of $\omega \tau$ tends to infinity:

$$Z_\infty = \frac{\rho_0 c_0 q}{\Omega}, \quad (2.42)$$

where q is the tortuosity, γ the specific heats ratio for air and Ω the porosity. Calculating the inverse Fourier transform of Eq. (2.40), it gives the temporal impedance boundary (Ostashev *et coll.*, 2007):

$$z(t) = Z_\infty \left[\delta(t) + \frac{1}{\tau} f(\bar{t}) \right], \quad (2.43)$$

with

$$f(\bar{t}) = \frac{e^{-\bar{t}/2}}{2} \left[I_1\left(\frac{\bar{t}}{2}\right) + I_0\left(\frac{\bar{t}}{2}\right) \right] H(\bar{t}), \quad (2.44)$$

where $\bar{t} = t/\tau$ is the normalized time and I_n is the modified Bessel function of the n -th order. Similarly to the Miki model, the function $f(\bar{t})$ can be approximated by a sum of decaying exponentials as defined by Eq. (2.27). The impedance model dependent parameters in Eqs. (2.28) and (2.29) are then $Z' = Z_\infty$, $a'_k = a_k$ and $\Delta t' = \bar{\Delta} \bar{t}$. Thus, the equivalent expression of Eq. (2.43) in the frequency domain, including the previous approximation of $f(\bar{t})$, can be written as:

$$Z(\omega) = Z_\infty \left[1 + \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{\gamma_k - j\omega} \right]. \quad (2.45)$$

For example, Table 2.2 gives coefficients values obtained for a semi-infinite porous road pavement and for a semi-infinite grassy ground. In addition, Figs. 2.9 and 2.10 illustrate the approximation of the function $f(\bar{t})$ obtained for a semi-infinite porous road pavement ($\sigma = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q = \sqrt{3.5}$ and $\Omega=0.2$), as well as the approximation of the impedance spectra for the same road pavement and for a semi-infinite grassy ground ($\sigma = 100 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q = \sqrt{10}$ and $\Omega=0.5$). Here again, the agreement is very good.

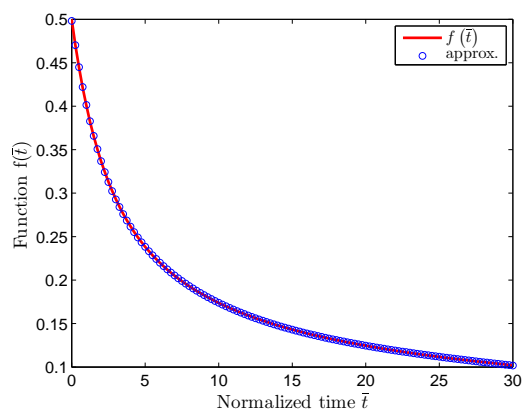


Figure 2.9: Approximation of the function $f(\bar{t})$ in Eq. (2.43) for an airflow resistivity $\sigma = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$, a tortuosity $q = \sqrt{3.5}$ and a porosity $\Omega=0.2$. Solid lines represent the original function $f(\bar{t})$ and circles the corresponding approximated values.

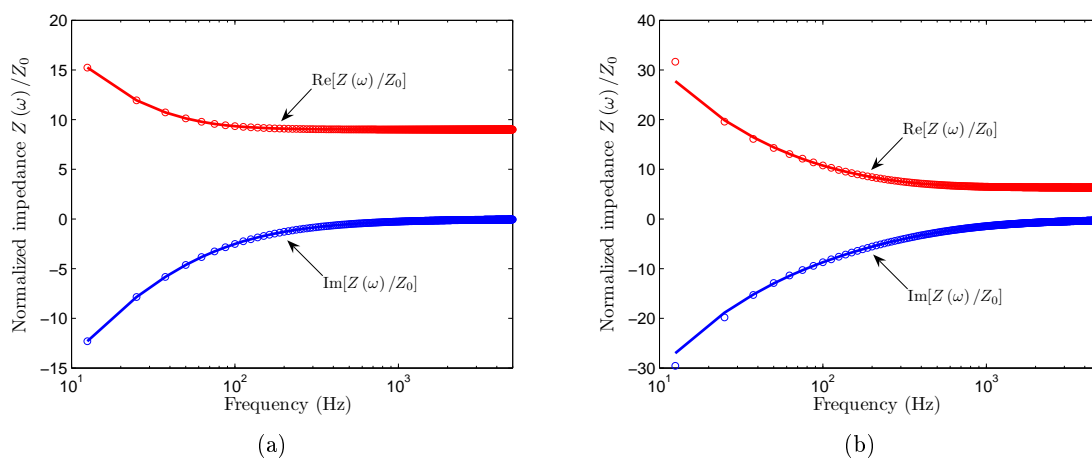


Figure 2.10: Approximation of the impedance spectrum (Eq.(2.45)) for (a) a semi-infinite porous road pavement ($\sigma = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q = \sqrt{3.5}$ and $\Omega=0.2$) and for (b) a semi-infinite grassy ground ($\sigma = 100 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q = \sqrt{10}$ and $\Omega=0.5$). Solid lines represents the real and imaginary parts of the original impedance model $Z(\omega)$ and circles the corresponding approximated values.

Table 2.1: Residues a_k and poles γ_k values obtained with the Miki model for various airflow resistivities σ and corresponding mean squared errors with the exact expression of the function $g(t)$ and the real and imaginary part of the impedance.

| σ | Approximation terms | | | | | | Mean squared errors (%) | |
|----------------------------|---------------------|------------|------------|------------|-------------|------------|-------------------------|-----------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $g(t)$ | $g(\omega)$ |
| 10 kN.s.m ⁻⁴ | k 3.45162 | -208.80327 | 20.64495 | 3.53954 | 214.40215 | 10.34300 | Re [$Z(\omega)$] | 2×10^{-3} |
| | a_k 63.25724 | 332.11140 | 8899.20513 | 4.25871 | 332.11140 | 1660.85954 | Im [$Z(\omega)$] | 7.8×10^{-2} |
| | γ_k | | | | | | | 3.3×10^{-2} |
| 50 kN.s.m ⁻⁴ | k 3.44952 | -207.87698 | 20.64699 | 3.53862 | 213.47222 | 10.34131 | Re [$Z(\omega)$] | 2×10^{-3} |
| | a_k 63.19759 | 330.45139 | 8893.34839 | 4.25600 | 330.48282 | 1658.83025 | Im [$Z(\omega)$] | 1.41×10^{-1} |
| | γ_k | | | | | | | 3.3×10^{-2} |
| 100 kN.s.m ⁻⁴ | k 19.47864 | 2.87277 | 3.95198 | 3.28178 | 10.65577 | 6.35192 | Re [$Z(\omega)$] | 1.2×10^{-2} |
| | a_k 12049.36005 | 48.18497 | 206.17423 | 3.52950 | 2967.18164 | 777.04530 | Im [$Z(\omega)$] | 2.7×10^{-1} |
| | γ_k | | | | | | | 5.2×10^{-2} |
| 1000 kN.s.m ⁻⁴ | k 5.59888 | -264.78113 | 3.53954 | 275.12412 | 20.64495 | 3.45162 | Re [$Z(\omega)$] | 2×10^{-3} |
| | a_k 332.11139 | 1660.85956 | 4.25871 | 1660.85956 | 8899.20505 | 63.25724 | Im [$Z(\omega)$] | 2.1×10^{-1} |
| | γ_k | | | | | | | 3.3×10^{-2} |
| 20000 kN.s.m ⁻⁴ | k 9819.69674 | -880.03902 | 279.08201 | 8.73778 | -9797.99443 | 608.23426 | Re [$Z(\omega)$] | 1.2×10^{-2} |
| | a_k 4136.58312 | 23.32122 | 26.89704 | 497.38107 | 4135.52934 | 21.80081 | Im [$Z(\omega)$] | 2.7×10^{-1} |
| | γ_k | | | | | | | 5.1×10^{-2} |

Table 2.2: Residues a_k and poles γ_k values obtained with the Zwicker and Kosten model for various ground characteristics and corresponding mean squared errors with the exact expression of the function $f(t)$ and the real and imaginary part of the impedance.

| ground parameters | Approximation terms | | | | | | Mean squared errors (%) | |
|---------------------------------------|---------------------|-----------|----------|---------|--------|----------|-------------------------|-----------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $f(\tau)$ | $f(\omega)$ |
| $\sigma = 10$ kN.s.m ⁻⁴ , | k 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $f(\tau)$ | 3.8×10^{-5} |
| $q = \sqrt{3.5}$, $\Omega=0.2$ | a_k -0.54238 | 0.13682 | 0.489860 | 1.46880 | 2.7676 | -0.00799 | Re [$Z(\omega)$] | 7×10^{-6} |
| (porous road pavement) | γ_k 0.55811 | 0.01147 | 0.614900 | 1.11880 | 40.483 | 0.47824 | Im [$Z(\omega)$] | 3.23×10^{-4} |
| $\sigma = 100$ kN.s.m ⁻⁴ , | k 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $f(\tau)$ | 6×10^{-4} |
| $q = \sqrt{10}$, $\Omega=0.5$ | a_k -0.34731 | -0.073830 | 626340 | 235010 | 15565 | -0.09652 | Re [$Z(\omega)$] | 2.32×10^{-2} |
| (grassy ground) | γ_k 0.16714 | 0.01478 | 0.165800 | 0.15440 | 5.7789 | 0.16567 | Im [$Z(\omega)$] | 5.03×10^{-3} |

2.4 Validation

2.4.1 Geometry and validation procedure

In order to validate the TLM implementation of the two previous complex boundary conditions, the TLM approach has been applied to the geometry of Fig. 2.11, corresponding to the sound propagation over a flat homogeneous ground (*i.e.* $\sigma_1 = \sigma_2$, $q_1 = q_2$ and $\Omega_1 = \Omega_2$) and a flat inhomogeneous ground (*i.e.* $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $q_1 \neq q_2$ and $\Omega_1 \neq \Omega_2$) characterized by an impedance discontinuity located at a horizontal distance x_D from the source. In the first case, the numerical results have been compared to the 2D and 3D solutions given by the Ingard-Rudnick model (Ingard, 1951) and, in the second case, by the Rasmussen model (Rasmussen, 1982). Due to the lack of a consistent TLM implementation of PML, the limit of the propagation domain has been extended to avoid unwanted reflections.

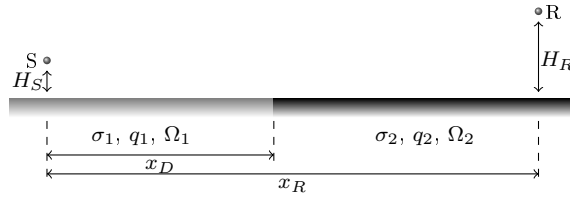


Figure 2.11: Source-receiver geometry used for the validation of the time-domain boundary condition.

To compare TLM simulations with theoretical solutions in terms of SPL relative to free field according to the distance from the sound source, the equivalent SPL has been first computed for a sinusoidal sound source, by integrating the instantaneous pressure $p(t)$ at receivers R over a time period $T = t_2 - t_1$:

$$L_T = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{T} \sum_{t=t_1}^{t_2} \left| \frac{p(t)}{p_0} \right|^2 \right), \quad (2.46)$$

where p_0 is the reference sound pressure. Then, the SPL relative to free field ΔL_T (*i.e.* the excess attenuation (EA)) is considered:

$$\Delta L_T = L_{T,\text{total}} - L_{T,\text{free field}}, \quad (2.47)$$

where $L_{T,\text{total}}$ and $L_{T,\text{free field}}$ stand respectively for the total field (*i.e.* with the ground) and the free field SPL (*i.e.* without the ground). For the TLM simulations, both numerical results with and without the ground have been obtained using the same calculation parameters and geometry (excepted the ground).

In addition, the spectrum of the SPL relative to free field $\Delta L(\omega)$ (*i.e.* the EA spectrum) has been obtained for a gaussian excitation as:

$$\Delta L(\omega) = 10 \log_{10} \left| \frac{P_{\text{total}}(\omega)}{P_{\text{free field}}(\omega)} \right|^2, \quad (2.48)$$

where P_{total} and $P_{\text{free field}}$ are the total and the free field SPL power spectral density, respectively.

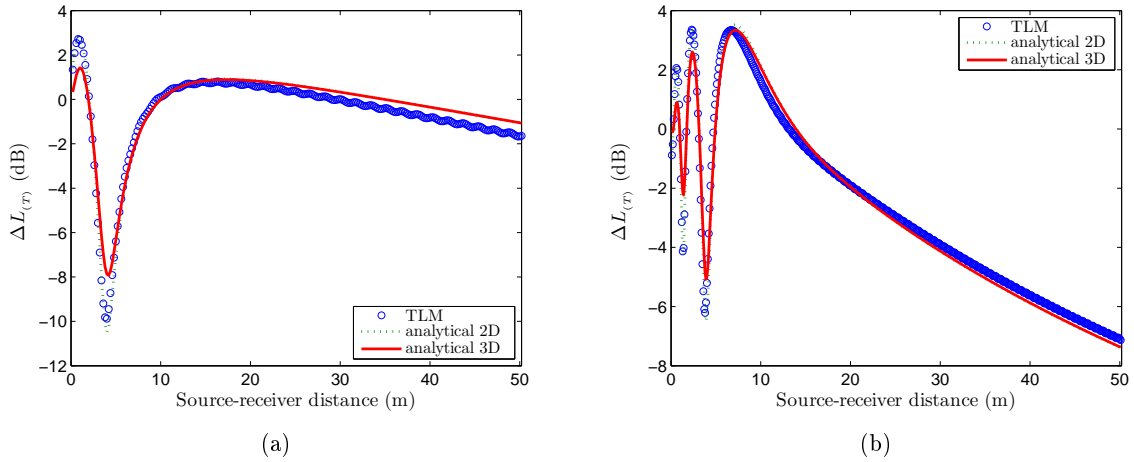


Figure 2.12: SPL relative to free field according to the horizontal distance x_R from the source, for $H_S = H_R = 2$ m and $\sigma_1 = \sigma_2 = 50$ kN.s.m⁻⁴. Comparison between TLM and analytical (2D, 3D) results for (a) $f = 100$ Hz and (b) $f = 300$ Hz.

2.4.2 Results

2.4.2.1 Miki model

Figure 2.12 shows the EA $\Delta L_{(T)}(R)$ according to the horizontal distance x_R from the source for identical source and receiver heights $H_S = H_R = 2$ m above a homogeneous ground characterized by an airflow resistivity $\sigma_1 = \sigma_2 = 50$ kN.s.m⁻⁴. The results are presented for $f = 100$ Hz, for which the spatial and time steps of the numerical model are respectively $\Delta l = 0.2$ m and $\Delta t = 4 \times 10^{-4}$ s, and for $f = 300$ Hz, obtained with $\Delta l = 0.1$ m and $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ s. A good agreement is observed for both frequencies between the Ingard-Rudnick model (with the Miki impedance model) and the TLM results. The deviation between the 2D and the 3D analytical solutions near the source comes from the computation of the spherical-wave reflection coefficients whose expressions are unchanged in the limit of grazing incidence (Chandler-Wilde et Hothersall, 1985 ; Salomons *et coll.*, 2002).

Figure 2.13 shows the EA spectrum $\Delta L(R, \omega)$ for a source height $H_S = 1$ m and a receiver located at $H_R = 2$ m high above the ground, at a distance $x_R = 20$ m from the source, computed using a gaussian pulse at the frequency $f = 1500$ Hz. The spatial and time step are respectively $\Delta l = 2 \times 10^{-2}$ m and $\Delta t = 4 \times 10^{-5}$ s. The analytical solutions have been obtained using the Ingard-Rudnick model either with the Miki impedance model (Eq. (2.35)) or its decaying exponential series approximation (Eq. (2.39)). The agreement is satisfactory for both cases of airflow resistivities, and, as expected, whatever the exact or approximated impedance model. The discrepancy appearing at high frequencies for $\sigma_1 = \sigma_2 = 50$ kN.s.m⁻⁴ can be related with the limit of validity of the TLM model corresponding with the source frequency (*i.e.* $f = 1500$ Hz).

The case of an inhomogeneous ground has been also studied. Figure 2.14 presents the EA spectrum $\Delta L(\omega)$ obtained for a source and a receiver located respectively at $H_S = 1$ m and $H_R = 2$ m high above an inhomogeneous ground. The ground upstream and downstream from the discontinuity has respectively the airflow resistivities $\sigma_1 = 10$ kN.s.m⁻⁴ and $\sigma_2 = 1000$ kN.s.m⁻⁴. Here again, whether using the Miki model or its approximation, the agreement with the Rasmussen propagation model solutions is good on the frequency range [100 – 1500] Hz.

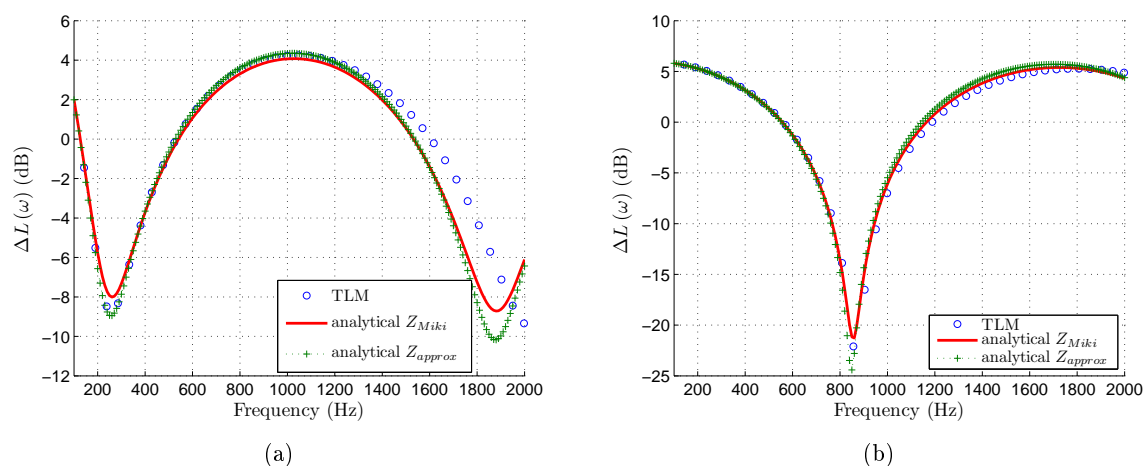


Figure 2.13: EA spectrum for $H_S = 1 \text{ m}$, $H_R = 2 \text{ m}$ and $x_R = 20 \text{ m}$ with (a) $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ kN.s.m}^{-4}$ and (b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 20000 \text{ kN.s.m}^{-4}$. The TLM numerical results is compared to the analytical model, using either the exact Miki impedance model Z_{Miki} or the approximated impedance model Z_{approx} .

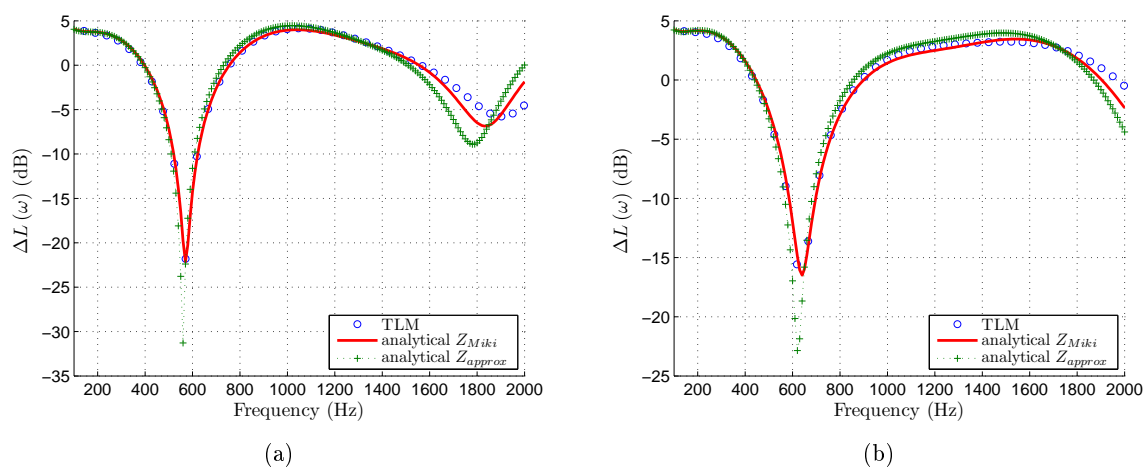


Figure 2.14: EA spectrum for $H_S=1 \text{ m}$ and $H_R=2 \text{ m}$ with an impedance discontinuity at $x_D=10 \text{ m}$ from the source with $\sigma_1 = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$ and $\sigma_2 = 1000 \text{ kN.s.m}^{-4}$. The receiver is located at (a) $x_R=15 \text{ m}$ and (b) $x_R=20 \text{ m}$. The TLM numerical results is compared to the analytical model, using either the exact Miki impedance model Z_{Miki} or the approximated impedance model Z_{approx} .

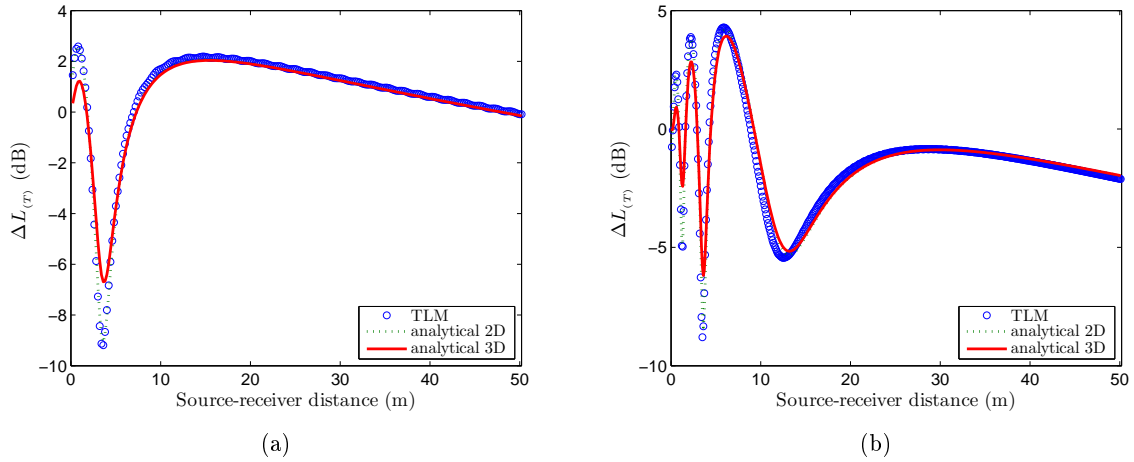


Figure 2.15: SPL relative to free field according to the distance from the source for $H_S = H_R = 2$ m and $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$ kN.s.m⁻⁴, $q_1 = q_2 = \sqrt{3.5}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.2$. Comparison between TLM and analytical (2D, 3D) results for (a) $f = 100$ Hz and (b) $f = 300$ Hz

2.4.2.2 Zwicker and Kosten model

Similar simulations have been carried out with the Zwicker and Kosten impedance model. Figure 2.15 shows the EA ΔL_T according to the horizontal distance from the source, for source and receivers located at identical heights $H_S = H_R = 2$ m above a semi-infinite porous road pavement ($\sigma_1 = \sigma_2 = 10$ kN.s.m⁻⁴, $q_1 = q_2 = \sqrt{3.5}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.2$). The agreement with the exact solutions is satisfying at both frequencies $f = 100$ Hz and $f = 300$ Hz. Comments expressed with the Miki model for the same simulations remain valid.

Figure 2.16 illustrates the EA spectra $\Delta L(R, \omega)$ obtained with a source located at $H_S = 1$ m above ground and a receiver located at a height $H_R = 2$ m and a distance $x_R = 20$ m from the source. A semi-infinite porous pavement road and a semi-infinite grassy ground are both considered. A very good agreement is obtained until the limit frequency of validity $f = 1500$ Hz is reached.

The last simulations concerns the EA spectra $\Delta L(R, \omega)$ obtained for an inhomogeneous ground. The source is located at $H_S = 1$ m above a porous pavement. The receiver is located at $H_R = 2$ m above a grassy ground. The discontinuity is located at a distance $x_D = 10$ m from the source. For both cases of source-receiver distances, the agreement with the analytical solution is very good, regarding the y -scale.

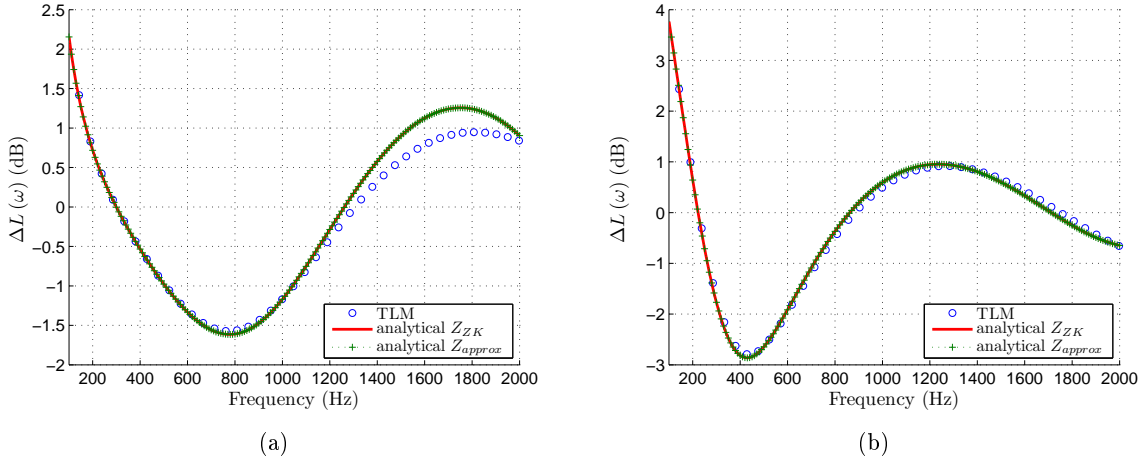


Figure 2.16: EA spectrum for $H_S = 1$ m, $H_R = 2$ m and $x_R = 20$ m with (a) $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$ kN.s.m⁻⁴, $q_1 = q_2 = \sqrt{3.5}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.2$ and (b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 100$ kN.s.m⁻⁴, $q_1 = q_2 = \sqrt{10}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.5$. The TLM numerical results is compared to the analytical model, using either the exact Zwicker and Kosten model impedance model Z_{ZK} or the approximated impedance model Z_{approx} .

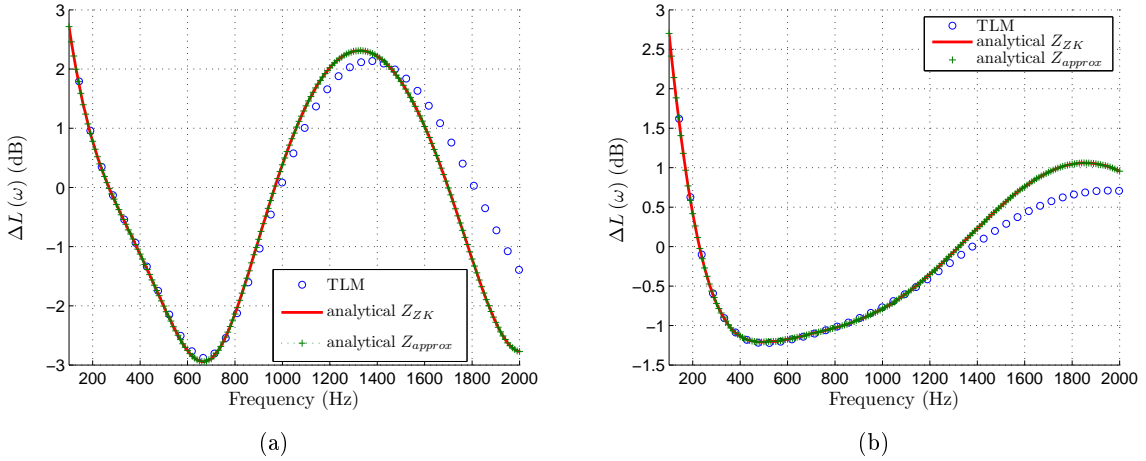


Figure 2.17: EA spectrum for $H_S = 1$ m and $H_R = 2$ m with an impedance discontinuity at $x_D = 10$ m from the source with $\sigma_1 = 10$ kN.s.m⁻⁴, $q_1 = \sqrt{3.5}$, $\Omega_1 = 0.2$ and $\sigma_2 = 1000$ kN.s.m⁻⁴, $q_2 = \sqrt{10}$, $\Omega_1 = 0.5$. The receiver is located at (a) $x_R = 15$ m and (b) $x_R = 20$ m. The TLM numerical results is compared to the analytical model, using either the exact Zwicker and Kosten model impedance model Z_{ZK} or the approximated impedance model Z_{approx} .

2.5 Conclusion

In this paper, a TLM implementation of impedance boundary condition in the time domain is proposed. The model is based on previous works by Reymen *et al.* (Reymen *et coll.*, 2006) which consists in approximating the impedance as the sum of linear systems. The TLM approach has been validated with success in the case of sound propagation above a homogeneous and an inhomogeneous ground, using the Miki and the Zwicker and Kosten impedance models. However, it must be pointed out that the approximation of the impedance model is performed from the equivalent impedance in the time domain, which requires to analytically calculate the inverse Fourier transform of the impedance spectrum, which is not feasible for all impedance models. Especially, the consideration of a ground with thickness e (consisting in an impedance correction by means of the formula $Z(\omega, e) = -jZ(\omega) \cot[k(\omega)e]$ with $k(\omega)$ the porous frame wave number) leads to directly approximate the surface normal impedance in the frequency domain from Eq. (2.26). Given the increasing interest for temporal methods, it would be then judicious to propose empirical or analytical time-domain impedance models rather than translating well-known frequency-domain impedance models.

Although the validation is performed for the sound propagation above a flat ground (with or without an impedance discontinuity), the proposed TLM implementation can be used whatever the geometry and the number of impedance discontinuities, as long as the impedance model can be approximated by a sum of linear systems. Particularly, the TLM seems well adapted to the study of the sound propagation in urban areas, provided that coherent PML boundary conditions are developed.

Chapitre 3

Conditions absorbantes

Avant propos

Dans de nombreux domaines d'applications de l'acoustique, certaines régions du domaine d'étude peuvent s'étendre à l'infini. Pour éviter d'étendre le domaine de calcul tout en respectant la condition de Sommerfeld, *i.e.* pour éviter toute réflexion sur les limites du domaine, l'usage de conditions absorbantes artificielles est absolument nécessaire. Globalement, deux principales approches peuvent être distinguées : l'application d'opérateurs de frontière (frontières absorbantes) et l'introduction de couches absorbantes.

Les opérateurs de frontière permettent de déterminer les valeurs des composantes des champs aux limites du domaine à partir de celles évaluées à proximité de ces dernières. Les couches absorbantes, elles, agissent comme une région de dimension finie, en contact avec le milieu de propagation d'intérêt, et siège d'une atténuation progressive. De nombreuses approches ont été proposées dans la littérature pour des applications de la TLM en électromagnétisme, parmi lesquelles¹, l'adaptation d'impédance (Allen *et coll.*, 1987), la technique de segmentation (Johns et Akhtarzad, 1981, 1982), l'utilisation d'opérateurs d'onde ou d'extrapolation (Chen *et coll.*, 1993 ; Pomeroy *et coll.*, 1993 ; Eswarappa et Hofer, 1994), les couches adaptées (Eswarappa *et coll.*, 1990) et les couches parfaitement adaptées (PML) de Bérenger (Bérenger, 1994 ; Le Maguer, 1998 ; Dubard, 2006). Cette dernière approche, sans aucune mesure la plus performante, est de loin la plus employée aujourd'hui, toutes méthodes numériques confondues.

Peu d'approches en revanche ont été développées pour des applications en acoustique. En particulier, aucune formulation rigoureuse de couches parfaitement adaptées n'a été développée à notre connaissance pour la modélisation TLM en acoustique. En nous inspirant des travaux de De Cogan *et coll.* (2005) sur le sujet, nous avons par conséquent proposé notre propre méthode, qui s'approche d'un point de vue conceptuel des couches absorbantes adaptées². Cette méthode a fait l'objet d'une comparaison avec les quelques approches existantes, basées essentiellement sur des frontières absorbantes. Ce travail, qui fait l'objet d'un article soumis à une revue intitulé « A simple absorbing layer implementation for transmission line matrix modeling » (G. Guillaume et J. Picaut), est présenté dans la suite de ce chapitre.

1. Le lecteur pourra se reporter au rapport de recherche [R2] (annexe A) pour plus de détail sur ce sujet.

2. Comme nous le montrons à l'annexe C, la méthode proposée ne permet cependant pas d'aboutir exactement à l'équation des ondes régissant la propagation dans les PML.

3.1 Introduction

The growing increase of noise annoyances in cities and their impact on residents health make of major interest the knowledge of sound propagation mechanisms in urban areas. Many numerical approaches can be employed for acoustical modeling, most of them being limited considering moving and time-dependent sound sources and time fluctuant parameters like micrometeorological conditions or ground characteristics. Thus temporal methods have attracted a lot of attention since a few years (Heimann, 2007; Van Renterghem et Botteldooren, 2008), due to the increase of computational resources and, overall, to their ability to model more realistic propagation conditions. Among these, the Transmission Line Matrix (TLM) method consists in an inherent discrete representation of waves propagation.

Initially developed by Johns and Beurle in electromagnetism (Johns et Beurle, 1971), TLM has been extended to acoustics by Saleh and Blanchfield in the beginning of the nineties (Saleh et Blanchfield, 1990). Recently, a few applications to outdoor sound propagation has been proposed (Guillaume *et coll.*, 2008b,a) and particularly about the sound propagation over a porous ground (Kristiansen et Jezzine, 2000; Hofmann et Heutschi, 2007). Tsuchiya has shown that the frequency-dependency of the atmospheric absorption can be taken into account including digital filters into the TLM numerical scheme (Tsuchiya, 2006). Dutilleux has introduced wind-induced sound speed gradients through the definition of the effective sound speed that allows to take micrometeorological effects into account (Dutilleux, 2007).

Nevertheless, difficulties are encountered while modeling free-space propagation due to the lack of efficient absorbing boundaries conditions. Thus, the computational domain is usually enlarged for outdoor applications in order to avoid unwanted reflections. A powerful direct implementation of Bérenger's perfectly matched layers (Bérenger, 1994) has already been proposed by Dubard and Pompéi in electromagnetism (Dubard et Pompéi, 1997, 2000) as well in acoustics (Diaz et Joly, 2006), but no similar approach is available for TLM modeling of sound propagation. Absorbing conditions have been proposed for TLM in acoustics instead, among which one can distinguish absorbing boundaries (El-Masri *et coll.*, 1996; Portí et Morente, 2001a; Hofmann et Heutschi, 2007) and absorbing layers (De Cogan *et coll.*, 2005; Hofmann et Heutschi, 2007), but their efficiency and their implementation are not still satisfying.

As an alternative approach, a simple implementation of absorbing layers concept, inspired by De Cogan *et al.* (De Cogan *et coll.*, 2005), is then proposed in this paper. Firstly, the implementation of absorbing conditions that are proposed in the literature are described and an alternative formulation is given (Sec. 3.2). The efficiency of the proposed formulation is then evaluated in Sec. 3.3 through a quantitative comparison with others artificial absorbing conditions, for several parameters of the absorbing layers and according to incident angles of sound waves on the computational domain limit. The efficiency of the proposed formulation for long duration simulations and for realistic environment modelling is also discussed.

3.2 Absorbing boundaries conditions for TLM modeling

3.2.1 TLM method principle

Based on the Huygens' principle, the TLM method consists in a physical modeling of undulatory phenomena through both a spatial and a temporal inherent discretization. Each volume element of the discrete propagation medium is represented by a node exchanging pressure pulses with its neighbors through transmission lines. Thus the discrete propagation medium appears as a transmission lines network linking nodes each others. Inhomogeneities and dissipation in

the propagation medium are condensed in each node, and connexion laws between neighboring nodes ensure the sound propagation in the medium.

In practice, these connection laws express the relation between incident pulses $tI_{(i,j)}^u$ coming through the transmission line u at node (i, j) and four scattered pulses $t+\Delta t S_{(i\pm 1, j\pm 1)}^v$ leaving the four neighboring nodes $(i \pm 1, j \pm 1)$ by the transmission line v , at time t (Fig. 3.1). In a two-dimensional problem, each node is surrounded by four neighboring nodes, meaning that u and v are equal to 1, 2, 3 or 4, in function of the pulse direction, respectively $+x$, $-x$, $+y$ and $-y$ when considering incident pulses and $-x$, $+x$, $-y$ and $+y$ for scattered ones (Guillaume *et coll.*, 2008a).

Transmission lines are defined by a characteristic impedance $Z = \rho_0 c$, ρ_0 being the air density and $c = \Delta l / \Delta t$ the celerity in the network that is function of the spatial step Δl and of the time increment Δt between two successive nodes (*see* Fig. 3.1). In order to ensure that sound propagation occurs with an apparent celerity equal to the classical speed of sound in air c_0 , it is necessary to correct the celerity c introduced in the TLM approach, by considering for example $c = \sqrt{2} c_0$ in an homogenous and non-dissipative medium, meaning that the characteristic impedance is changed as $Z = \sqrt{2} \rho_0 c_0$.

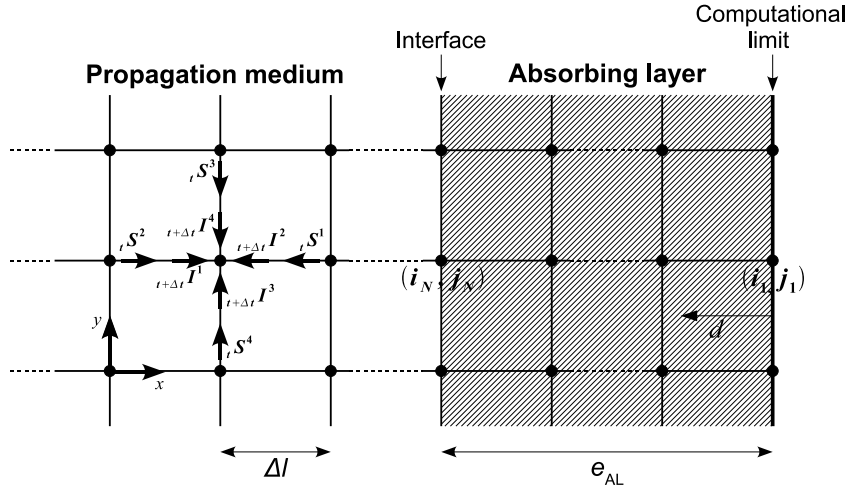


Figure 3.1: Incident $tI_{(i,j)}^u$ and scattered $tS_{(i,j)}^v$ pulses at a node (i, j) in the transmission lines network. Representation of the absorbing layer at the right limit of computational domain.

3.2.2 TLM artificial absorbing boundaries conditions

3.2.2.1 Absorbing boundaries

Absorbing boundaries consist in damping terminations at the limit of the computational domain, to avoid unwanted reflections in the propagation domain of interest. Compared with the absorbing matched layers (*see* Sec. 3.2.2.2), such boundaries conditions should require the less computational power, since they are applied only at the limit of the propagation medium and not within an artificial layer extending the propagation domain.

Boundaries operators El-Masri *et al.* proposed an approach based on the method developed by Saguet in electromagnetism (El-Masri *et coll.*, 1996 ; Saguet, 1985). It consists in determining the acoustic pressure that should be reflected by the boundary and in subtracting it from the

effective sound field (Murphy et Mullen, 2002). In this method, the acoustic pressure on the computational limit is obtained by means of a Taylor's series expansion. As presented later in Sec. 3.3.3.2, this approach induces instabilities. Saguet assigned them to the presence of micro-pulses within the propagation medium after the wavefront passing, that do not fulfill the pressure field continuity condition. These micro-pulses correspond to spurious evanescent and propagating modes due to the periodical spatial sampling imposed by the mesh (Nielsen, 1991). Thus Saguet recommends to apply a pressure reflection coefficient equal to zero on the boundary after the wavefront reflection to avoid this annoying effect (Saguet, 1985). This absorbing boundaries condition is consequently limited when considering continuous noise sources.

Portí et Morente have considered Higdon's operators (Higdon, 1986) that allow to optimize the boundary for several incidence angles (Portí et Morente, 2001a). However, this technique gives satisfying results provided they are located far from diffusing structures. Moreover, this approach is efficient for only some incidence angles and around the frequency for which it has been designed. Moreover, stability problems also appear using this kind of artificial boundaries conditions and digital filtering is then required (Eswarappa et Hoefler, 1994).

In addition, Chien *et al.* have shown that the Higdon's condition and the one based on a Taylor's expansion can be expressed mathematically by the same equation (Chen *et coll.*, 1993). Lastly, the first boundaries condition only will be considered.

Real impedance boundary condition As suggested by Hofmann and Heutschi (Hofmann et Heutschi, 2007), an absorbing boundary can be implemented by characterizing the boundary with a purely real impedance condition. The authors indicate that the choice of an impedance condition $Z = Z_0$ ($Z_0 = \rho_0 c_0$ being the characteristic impedance of air) leads to unsatisfying results for oblique incidence and advises in this case to use $Z = \sqrt{2} Z_0$ (*i.e.* the nominal impedance of transmission lines). However, this last condition fails for sound waves at normal incidence. As with the Higdon's formulation, the adaptation of the impedance condition according to the incidence angle makes this approach inapplicable for reliable simulations.

3.2.2.2 Absorbing matched layers

The perfectly matched layers, proposed by Bérenger, consists in surrounding the propagation domain with an anisotropic medium which attenuate gradually the sound waves (Bérenger, 1994). Nowadays, this technique is widely used in numerical skills to avoid the turn back of unwanted reflections toward the propagation medium. A lot of applications of this method have been carried out for finite-difference in the time-domain modeling (Hu, 1996 ; Liu et Tao, 1997 ; Fan et Liu, 2001). Although no rigorous implementation of Bérenger's perfectly matched layers has been proposed for TLM applications in acoustics, two alternative methods can be found in the literature.

Dissipative medium Hofmann and Heutschi suggested to consider a dissipative medium with a gradual dissipative term to create a straightforward absorbing layer (Hofmann et Heutschi, 2007). According to their analysis, the layer depth should be generously dimensioned, *i.e.* about 500 nodes, which represents about 50 wavelengths λ for simulations defined with an usual spatial step of $\Delta l = \lambda/10$. In addition to the substantial computational burden of this technique, qualitative studies within the framework of the present study have shown that the practical implementation of this absorbing layers is not easy because of the gradual modification of the nodal reflection and transmission coefficients due to the progressive variation of the dissipative term. This approach is no longer considered in the following.

Matched connexion laws De Cogan *et al.* proposed to modify the classical nodal connexion laws of the TLM within the absorbing layer, by introducing an attenuation factor that increases gradually as the sound waves propagate along this absorbing medium. This method is called *graded perfectly matched load* (De Cogan *et coll.*, 2005). The two-dimensional connexion laws within the absorbing layer are thus expressed as (Fig. 3.1):

$${}_{t+\Delta t}I_{(i,j)}^1 = F_{(i,j)} \times {}_tS_{(i-1,j)}^2, \quad (3.1a)$$

$${}_{t+\Delta t}I_{(i,j)}^2 = F_{(i,j)} \times {}_tS_{(i+1,j)}^1, \quad (3.1b)$$

$${}_{t+\Delta t}I_{(i,j)}^3 = F_{(i,j)} \times {}_tS_{(i,j-1)}^4, \quad (3.1c)$$

$${}_{t+\Delta t}I_{(i,j)}^4 = F_{(i,j)} \times {}_tS_{(i,j+1)}^3, \quad (3.1d)$$

where $F_{(i,j)} \equiv F(d_{(i,j)})$ is an attenuation factor depending on the distance $d_{(i,j)}$ of the node (i, j) in the absorbing layer from the computational domain limit (expressed in terms of nodes number). De Cogan *et al.* proposed to consider an attenuation factor on the form:

$$1 - \exp\left[\frac{-d_{(i,j)}^2}{B}\right], \quad (3.2)$$

between 0 and 1, where B is a decay constant determining the rate of transition. The choice of an attenuation factor which increases gradually along the absorbing layer ensures to minimize unwanted reflections within the layer. However, no application is given in the Ref. (De Cogan *et coll.*, 2005).

Proposed formulation It is important to remind that the basis of Bérenger's perfectly matched layers is that its implementation consists in including an artificial absorbing medium just before the limit of the computational domain, acting on the normal components of the acoustic observables (*i.e.* the acoustic pressure and the particle velocity). On the other hand, in the method suggested by De Cogan's, all components within the absorbing layer are attenuated. Then, the proposed formulation is to combine both approaches, by attenuating the incident pulses propagating only within the layer toward the computational domain limit (*i.e.* a "one-way" attenuation); that is Eq. (3.1a) for a layer located on the west side of the domain, Eq. (3.1b) for the east side limit, Eq. (3.1c) for the north of the computational domain and Eq. (3.1d) in the south limit case. This method slightly dissent from the classical Bérenger's approach since in this last one the sound field is attenuated in both directions of one cartesian axis at once (*e.g.* $+x$ and $-x$ simultaneously), while in the proposed approach only the field components toward a singular direction ($+x$, or $-x$) are attenuated.

Qualitatively, and as it will be presented later, the modification of only one of the connexion laws within the absorbing layer leads effectively to a better minimization of unwanted reflections, instead of using the four or the two connexion laws simultaneously. This effect can be explained by the fact that the pressure field continuity condition is almost verified in the case of a one-way attenuation, while an attenuation in all general directions simultaneously breaks more suddenly this condition. The last case can also be seen as an unexpected impedance jump according to the TLM concept.

In the proposed approach, the form of attenuation factor $F_{(i,j)}$ is equivalent as the one suggested by De Cogan at Eq. (3.2), which offers the great advantage to swiftly attenuate the incident pulses at the beginning of the layer (with $F_{(i,j)}$ tending to 1 when $d_{(i,j)}$ is equal to the layer depth e_{AL}), and to gently vanish the pulses at the vicinity of the computational domain

limit ($F_{(i,j)}$ tending to 0 at the limit of $d_{(i,j)}$ tending to 0). However it must be reminded that a null reflection coefficient on the limit can generate instabilities. Finally, the attenuation factor is chosen as it varies from

$$F(d_{(i_1,j_1)} = 0) = \epsilon, \quad (3.3)$$

for nodes of discrete coordinates (i_1, j_1) located on the computational domain limit (Fig. 3.1), where the term ϵ tends to zero, to

$$F(d_{(i_N,j_N)} = e_{AL}) = 1, \quad (3.4)$$

for the nodes of discrete coordinates (i_N, j_N) on the interface between the propagation medium and the absorbing layer, N being the number of nodes inside the absorbing layer. In the last equation, e_{AL} is the layer thickness that can be expressed in number of nodes as

$$e_{AL} = \frac{\lambda N_{\lambda_{AL}}}{\Delta l}, \quad (3.5)$$

where the parameter $N_{\lambda_{AL}}$ represents the equivalent depth of the absorbing layer in wavelength unit λ . In order to satisfy the conditions (3.3) and (3.4), with a similar function as the one suggested by De Cogan, the attenuation factor can be written as:

$$F(d_{(i,j)}) = (1 + \epsilon) - \exp\left[\frac{-d_{(i,j)}^2}{B}\right], \quad (3.6)$$

with $\epsilon \in]0, 1]$ and where the decay constant is given by

$$B = -\frac{e_{AL}^2}{\ln \epsilon}. \quad (3.7)$$

It can be verified that such expression of the attenuation factor is equal to 1 for $d_{(i,j)} = e_{AL}$, what ensures the pressure field continuity between both media, and tends to ϵ when $d_{(i,j)}$ tends to zero.

Fig. 3.2 presents the attenuation factor for several values of ϵ , *i.e.* different values of the decay constant B . Results are given according to the distance d from the computational domain limit, expressed in terms of nodes number. It can be observed that the slope becomes more gentle at the beginning of the absorbing layer when reducing the value of ϵ (reciprocally reducing the decay constant B), which should result in limited unwanted reflections due to an improvement of the respect of the pressure field continuity condition as the sound waves progress goes inside the absorbing layer.

3.3 Numerical results

3.3.1 Principle and geometries

3.3.1.1 Reflection error

The efficiency of the absorbing layer can be characterized by comparing the sound propagation in a domain surrounded by artificial absorbing boundaries conditions (*i.e.* in the "virtual free-field" case), with the equivalent propagation in the free-field case. In practice, it consists in comparing the acoustic pressure $p(t)$ within the propagation medium delimited using absorbing

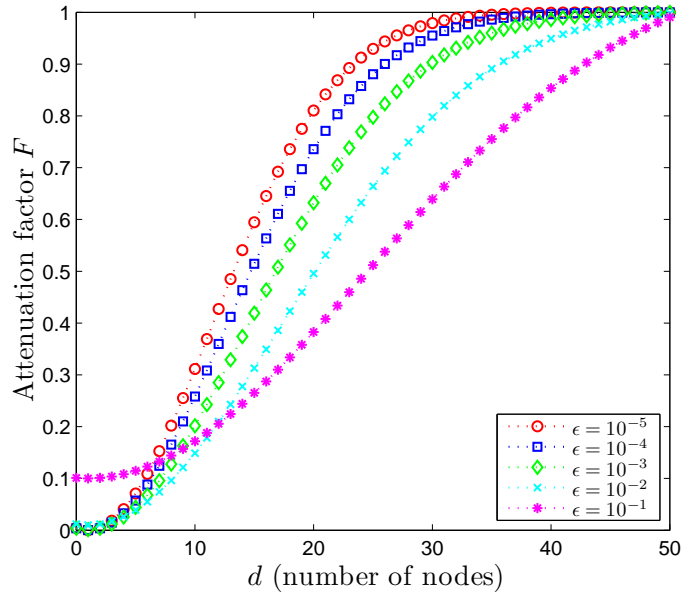


Figure 3.2: Attenuation factor $F_{(i,j)}$ according to the distance $d_{(i,j)}$ from the computational domain limit for several values of ϵ , in a layer depth equivalent to 50 nodes.

conditions, with the equivalent free-field acoustic pressure $p_{\text{ff}}(t)$ obtained with a larger computational domain (*i.e.* in order to push away unwanted reflection in the time scale of interest). Then, a reflection error relative to free-field is defined in dB, by (Sheu et Li, 2008):

$$\text{error}(x, y) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{t=0}^T |p_{\text{ff}}(x, y, t) - p(x, y, t)|^2}{\sum_{t=0}^T |p_{\text{ff}}(x, y, t)|^2}, \quad (3.8)$$

where T is the total simulation duration. A mean error over the whole propagation medium can also be evaluated by averaging the reflection error on x and y .

Ideally, for a perfect absorbing layer, there is no unwanted reflection. This implies $p(t) = p_{\text{ff}}(t)$, then a reflection error tending to $-\infty$. In practice, since unwanted reflections occur in the absorbing layer, and that boundaries do not produce sound energy, the reflection error is strictly negative.

3.3.1.2 Geometry

Two geometries are considered in this paper to evaluate the absorbing layers efficiency.

For the first one (Fig. 3.3), absorbing layers of depth e_{AL} are set downstream from the upper and from the right side propagation medium limits. The point source S is located on the bottom left corner of the propagation medium of dimensions are $D_x \times D_y$, at the junction of two perfectly reflective boundaries. This geometry allows to simulate a "free-field" domain of dimensions $(2 \times D_x) \times (2 \times D_y)$ that would be completely surrounded by absorbing layers, the sound source being in the domain center. Two excitation frequencies are considered for the simulations presented further. For 100 Hz (Secs. 3.3.2, 3.3.3.1 and 3.3.4), the dimensions of the propagation medium are $D_x = D_y = 10$ m. In order to estimate the reflection

error, a corresponding reference free-field propagation medium is also defined, with dimensions $D_x = D_y = 55$ m such as no reflection can come back within the domain of interest until the simulations end, for a simulation duration of $t = 0.25$ s. For simulations carried out at 1 kHz (Secs. 3.3.4 and 3.3.5), the dimensions of the propagation medium and of the reference free-field domain are $D_x = D_y = 5$ m and $D_x = D_y = 75$ m respectively, for a simulation duration of $t = 0.21$ s.

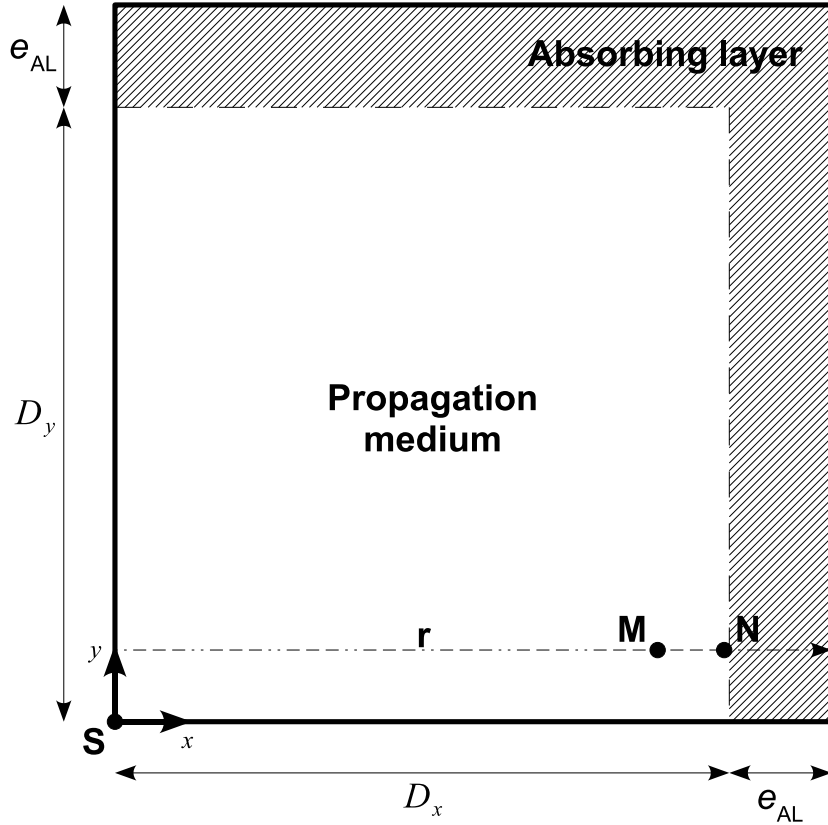


Figure 3.3: Computational domain used to evaluate the absorbing layers efficiency. The two-dimensional computational domain is made up of a propagation medium with dimensions $D_x \times D_y$ extended by absorbing layers of depths e_{AL} at the upper and right sides of the domain of interest. The sound source is located on the lower left corner at the junction of two perfectly reflective boundaries in order to simulate a two-dimensional domain of size $(2 \times D_x) \times (2 \times D_y)$ entirely surrounded by absorbing layers.

The second geometry, given at Fig. 3.4, is useful for evaluating the efficiency of absorbing conditions according to the incidence angle of sound waves (Sec. 3.3.3.2). An absorbing layer is set downstream from the upper limit regarding the propagation medium of size $D_x \times D_y$, with $D_x = 700$ m and $D_y = 365$ m. The source is placed on the left boundary that artificially increases the dimension of the domain along the x -axis, which becomes $(2 \times D_x) \times D_y$. The reference "free-field" domain is enlarged along the y -axis to $D_y = 710$ m. All simulations are performed on a duration $t = 2$ s with a sound source located at a distance $\Delta' = 355$ m from the lower computational domain limit (*i.e.* at a distance $\Delta = 10$ m from the upper limit). Due to the substantial computational requirement of the simulations with this geometry, all numerical simulations have been carried out with a gaussian source at 100 Hz in order to ensure relevant

results over wide incident angles θ .

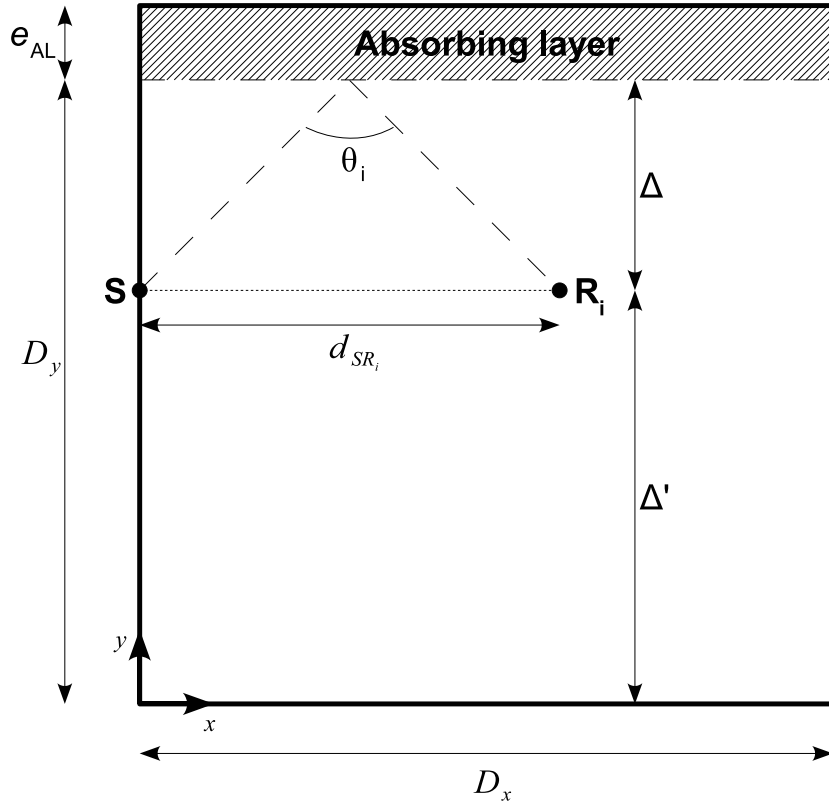


Figure 3.4: Computational domain designed in order to estimate the efficiency of artificial absorbing boundaries condition in function of the incidence angle on the absorbing boundary. The source is placed on the left perfectly reflective boundary in order to enlarge the propagation domain according to the x -axis, from $D_x \times D_y$ to $(2 \times D_x) \times D_y$. Receivers are distributed on each node from the source to the right side along the x -axis and are characterized by incident angles θ of sound waves on the upper interface between both media.

3.3.2 Effect of the layer depth and of the parameter ϵ

A first numerical study is carried out in order to evaluate the effect of the parameter ϵ and of the layer depth $N_{\lambda_{AL}}$ on the absorbing condition efficiency. The first geometry (Fig. 3.3) is used with a gaussian sound source at 100 Hz. Figure 3.5 gives the reflection error in function of the absorbing layers depth $N_{\lambda_{AL}}$ ranged from 1 to 10, for several values of the parameter ϵ . As expected, a substantial improvement of the layers efficiency is observed while enlarging the artificial absorbing layer and while reducing the parameter ϵ , which is due to a better respect of the pressure field continuity condition as the sound waves progress inside the absorbing layer. However, it appears that the efficiency improvement of the absorbing layer is less and less significant when decreasing ϵ . Finally, the choice of $\epsilon = 10^{-5}$ and $N_{\lambda_{AL}} = 5$ seems to be a good compromise between absorbing layers efficiency and computational burden. Excepted when explicitly mentioned, all numerical simulations presented in the following are carried out with this set of parameters.

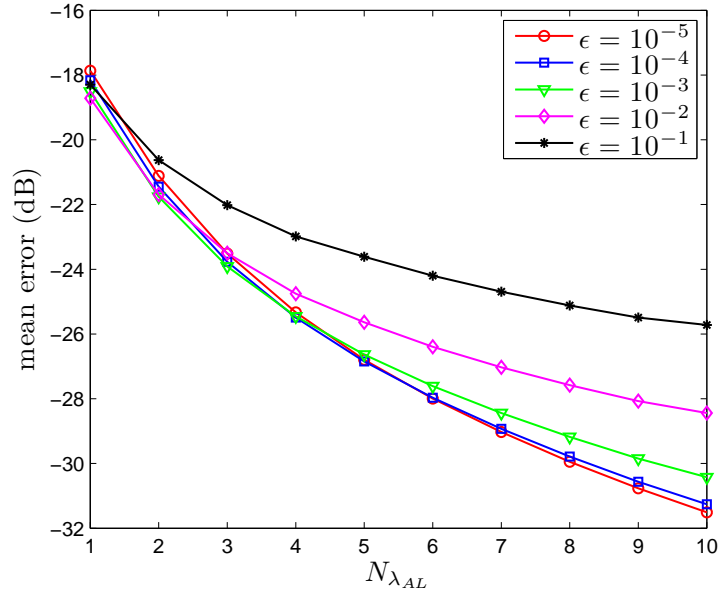


Figure 3.5: Effect of the parameter ϵ on the mean reflection in function of the absorbing layer thickness $N_{\lambda_{AL}}$.

3.3.3 Comparison between absorbing conditions

This paragraph rests on a comparison of the absorbing conditions presented at Sec. 3.2.2, with the proposed formulation.

3.3.3.1 Comparison with De Cogan's formulation

The gradually matched layers implementation proposed by De Cogan (Sec. 3.2.2.2) is compared with the proposed implementation of a "one-way" attenuation in the absorbing layer using the first geometry (Fig. 3.3), both with the same attenuation factor $F_{(i,j)}$. It must be noted that preliminary numerical simulations have shown that the parameter ϵ have no effect when considering the De Cogan's absorbing layers implementation.

Figure 3.6 presents the acoustic pressure $p(t)$ obtained at a receiver M located at a distance of 1 m both from the right and the lower sides of the propagation domain. Annotations 1 and 2 on Fig. 3.6 locate the direct pulse and the first unwanted pulse reflections detected using the De Cogan's (2) and the proposed (2') formulations, respectively. This figure shows the significant reduction of the unwanted reflected pulse with the "one-way" attenuation. The delay between unwanted reflected pulses 2 and 2' comes from the fact that these reflections occur inside the absorbing layer and not on the two geometrical limits of the absorbing layer (*i.e.* on the limit of the computational domain and on the interface between the two propagation media). It is also important to observe that the present absorbing layer implementation induces a staggering of the spurious pulse that is relating with a reduction of the unwanted reflection magnitude.

Both absorbing conditions formulations have also been compared by computing the mean reflection error for several absorbing layers thickness $N_{\lambda_{AL}}$ ranged from 1 to 10 (Fig. 3.7). Here again, the present formulation leads to a reduction of the unwanted reflections magnitude in comparison with the De Cogan's approach whatever the layers thickness. The mean reflection

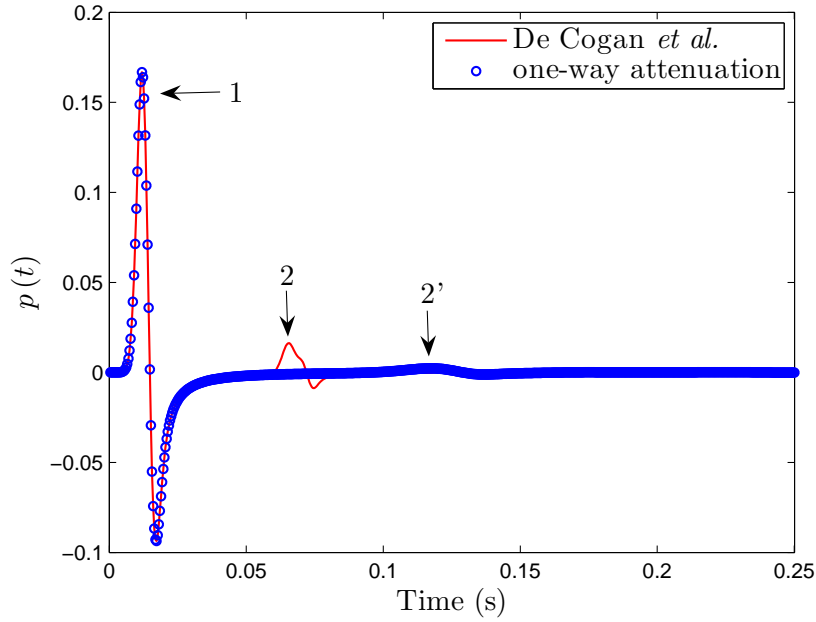


Figure 3.6: Temporal pressure signals $p(t)$ recorded at a node located at a distance of 1 m both from the lower and from the right boundary of the propagation domain (Fig.3.3), for absorbing layers implemented following the De Cogan's proposition and with the proposed formulation.

error obtained with the De Cogan's formulation remains constant whatever the layer depth due to the generation of unwanted reflections just on the interface between the propagation medium and absorbing layers, and not within the absorbing layers as with the proposed formulation.

It must be reminded that the reflection error represents the ratio of the reflected field to the incident field at the same location in the domain. Thus, Fig. 3.7 means for example that, for the De Cogan's approach, the reflected field is lower than the incident field of about -15 dB so that the cumulated sound field at any observation point in the domain will be supplied mainly by the incident field. The improvement of the absorption layer efficiency using the proposed formulation is not fundamentally discernible in this situation. However, when considering a propagation medium that generates multiple diffuse reflections on the domain limits and on absorbing boundaries, the cumulative energy of unwanted reflections becomes non-negligible in comparison with the incident energy. This is particularly the case for the numerical modeling of sound propagation in urban areas, when considering for example a street for which the open-top is "closed" by an absorbing layer (*see* Sec. 3.4).

3.3.3.2 Comparison with absorbing boundaries

The two absorbing boundaries based on a Taylor's series expansion of the sound pressure field on the computational limit (Sec. 3.2.2.1) and on purely real impedance conditions (Sec. 3.2.2.1) are now compared with the proposed formulation. Simulations have been performed using a gaussian sound pulse at 100 Hz in the second geometry (Fig. 3.4), in order to compare all artificial absorbing conditions according to the incidence angle θ .

Figure 3.8 compares the unwanted temporal signals obtained at a normal incidence (*i.e.*

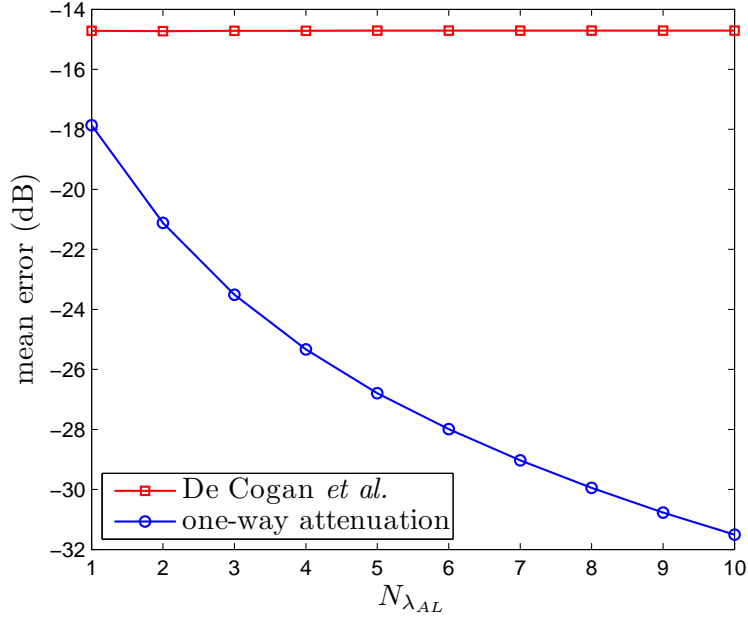


Figure 3.7: Comparison of the mean reflection error in function of the layer thickness $N_{\lambda_{AL}}$ between the De Cogan's implementation and the proposed formulation.

$\theta = 0^\circ$) with the absorbing boundaries defined by a Taylor's series expansion of the acoustic pressure on the computational limit and by a purely real impedance condition (for $Z = \sqrt{2} Z_0$ and $Z = Z_0$), with the De Cogan's and proposed formulations of absorbing layers. The Taylor's expansion based condition gives the worst results and produces large numerical instabilities as underlined in Sec. 3.2.2.1. However, it must be noted that the technique consisting in applying a null reflection coefficient on the limit after the passing of the wavefront has not been performed, since this solution is not pertinent when considering permanent sound field or long durations simulations. Due to these instabilities, the reflection error is very important; this absorbing condition is no longer considered in the following.

Figure 3.9 shows the mean reflection error according to the incident angle θ , for a purely impedance condition and for absorbing layers implemented according to the De Cogan's and to the proposed formulations. The purely real impedance condition gives quite interesting results. However, as explained by Hofmann and Heutschi, the impedance Z must be adapted according to the angle θ (better absorption is obtained for $\theta = 0^\circ$ with $Z = Z_0$ than with $Z = \sqrt{2} Z_0$, while opposite results are observed for $\theta = 90^\circ$), what consequently makes difficult the use of this method. As already observed at Fig. 3.8, De Cogan's approach gives similar results than with the real impedance condition defined by $Z = \sqrt{2} Z_0$. Lastly, although the proposed formulation leads to similar results than the purely real impedance condition with $Z = \sqrt{2} Z_0$ for $\theta < 15^\circ$, it leads to better results on the whole considered incidence angle range. Moreover, as it can be observed on Fig. 3.9, the mean reflection error remains quite constant while increasing θ until 65° . However, for larger angles, the mean reflection error increases for all tested absorbing conditions.

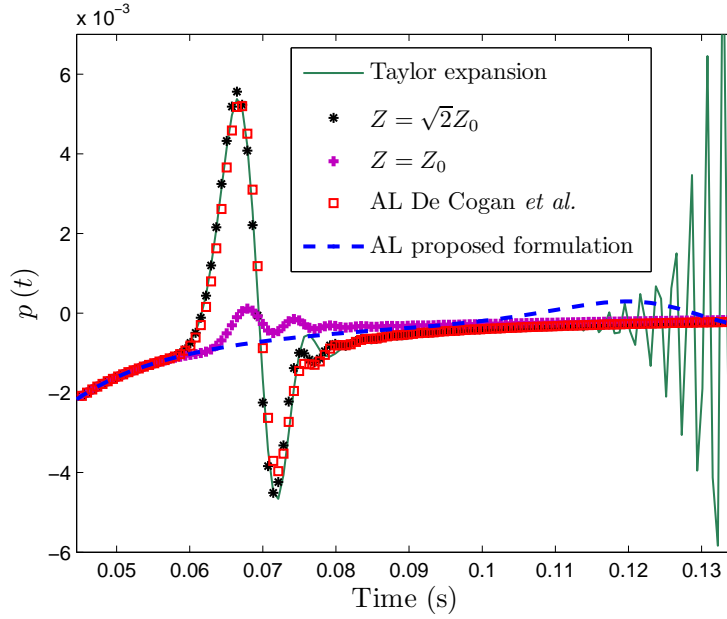


Figure 3.8: Temporal pressure signals $p(t)$ recorded at normal incidence ($\theta = 0^\circ$) for absorbing boundaries defined by a Taylor's series expansion of the acoustic pressure on the computational limit and by a purely real impedance condition ($Z = Z_0$ and $Z = \sqrt{2}Z_0$), compared with the proposed formulation of absorbing layers.

3.3.4 Stability

Simulations have been carried out using the first geometry (Fig. 3.3) in order to verify the stability of the proposed absorbing layers implementation for long duration simulations. Numerical simulations have been performed using a sine wave source at both frequencies 100 Hz and 1 kHz, on a duration of 30 s and 5 s respectively. It has been observed that the temporal signals remains very stable in the whole propagation medium until the end of the simulations.

3.3.5 Frequency efficiency

The efficiency of the absorbing layer has been also studied according to frequency in order to analyse the ability of the present formulation for broadband simulations. The reflection error spectrum, relative to free-field, is computed using the following relation:

$$\text{error}(\omega) = 10 \log_{10} \frac{\text{PSD} [p_{\text{ff}}(x, y, t) - p(x, y, t)]}{\text{PSD} [p_{\text{ff}}(x, y, t)]}, \quad (3.9)$$

where PSD is the power spectral density function. The average error is also computed on the frequency range of interest.

In the following, numerical simulations have been carried out using the first geometry, with a gaussian sound pulse excitation of central frequency 1 kHz. Figure 3.10 gives the reflection error spectra computed on the frequency range of interest [100, 1000] Hz, at the receiver N located at a distance of 1 m from the lower limit of the propagation domain, and at the last node before the absorbing layer along the x -axis. Simulations have been performed for two layer depths (*i.e.* for two reference frequencies), both with $N_{\text{AL}} = 5$. The first one is sized by adjusting the

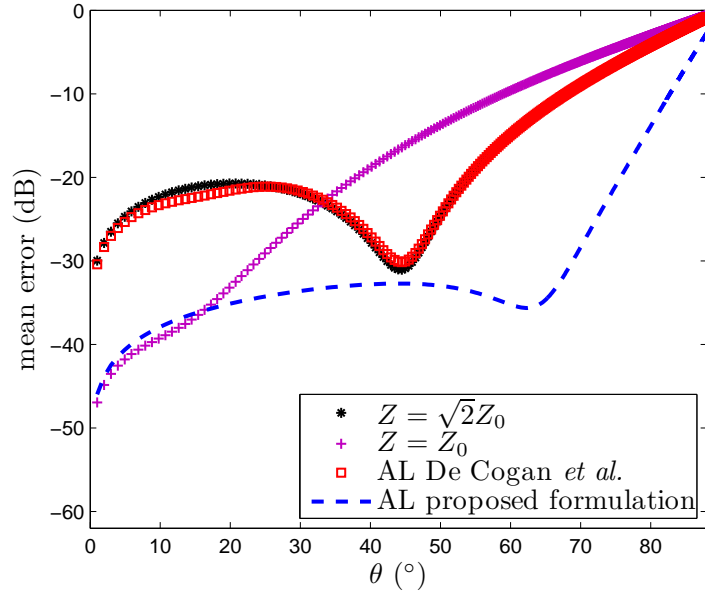


Figure 3.9: Comparison of the mean reflection error in function of the incidence angle θ , for absorbing boundaries defined by a Taylor's series expansion of the acoustic pressure on the computational limit and by a purely real impedance condition ($Z = Z_0$ and $Z = \sqrt{2}Z_0$), compared with absorbing layers using the De Cogan's and the proposed formulation.

thickness of the layer from the upper frequency $f_{\max} = 1$ kHz (*i.e.* the minimal wavelength) of the frequency range, while the second case is based on the lower frequency $f_{\min} = 100$ Hz (*i.e.* the maximal wavelength). As expected, the improvement of the efficiency of the absorbing layer is significant when adjusting the absorbing region thickness with the maximal wavelength, leading to a very good efficiency of absorbing layers for the whole frequency range.

The average reflection error spectra over the frequency range [100, 1000] Hz is also computed for several layer depths $N_{\lambda_{\text{AL}}}$ ranged from 1 to 10 (Fig. 3.11). It can be observed that the absorbing layer efficiency is almost constant whatever the layer depth when adjusted to the maximal wavelength. As expected, the layer efficiency is equivalent for $N_{\lambda_{\text{AL}}} = 10$ with $f = 1$ kHz than for $N_{\lambda_{\text{AL}}} = 1$ with $f = 100$ Hz, since the layer depths are equal in both cases.

3.4 Urban acoustics application

As an illustration of the efficiency of the proposed formulation, a realistic case of sound propagation within a street section is considered. The same geometry as depicted on Fig. 3.4 is used, with dimensions $D_x = 6$ m (*i.e.* the street width) and $D_y = 9$ m (*i.e.* the street height) and a gaussian sound source (100 Hz) at $\Delta' = 1$ m above the ground (*i.e.* $x = 0$). Receivers are located at each node along a parallel axis to the ground, passing through the source. As previously suggested in Sec. 3.3.3.1, this kind of geometry generates multiple reflections on boundaries; the absorbing boundaries are then particularly involved. Equivalent sound levels at receivers are

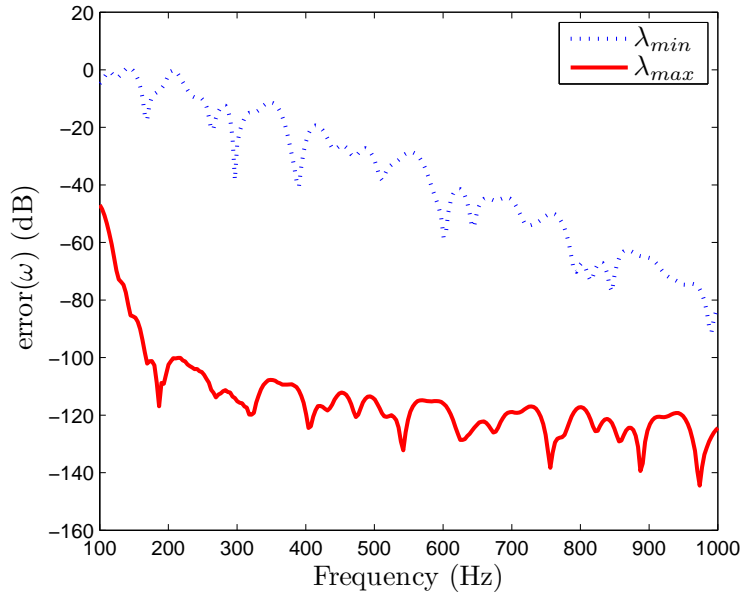


Figure 3.10: Reflection error spectra for two absorbing layer depths, both with $N_{\lambda_{AL}} = 5$, based on the upper and lower values (respectively $f_{\max} = 1$ kHz and $f_{\min} = 100$ Hz) of the frequency range.

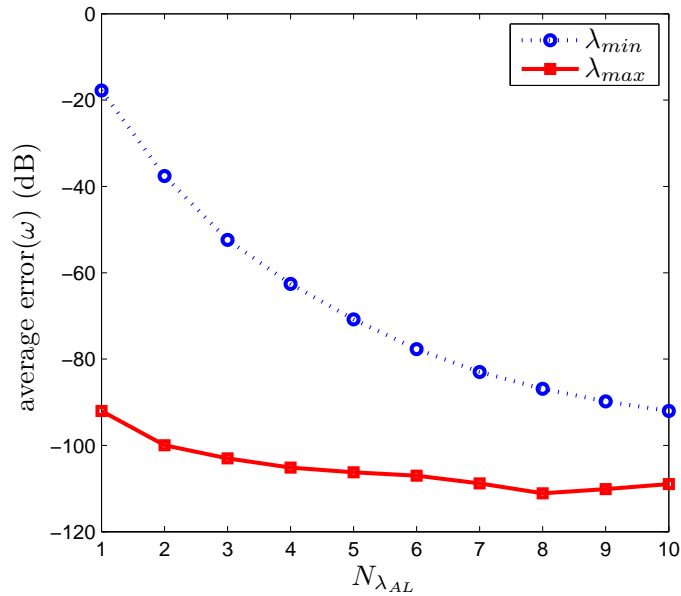


Figure 3.11: Average reflection error on the whole frequency range [100, 1000] Hz according to the absorbing layer thickness $N_{\lambda_{AL}}$. The layer depth is based either on the upper frequency $f_{\max} = 1$ kHz, or the lower frequency $f_{\min} = 100$ Hz of the frequency range.

calculated on duration $T = 1$ s according to the relation:

$$L_{\text{eq},T} = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{T} \frac{\sum_{t=0}^T |p(x, y, t)|^2}{p_0^2} \right], \quad (3.10)$$

with p_0 the reference sound pressure. Numerical simulations have been performed using perfectly reflecting boundaries conditions on ground and frontages, and several absorbing conditions for the open-top of the street. The "free-field" open-top configuration is obtained by enlarging the propagation domain along the y -dimension ($D_y = 200$ m). Results presented at Fig. 3.12 shows the efficiency of the proposed formulations in comparison with others approaches, and as expected when increasing the layer depth.

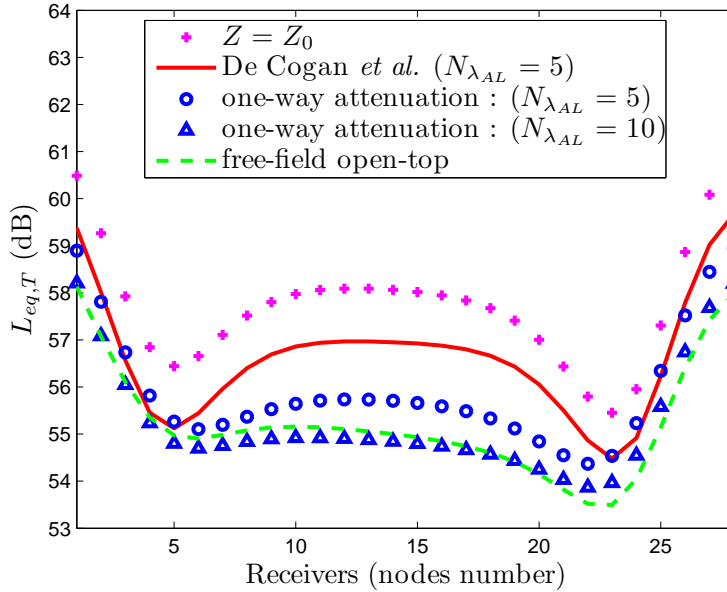


Figure 3.12: Equivalent sound pressure levels in the street r axis ($\Delta' = 1$ m) with perfectly reflecting frontages and ground. The open-top is modelled by a real impedance condition ($Z = Z_0$) and by absorbing layers following the De Cogan' approach as well as the proposed formulation.

3.5 Conclusion

An absorbing layer formulation for TLM modelling of sound propagation has been proposed in this paper. The proposed formulation is based on a De Cogan's suggestion of absorbing layer implementation, for which the matched connection laws have been restricted to the incident pulse propagating only toward the absorbing layer. The efficiency improvement of the present approach, in comparison with others models of absorbing layers and of absorbing boundaries, has been verified.

Numerical simulations have been carried out in order to estimate the efficiency of the absorbing layer according to the attenuation factor, the layer depth and for several incidence angle. It has been shown that a decay constant computed with $\epsilon = 10^{-5}$ with a sufficiently wide absorbing layer (*e.g.* a depth equivalent to 5 or more wavelengths) guarantees a significant reduction of unwanted reflections on the computational domain limit. Moreover, the present formulation ensures good efficiency for oblique angle excepted for grazing one. It has been also outlined that the layer depth must be adjusted to the lower frequency of interest to ensure good efficiency on a wide frequency range.

Unfortunately, the present formulation does not verify *a priori* the Bérenger's perfectly

matched layers-like equations. Moreover, the proposed implementation results in a significantly expensive computational algorithm, as well in terms of CPU-time as memory storage. However, the formulation leads to good efficiency for broadband frequencies and oblique incidences, which is of particular interest for long range outdoor sound propagation, like in urban areas.

Although the present approach is mainly dedicated to outdoor sound propagation applications, the proposed formulation of absorbing layers could be applied in other domains of acoustics.

Chapitre 4

Applications urbaines

Avant propos

Ce chapitre propose des exemples d'applications du modèle TLM en deux dimensions intégrant les formalismes développés dans les deux chapitres précédents qui concernent l'implémentation de conditions d'impédance complexes aux frontières « réelles » du milieu de propagation et l'introduction de couches absorbantes artificielles aux limites du domaine de calcul. Dans ce chapitre, le cas d'une zone calme derrière un bâtiment donnant sur une rue bruyante est tout d'abord traité, puis le cas d'un bâtiment protégé par un écran acoustique « bas », en considérant deux géométries distinctes (un écran plat et un écran en forme de « L » renversé) sont présentés. Dans les deux cas, un revêtement de surface « végétal » sur les façades et sur le toit des bâtiments, ainsi que sur les écrans acoustiques, a été testé.

La vocation de ce chapitre n'est cependant pas d'étudier précisément la réduction des nuisances sonores apportée par un traitement en surfaces « végétalisées » ou par un écran acoustique. Les conditions aux frontières « réelles » (*i.e.* conditions d'impédance complexe) que nous avons utilisées sont en effet uniquement valables si la réaction de ces parois peut être approchée par celle d'un massif semi-infini (*i.e.* pas de prise en compte de l'épaisseur des matériaux), ce qui n'est bien évidemment pas le cas d'une façade, et encore moins d'un écran acoustique. Le but de ce chapitre est plutôt de montrer les applications potentielles du modèle développé, et en particulier l'intérêt des formalismes développés aux chapitres 2 et 3, pour la modélisation de la propagation acoustique dans des milieux fortement bâtis tels qu'en zones urbaines. Par ailleurs, les effets atmosphériques (*i.e.* l'absorption atmosphérique) et micrométéorologiques (*i.e.* les fluctuations de vent et de température) ne sont pas considérés ici.

Ce chapitre correspond à une publication présentée au congrès européen *Euronoise 2009* (Édimbourg (Écosse), 26–28 octobre) et intitulée « Implementation of complex impedance conditions and absorbing layers into a transmission line matrix model for urban acoustics applications » (G. Guillaume, J. Picaut, B. Gauvreau et G. Dutilleux). L'introduction 4.1 et la section 4.2 étant redondantes par rapport aux chapitres 2 et 3, le lecteur pourra par conséquent se référer directement à la section 4.3.

4.1 Introduction

Sound propagation modeling in urban areas has attracted consideration in the recent years. Many methods based, for example, on ray or beam tracing, source-images, diffusion equation... have then been proposed and validated by comparison with measurements obtained, for example, in street scale models (Kang, 2007). However, in essence, such methods are based on energetic approaches and then are restricted to middle and high frequencies. As a consequence, these models are not able to respect the undulatory behavior of sound waves, which results in interference patterns in the propagation domain due to sound reflection by complex impedance (boundary) conditions. While energetic models can give a good approximation of the sound propagation in urban areas with homogeneous atmosphere and hard boundary conditions, they fail to predict the sound propagation in inhomogeneous domain bounded by absorbent material, whatever the frequency range. Temporal wave approaches, like finite differences in time domain (FDTD) (Salomons *et coll.*, 2002), seem very promising. An alternative approach, the Transmission Line Matrix (TLM) method has attracted attention in acoustics.

TLM was first introduced in the field of electromagnetism by Johns and Beurle (Johns et Beurle, 1971). Later, several authors have proposed many applications of TLM in acoustics, but the use of TLM for outdoor sound propagation remained limited for a long time by the lack of computational power. Kristiansen has first studied the propagation of monochromatic waves or pulses in a 2D street network and computed the impulse response over a porous ground with a good agreement compared to experimental results (Kristiansen *et coll.*, 2000 ; Kristiansen et Jezzine, 2000). Later, Tsuchiya showed that the atmospheric absorption could be modeled by the use of high-order finite impulse response filters (Tsuchiya, 2006). More recently, Hofmann and Heutschi studied the sound propagation over a porous ground in the case of a temperature-induced sound speed gradient (Hofmann et Heutschi, 2007). Lastly, Dutilleux proposed a technique to introduce the effective sound speed in TLM by using sound intensity (Dutilleux, 2007), as well as, the possibility to simulate a boundary with diffuse reflection (Dutilleux et Kristiansen, 2004).

While it is easy to define complex geometries in TLM approach, the absorption of the boundaries appears to be a somewhat underdeveloped aspect of TLM theory, probably because TLM is a time-domain formulation and boundary conditions are usually defined in the frequency-domain. Then, most authors use a simple reflection coefficient (Kagawa *et coll.*, 1998) instead of frequency-dependent boundary conditions. As a possible solution, Kristiansen and Jezzine proposed to model a second medium to describe the porous ground (Kristiansen et Jezzine, 2000). Later, Hofmann and Heutschi have proposed a polynomial fit of the frequency-domain impedance (Hofmann et Heutschi, 2007). However, this last approximation is restricted to low order because of the computational burden related to the convolution occurring while translating the impedance boundary condition in the time domain. Within the framework of the FDTD method, an interesting approach has been recently proposed by Reymen, which consists in representing the impedance as the sum of linear systems (Reymen *et coll.*, 2006). This approach results in a time-domain impedance boundary condition that has been successfully applied through FDTD calculations to outdoor sound propagation modeling. Moreover, the modeling of the openings (total absorption) is another underdeveloped aspect of TLM theory. Indeed, while an implementation of Perfectly Matched Layers (PML) has been purposed for TLM simulations in electromagnetism (Dubard et Pompéi, 1997), any rigorous formulation of this efficient absorbing boundaries condition have been found in the literature for acoustics applications.

The present paper deals with the implementation of time-domain impedance boundary conditions and of absorbing layers in the TLM method (section 4.2). Lastly, two applications in

urban areas are proposed in order to illustrate these implementations (section 4.3).

4.2 TLM formulation of boundary conditions

4.2.1 TLM principle

The TLM method is based on the Huygens' principle that enables the description of a wavefront as a set of secondary sources radiating spherical wavelets that can be broken down again into a new generation of secondary sources, and so on. Based on this concept, the TLM approach consists in a physical modeling of waves propagation both through a spatial and a temporal discretization of the propagation medium. In TLM, the physical behavior of a volume element is seen as a node. Thus, the discrete propagation medium appears as a transmission lines network linking nodes each others. The inhomogeneities and the dissipation within the propagation domain are condensed in each node and the sound field diffusion between nodes is ensured by the transmission lines. The acoustic field evolution is then described by means of sound pulses passing between nodes through transmission lines: Incident pulses coming through the neighboring nodes and scattered pulses leaving the current node.

4.2.2 Complex impedance condition

As suggested in the Introduction, the most intuitive method consists in explicitly introducing the porous layer in the computing domains. However, by extending the computational domain, it increases the computational burden. Another way to model the porous ground effect consists in applying time-domain impedance boundary conditions. Unfortunately, impedance models are historically expressed in the frequency domain and their time-domain formulation requires to comply with three necessary conditions to be physically feasible (causality, passivity and reality) (Rienstra, 2006). For instance, the well-known Delany-Bazley model does not fulfill the second condition. On the contrary, the Miki model (Miki, 1990) or the Zwikker and Kosten model (Zwikker et Kosten, 1949) can be used for a time-domain implementation. Considering these impedance models, a method has been successfully developed for FDTD simulations (Ostashev *et coll.*, 2007; Cotté *et coll.*, 2009). The approach consists in implementing a broadband impedance boundary condition in the time domain by approximating the impedance model by a sum of first-order linear systems expressed as a partial fraction expansion of the following form:

$$Z(\omega) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{\gamma_k - j\omega}, \quad (4.1)$$

where γ_k and a_k are the K poles and the residues respectively, which have to be determined by an optimization procedure. Thus a time-domain impedance formulation can be obtained and a recursive convolution method can be used to compute the convolution product appearing in the equivalent time-domain boundary condition. For the TLM formulation, a similar approach can be used. In order to model a boundary condition in TLM and considering as an example the case of the ground implementation, the boundary is placed at mid-distance between a node (i, j) located in the propagation medium and a virtual node $(i, j - 1)$ placed outside the domain of interest. The problem is then to determine the scattered pulse ${}_m S^4(i, j - 1)$ at time $t = m\Delta t$ (*i.e.* at time increment m , Δt being the time step), from the virtual node, which is equivalent to a reflection from the boundary with a complex impedance Z . This can be done by writing the sound pressure $p(m\Delta t) \equiv {}_m p$ and the normal particle velocity $v_n(m\Delta t) \equiv {}_m v_n$ on the boundary

from the pulses that are scattered by the nodes located on both sides of the boundary:

$${}_{m+\frac{1}{2}}p = {}_mS^3(i, j) + {}_mS^4(i, j - 1) \quad (4.2)$$

and

$${}_{m+\frac{1}{2}}v_n = \frac{{}_mS^3(i, j) - {}_mS^4(i, j - 1)}{Z_{\text{TL}}}, \quad (4.3)$$

where ${}_mS^3(i, j)$ is the scattered pulse form the node (i, j) . In the last equation, $Z_{\text{TL}} = \rho_0 c$ is the characteristic impedance of the transmission line, product of the air density ρ_0 by the speed of propagation in the transmission line c . It must be pointed out that the characteristic impedance of the transmission line is different from the characteristic impedance in the air $Z_0 = \rho_0 c_0$. Finally, using a piecewise linear approximation of the normal particle velocity in the sound pressure definition on the boundary given in reference (Reymen *et coll.*, 2006), Eqs.(4.2) and (4.3) leads to the following TLM relations for the scattered pulse from the ground virtual node:

$${}_mS^4(i, j - 1) = {}_mS^3(i, j) \frac{\Lambda_k - 1}{1 + \Lambda_k} + \frac{Z'}{1 + \Lambda_k} \sum_{k=1}^K a'_k \exp[-\gamma_k \Delta t'] {}_q\psi_k, \quad (4.4)$$

where $q = m - 1$ is the previous time increment,

$$\Lambda_k = \frac{Z'}{Z_{\text{TL}}} \left(1 + \sum_{k=1}^K a'_k \frac{1 - \exp[-\gamma_k \Delta t']}{\gamma_k} \right) \quad (4.5)$$

and

$${}_m\psi_k = \left[\frac{{}_mS^3(i, j) - {}_mS^4(i, j - 1)}{Z_{\text{TL}}} \right] \left(\frac{1 - \exp[-\gamma_k \Delta t']}{\gamma_k} \right) + \exp[-\gamma_k \Delta t'] {}_q\psi_k. \quad (4.6)$$

The parameters Z' , a'_k and $\Delta t'$ depend on the impedance model that is approximated by the partial fraction expansion. These impedance model dependent parameters can be defined for the Miki model (Cotté *et coll.*, 2009) and for the Zwikker and Kosten model (Ostashev *et coll.*, 2007). Lastly, the expression of the approximated frequency-domain impedance is given by:

$$Z(\omega) = Z' \left[1 + \sum_{k=1}^K \frac{a'_k}{\gamma_k - j\omega} \right]. \quad (4.7)$$

As an illustration of the previous impedance condition formulation, Figure 4.1 shows the excess attenuation (EA, *i.e.* the sound level relative to free field) spectrum obtained for an inhomogeneous semi-infinite ground, using the Zwikker and Kosten model with a source located at 1 m above a porous pavement ($\sigma_1 = 10 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q_1 = \sqrt{3.5}$ and $\Omega_1 = 0.2$) and a receiver located at 2 m above a grass-covered ground ($\sigma_2 = 100 \text{ kN.s.m}^{-4}$, $q_2 = \sqrt{10}$ and $\Omega_2 = 0.5$) and 15 m from the source. The discontinuity is located at 10 m from the source. The agreement with the analytical solution is very good, regarding the sound level scale and the validity domain (until 1500 Hz).

4.2.3 Absorbing layers

Dealing with the modelling of outdoor sound propagation requires to model open boundaries, thus to satisfy the Sommerfeld condition. Perfectly Matched Layers (PML) implementation has

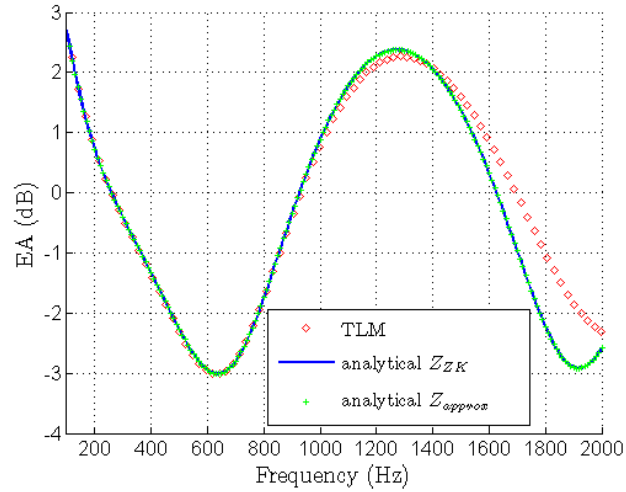


Figure 4.1: Comparison of TLM and analytical EA spectrum above a semi-infinite ground with an impedance discontinuity (Zwikker and Kosten model) at 10 m from the source. The source S is located 1 m above a porous pavement. The receiver is located 2 m above a grass-covered ground, 15 m from S .

already been proposed for TLM simulations in electromagnetism (Dubard et Pompéi, 1997), but no rigorous formulation of this efficient absorbing boundary condition have been found in the literature for acoustic applications. The PML consists in surrounding the computational domain with a gradually absorbing layer and in splitting the field components into uni-directional sub-components. The transposition of the electromagnetism PML formulation, consisting of voltages and currents scattering, is a priori not feasible with the present TLM acoustics formulation. A gradually absorbing layer implementation have consequently been tested on the basis of a suggestion in reference (De Cogan *et coll.*, 2005), which consists in modifying the TLM connexion laws, ensuring the sound field scattering from each node towards its neighbours in the absorbing region, by multiplying each pulse component with a damping function that attenuates gradually the sound field. In order to match with the classical PML philosophy, the formulation that we propose consists in attenuating the incident pulses making toward the limit of the computational domain only. The damping function is chosen of the same form as the one used in reference (De Cogan *et coll.*, 2005), which allows a smooth decrease of the field. However, the absorbing region must be quite generously proportioned to guarantee unwanted reflections inside the virtual area. Thus it has been underlined that a damping region extending over a number of nodes corresponding at least to five wavelengths ensures quite good results, the considered wavelength being related with the minimal frequency of interest. The next applications have been realized applying such a gradually absorptive layer on the computational domain limits.

4.3 Urban acoustics applications

As an example of the implementation of complex boundary conditions and of absorbing layers in the TLM method, the approach is applied to sound propagation modelling in urban areas. Two examples are proposed. The first example (Figure 2) allows to model sound propagation between two parallel streets, the first street (*i.e.* the "street source") containing the sound source, the second street being the "quiet area". Several configurations have been studied, considering

different materials (perfectly reflective surfaces or absorptive surfaces such as "green features") on façades and on the rooftop. The objective of this example is to evaluate the sound attenuation between a noisy street and a quiet area, for several conditions of façades and roof treatment, using the TLM approach. The second example (Figure 7) is intended to evaluate the effect of a small noise barrier near a building façade, here again, for several material configurations, for both the barriers and façades.

It must be pointed out that the goal of these two applications is not really to show the effect of such features (noise barriers, green surfaces) in terms of noise attenuation (as already proposed for example in reference (Van Renterghem et Botteldooren, 2008) for green roofs), but to demonstrate how the TLM approach, using the proposed formulations of boundary conditions, can be used to study sound propagation in urban areas. Indeed, it must be reminded that only semi-infinite impedance models have been currently implemented in the TLM approach. These impedance models are pertinent only for semi-infinite ground, but should not be used for noise barriers, green façades or green rooftops.

For all the simulations, the sound source radiates a gaussian pulse of upper limit frequency $f = 500$ Hz at 0.1 m above a semi-infinite porous pavement characterized by the Zwicker and Kosten model with $\sigma = 10$ kN.s.m⁻⁴, $q = \sqrt{3.5}$ and $\Omega = 0.2$. The sidewalks are considered as fair-faced concrete such as $\sigma = 100000$ kN.s.m⁻⁴ in the Miki model. Green features (noise barrier, façades and rooftops) are modelled using the phenomenological impedance model with $\sigma = 100$ kN.s.m⁻⁴, $q = \sqrt{10}$ and $\Omega = 0.5$, whereas the perfectly reflecting elements are merely characterized by a unitary reflection coefficient in pressure. The damping layers, located on the left and right sides as well as on the top of the computational domains, enlarge upon a five wavelengths equivalent depth (*i.e.* around 17 m). The spatial and temporal discretization steps of the numerical model are respectively $\Delta l = 0.05$ m and $\Delta t = 4.1 \times 10^{-5}$ s. Atmospheric absorption has not be taken into account in the numerical simulations.

4.3.1 Parallel streets

The first example (Figure 4.2) illustrates the effect of green frontages and rooftops on the sound pressure levels in two parallel street sections separated by a 9 m height and 6 m width block. 4 configurations have been considered: (A1) all building surfaces are perfectly reflecting; (A2) perfectly reflecting façades with green rooftops; (A3) perfectly reflecting rooftops with green façades; (A4) all building surfaces are "green". The source is located 2.5 m from the right side frontage of the first street (on the left side) at 0.10 m above the ground. Receivers are distributed all around the central block at 1 m from the frontages and over the rooftop. A reference receiver is placed in the left street at 1 m height.

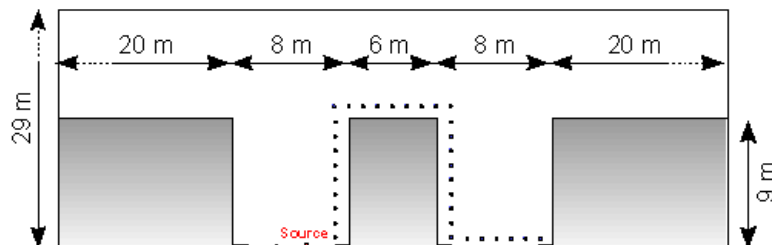


Figure 4.2: Parallel streets geometry: the sound source is located at 0.10 m above the ground at a distance of 2.5 m from the right façade; 33 receivers (symbolized by points) are located around the central block, plus a reference microphone in the left street.

Two time steps screenshots of the wavefront propagation in the left street are given on Figure 4.3. For both time increments, the perfectly reflecting and green façades cases are presented. The effect of green coating is qualitatively perceptible. Screenshots are represented on Figure 4.4 for all configurations (A1) to (A4), at $t = 0.061$ s, *i.e.* the time when the sound arrives in the second street. Some wavefronts associated with diffraction are strongly attenuated, especially when all boundaries are green surfaces.

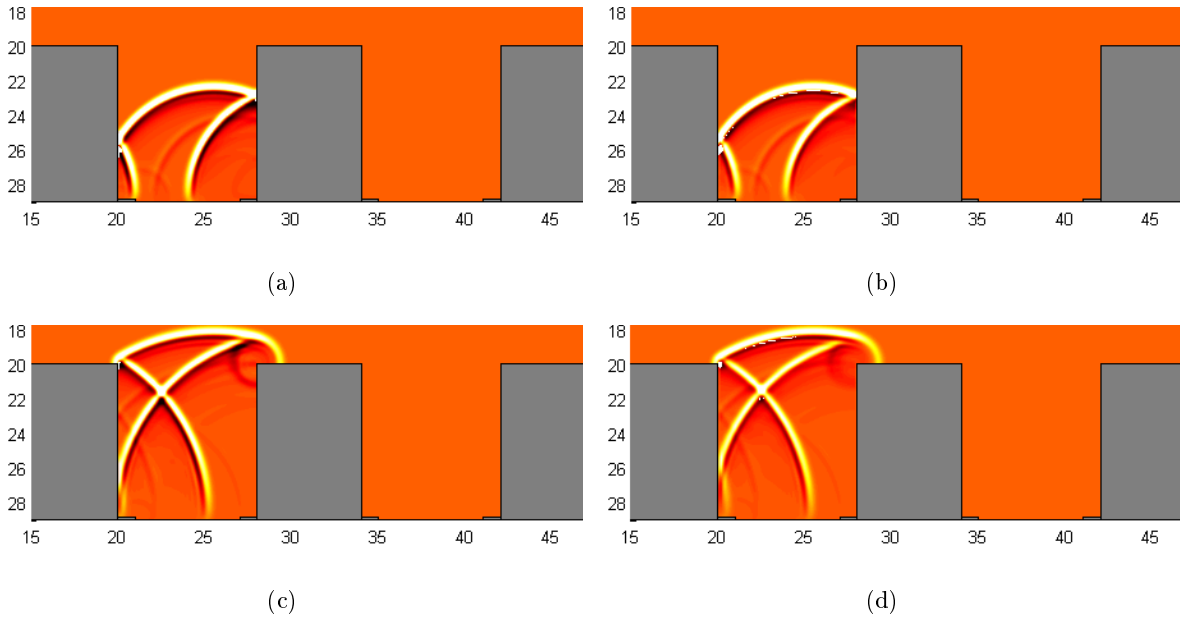


Figure 4.3: Wavefronts propagation in the streets. Effect of green façades on first reflections at time (a) – (b) $t = 0.02$ s and (c) – (d) $t = 0.033$ s. The screenshots are obtained (a) – (c) with perfectly reflecting façades (configuration A1) and (b) – (d) with green façades (configuration A2).

Figure 4.5 shows soundmaps obtained by integrating the sound pressure over all the duration of the sound propagation ($T = 0.5$ s). These maps give rise to the SPL drop while coating the frontages with green surfaces.

Figure 4.6 presents the equivalent sound pressure levels according to 34 receiver locations around the central block, for the four studied cases. It can be pointed out that the sound levels decreases have identical slopes for receivers located near unchanged boundaries. As expected, green surfaces have a positive effect on sound attenuation: Significant sound levels reductions are obtained in the neighbouring street when building surfaces are "green", but mainly for the rooftop.

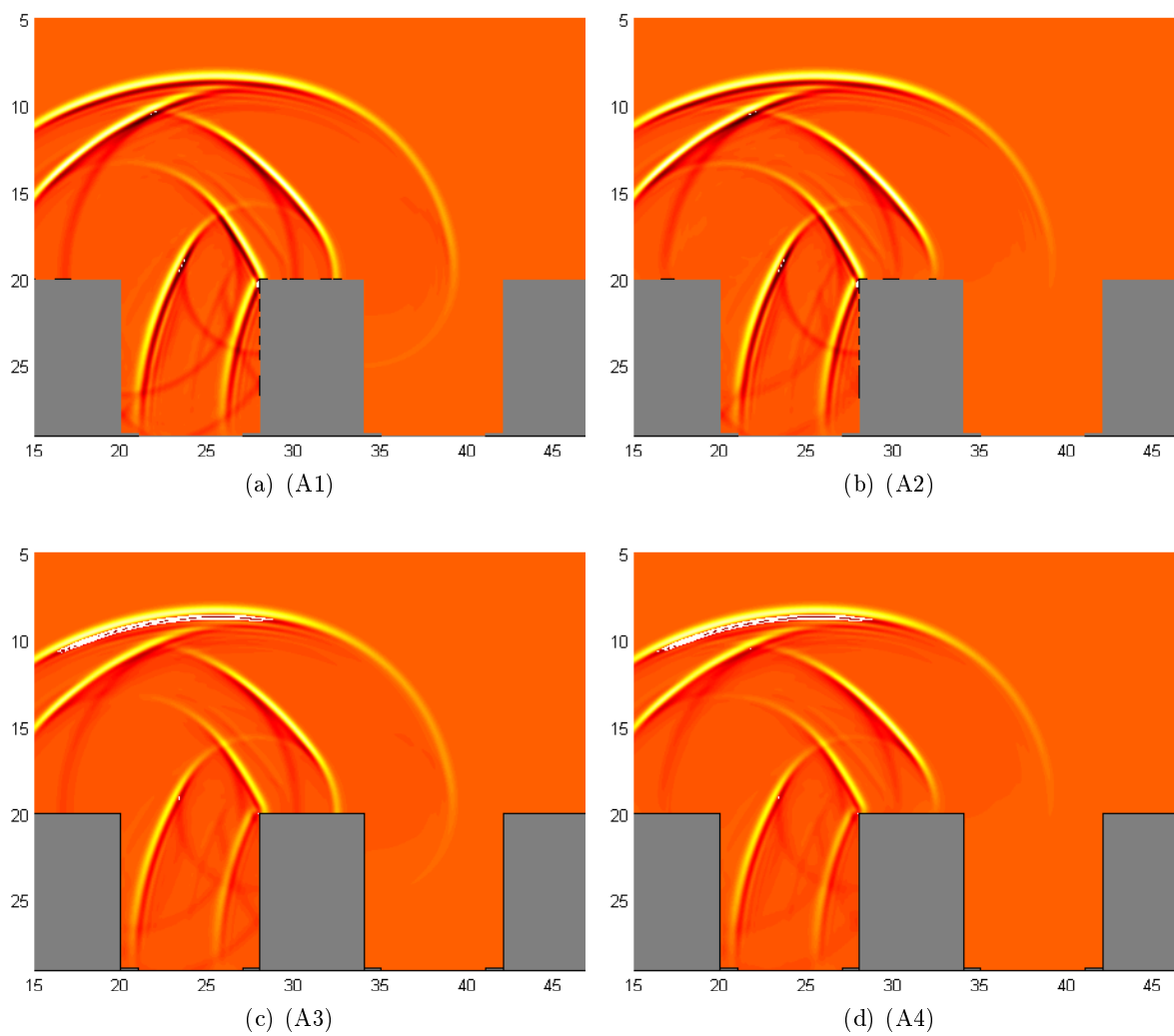


Figure 4.4: Wavefronts propagation in the streets, at time $t = 0.061$ s, for each configuration.

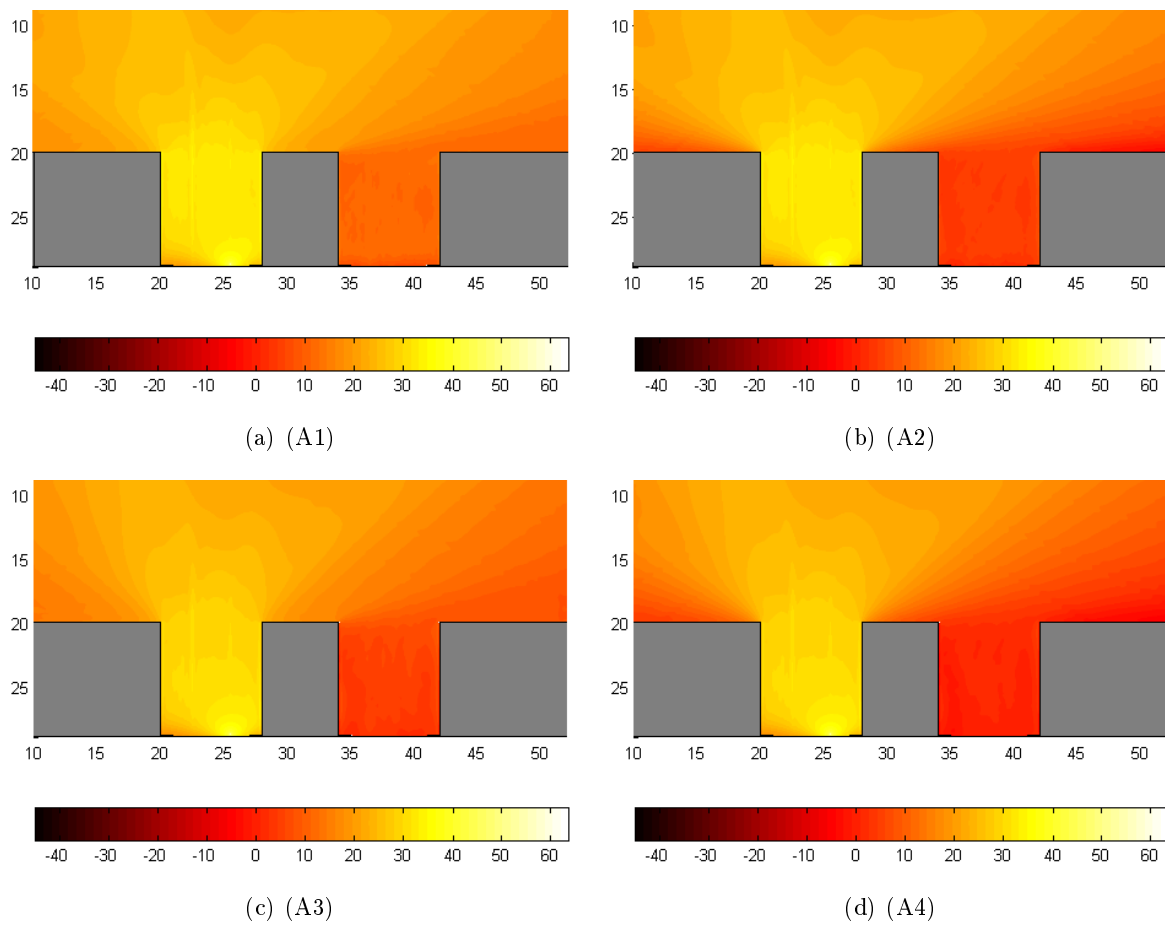


Figure 4.5: Equivalent sound pressure levels integrated on a duration $T = 0.5$ s for each configuration. Color bars are given in dB.

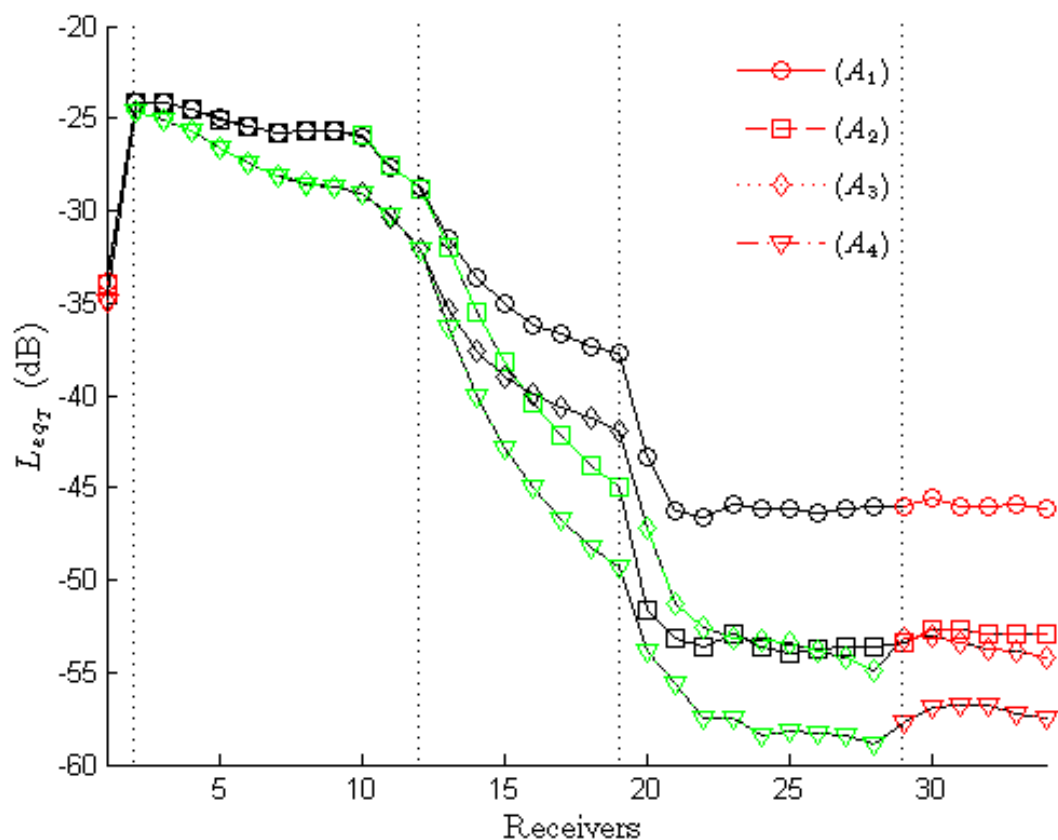


Figure 4.6: Equivalent sound pressure levels on a duration $T = 0.5$ s calculated from the 34 receivers for the four configurations considering perfectly reflective (A1) or green boundaries: rooftops (A2), frontages (A3), and both (A4). Receivers appear in black when the nearest boundary is perfectly reflecting, in red when they are located over a porous pavement and in green for green boundaries.

4.3.2 Urban noise barriers

The second example (Figure 4.7) illustrates the effect of an urban noise barrier shapes on the sound pressure level in front of building façades. Three geometries are considered: (B1) without barrier, (B2) with a low flat barrier and (B3) with a low L-shaped barrier; for two absorption configurations (perfectly reflecting (P) or "green" (G) surfaces on both sides of the barrier).

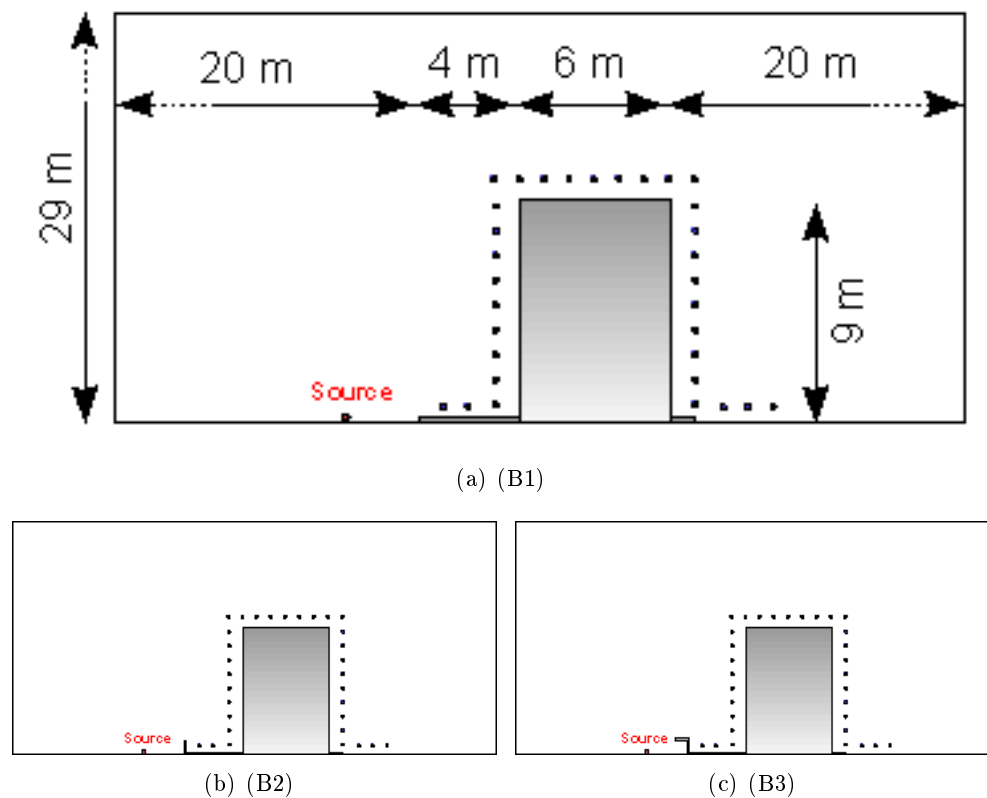
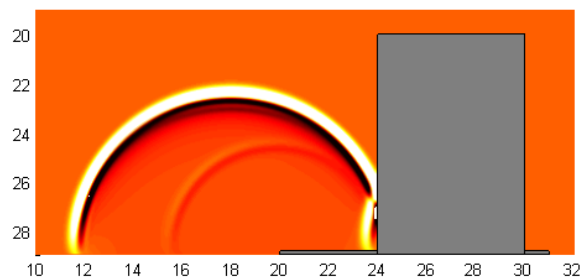


Figure 4.7: Urban noise barriers geometries.

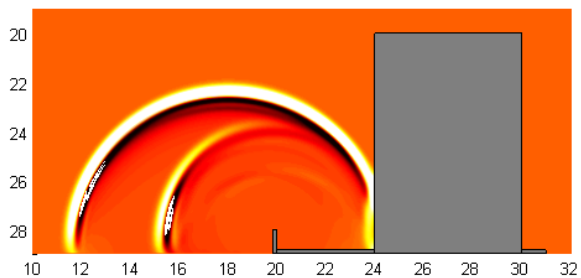
Figure 4.8 gives an example of the sound pressure level distribution at time $t = 0.02$ s for the five configurations. While the flat barrier diffracts uniformly and spherically the sound wave, the L-shaped barrier radiates more energy toward the street. As expected, green barriers seems also to have an important effect on the sound levels distribution.

Figure 4.9 shows soundmaps obtained by integrating the sound pressure over all the duration of sound propagation ($T = 0.5$ s). Here again and as expected, the use of green surfaces increases the effect of the noise barrier, particularly in the shadow area just behind the barrier. Regarding the barrier geometry, it seems that the L-shaped barrier has a better effect on the sound level attenuation, both in the shadow and line-of-sight areas.

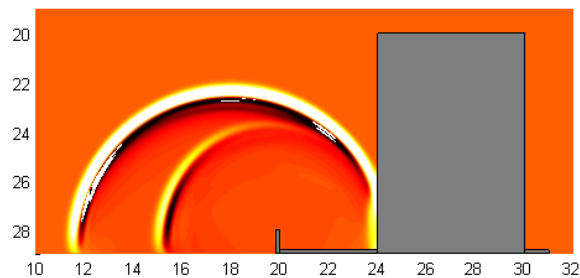
As for the first example, the equivalent sound pressure level has been calculated for all the receivers in the five configurations. The results, given on Figure 10, show intuitive results: The noise device has a positive effect on the noise attenuation behind the barrier. This effect increases when an adding absorptive surface, or when considering an L-shaped barrier instead of a flat barrier. Lastly, one can also observe that the L-shaped barrier has a small but visible effect behind the building.



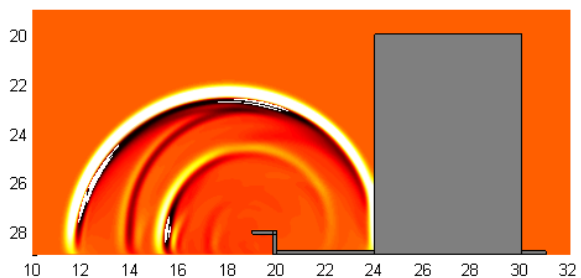
(a) (B1)



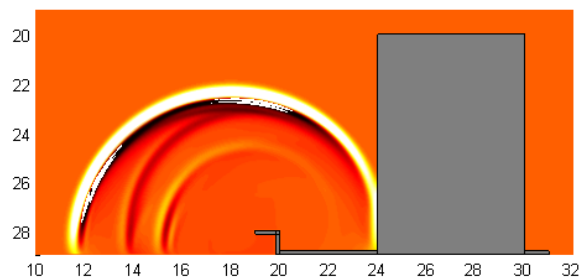
(b) (B2-P)



(c) (B2-G)



(d) (B3-P)



(e) (B3-G)

Figure 4.8: Effect of different noise barriers shapes and constituent materials on the sound propagation. The screenshots are taken at time $t = 0.02$ s (a) without barrier and with (b) perfectly reflective flat barrier, (c) green flat barrier, (d) perfectly reflective L-shaped barrier and (e) green L-shaped barrier.

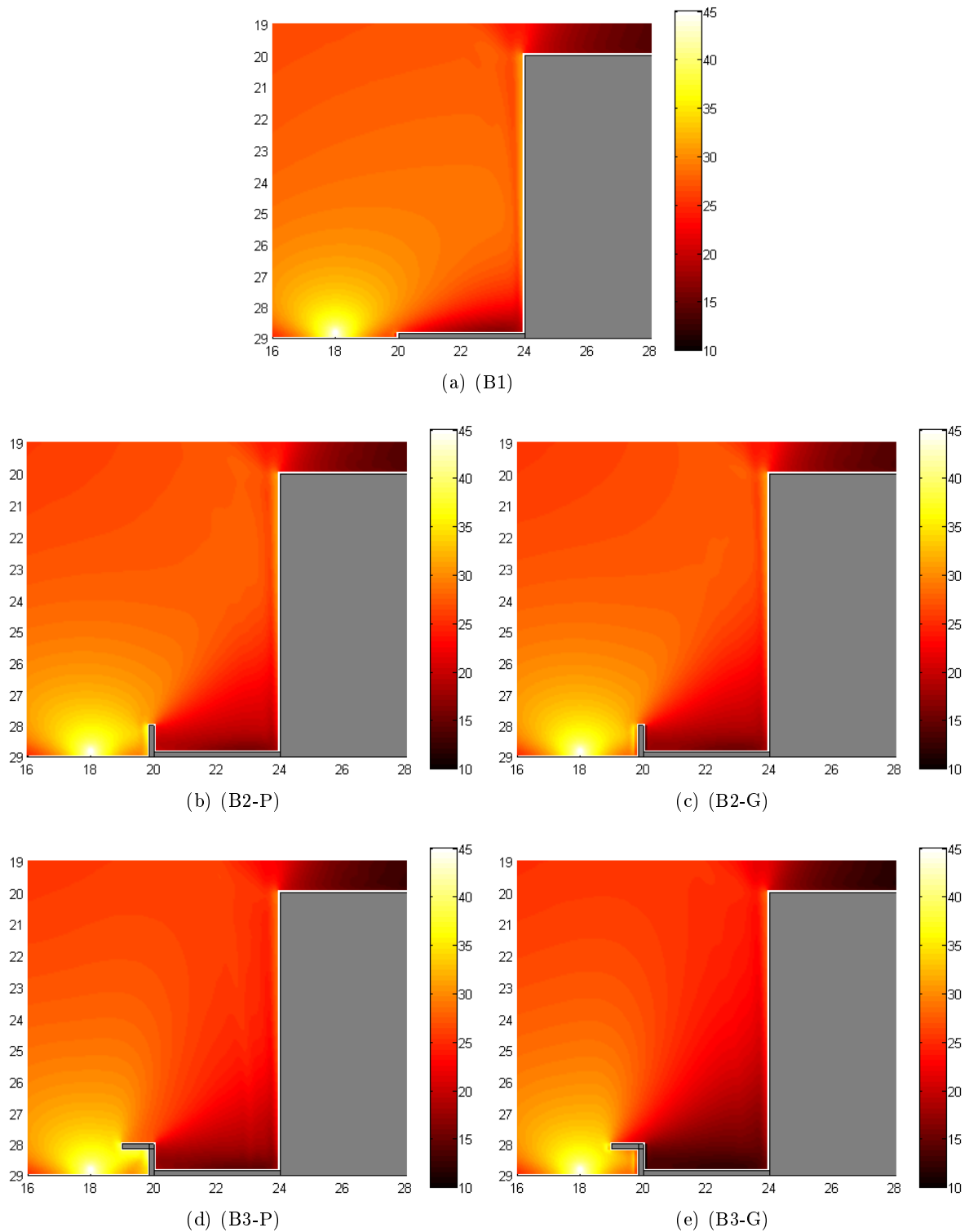


Figure 4.9: Equivalent sound pressure levels integrated on a duration $T = 0.5$ s for each configuration. Color bars are given in dB.

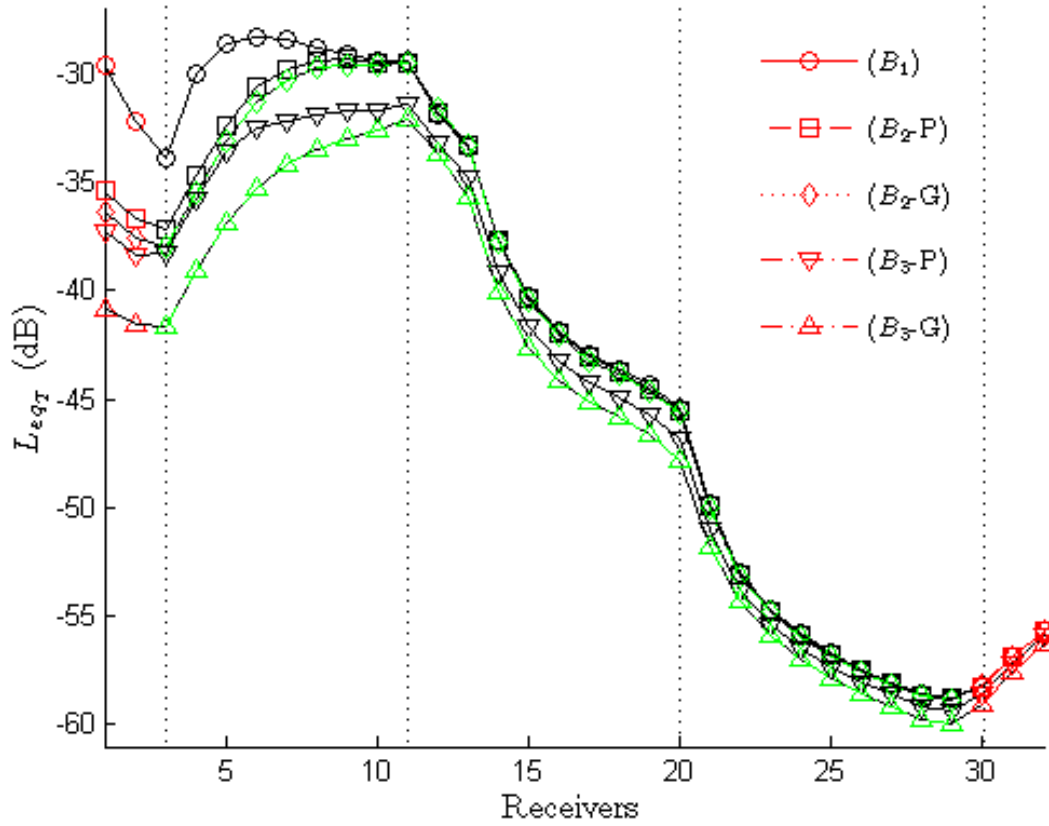


Figure 4.10: Equivalent sound pressure levels on a duration $T = 0.5$ s calculated from the 32 receivers for the five configurations considering a reference case without barrier (B1), a flat (B2) and a L-shaped barrier (B3), both kinds barrier being successively dealt as perfectly reflective (P) and green (G).

4.4 Conclusion

A TLM implementation of complex impedance conditions and of absorbing layers has been proposed in this paper. This approach allows to model sound propagation in an open area as well as in urban areas. Two examples have been proposed in order to evaluate the effect of "green" features (barriers, façades and rooftops) on sound propagation in streets. Numerical results obtained with the TLM approach seem qualitatively and quantitatively coherent and show that the TLM approach is very relevant for such problems. However, it must be noted that the impedance formulation used in the present TLM approach is restricted to semi-infinite surfaces. Future work will consist in taking the material thickness into account. In this case, the optimization procedure used to evaluate the approximation coefficients of the impedance model should require an analytical formulation of the impedance model.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce document, nous avons présenté un modèle numérique temporel adapté à la modélisation de la propagation du son en milieu extérieur et en particulier en milieu urbain, basé sur la méthode TLM. Un des intérêts de cette approche est de pouvoir simuler naturellement les effets de diffraction, réflexion et diffusion sur les frontières du domaine, du fait de la prise en compte de la géométrie réelle du milieu de propagation, à la précision du maillage près. Après une étude approfondie de la littérature spécialisée en électromagnétisme et en acoustique, nous avons proposé une formulation générique 1D/2D/3D, intégrant, sur le principe, la plupart des phénomènes physiques mis en jeu pendant le processus de propagation acoustique. Comme toutes les autres formulations, celle-ci suppose toutefois d'apporter une correction sur la célérité des ondes dans le réseau TLM de manière à avoir une parfaite correspondance avec la célérité du son dans le milieu de propagation réel. Du fait de cette correction, nous avons d'ailleurs bien montré le risque de confusion possible entre l'impédance caractéristique de l'air Z_0 et l'impédance des lignes de transmission Z (notamment pour l'écriture des conditions d'impédance dont nous reparlons plus loin), confusion assez souvent présente dans les articles de la littérature sur l'application de TLM en acoustique. Hormis ce point important, nous avons également montré que l'implémentation de certains phénomènes restait limitée. Dans notre travail, nous nous sommes en particulier focalisés sur l'absence de conditions d'impédance et de conditions d'absorption aux limites pertinentes dans la formulation TLM.

Concernant l'intégration de modèles d'impédance dans les conditions aux limites, nous avons proposé une formulation basée sur d'autres travaux réalisés en FDTD qui consiste à approximer l'impédance par une somme de systèmes linéaires du premier ordre, associée à une méthode de convolution récursive pour limiter le coût numérique associé au calcul du champ de pression sonore sur la frontière. Cette formulation a été validée avec succès pour deux modèles d'impédance différents, par comparaison avec les solutions théoriques données par les modèles de propagation d'Ingard-Rudnick et de Rasmussen, respectivement pour un sol homogène et un sol avec une discontinuité d'impédance, et ce, pour de nombreuses configurations géométriques et divers paramètres de sol. La principale limite de notre approche vient de l'approximation du sol par un massif semi-infini. Alors que cette approximation peut parfois être appropriée pour certains revêtements de chaussée « classiques » ou pour un sol naturel, elle est difficilement applicable pour une façade, un toit, un écran anti-bruit ou un revêtement de chaussée poreux dont l'épaisseur est finie. La solution consisterait dans ce cas à introduire l'épaisseur du matériau dans le modèle d'impédance, et à réaliser l'approximation par une somme de systèmes linéaires du premier ordre, non plus dans le domaine temporel mais dans le domaine fréquentiel. Une autre solution consisterait à obtenir directement des modèles d'impédance dans le domaine temporel, par la mesure ou par des approches théoriques ou semi-empiriques, ce qui éviterait de devoir réaliser cette approximation dans le domaine temporel à partir d'un modèle fréquentiel.

Concernant l'implémentation de conditions d'absorption totale aux limites du domaine de calcul, nous avons montré qu'aucune des approches de frontières et de couches absorbantes sug-

gérées dans la littérature n'est satisfaisante. En nous basant sur la formulation proposée par De Cogan *et coll.* (2005), nous avons proposé un modèle de couches absorbantes anisotropes précédant la limite du domaine de calcul et permettant d'atténuer progressivement le champ de pression. Dans notre cas, la méthode consiste à atténuer les impulsions sonores se propageant uniquement dans la direction de propagation orientée vers la limite du domaine de calcul (*i.e.* vers la couche absorbante). Malheureusement, dans le cadre de cette thèse, il n'a pas été possible de relier analytiquement cette formulation intuitive de couche absorbante avec les équations de base PML. Malgré tout, cette formulation a été comparée avec les autres approches suggérées dans la littérature et a montré de meilleurs résultats, quel que soit l'angle d'incidence des fronts d'onde sur la limite du domaine de calcul. Les simulations numériques ont également montré un étalement temporel de la réflexion parasite, dû à une réflexion « progressive » au cours de la pénétration du champ sonore dans la couche absorbante. L'intérêt de cet étalement est que l'amplitude de la réflexion parasite est, d'une part, très inférieure à celle d'une réflexion « franche » qui peut parfois être obtenue avec des frontières absorbantes, et d'autre part, également inférieure au champ de pression dans le domaine de propagation. La principale limite réside dans l'épaisseur de la couche absorbante (jusqu'à une dizaine de longueurs d'onde dans nos simulations) qui augmente inévitablement la taille du domaine de calcul et donc le temps de calcul. Il serait sans doute possible de diminuer l'épaisseur de la couche absorbante en s'inspirant des nombreux travaux réalisés sur ce sujet en électromagnétisme.

La formulation générale proposée pour modéliser la propagation acoustique dans un milieu hétérogène et dissipatif, complétée par nos contributions concernant la modélisation des conditions aux frontières et aux limites du domaine de calcul, a été appliquée à deux configurations urbaines, l'une avec un écran anti-bruit devant un bâtiment, l'autre avec une zone « calme » derrière un bâtiment, et ce avec ou sans revêtement « végétal » des surfaces (écran, façade, toit). Les résultats numériques présentés, même s'ils ne constituent pas en soi une étude approfondie, montrent bien l'intérêt de la TLM pour répondre à la problématique de la prévision des nuisances sonores en milieu urbain. En effet, il aurait été envisageable, dès maintenant, d'étendre ces calculs à la propagation acoustique depuis l'extérieur d'un immeuble, vers l'intérieur d'un appartement, *via* une fenêtre ouverte par exemple, y compris en présence d'une source mobile et variable dans le temps. A ce stade, la principale limitation est uniquement numérique, du fait des temps de calcul que cela peut engendrer et de l'espace mémoire requis. Le passage en 3D est cependant réalisable tout en limitant le coût numérique. L'utilisation d'un maillage tétraédrique du milieu de propagation, associé à une distribution et à une parallélisation des calculs, semble alors nécessaire.

Pour aller plus loin dans cette démarche de prévision des nuisances sonores en milieu urbain, certains travaux nécessitent encore d'être réalisés. La prise en compte de la transmission acoustique à travers une fenêtre, une façade ou une paroi n'a pas encore donné lieu à une formulation TLM. Ceci doit pouvoir être réalisé dans le cas d'une paroi rigide, en considérant un coefficient de transmission en pression de la paroi dans la définition des conditions aux frontières. Le cas d'une paroi « souple » est sans doute moins évident. Par ailleurs, la formulation proposée pour modéliser les effets météorologiques, en supposant que ces effets soient effectivement quantifiés en milieu urbain (ce qui n'est pas le cas actuellement), nécessitera une validation préalable. De même, la prise en compte de l'atténuation atmosphérique sous la forme d'un filtre numérique devra être validée et optimisée.

En conclusion, l'approche TLM est parfaitement adaptée à la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain. Les travaux présentés dans ce document permettent dès à présent d'envisager de nombreuses applications : étude des zones calmes, effet des façades et toits végétalisés, couplage intérieur/extérieur des bâtiments, effet de la diffusion de façade, sources mobiles

et variables dans le temps, variabilité du milieu de propagation, notamment due à la turbulence atmosphérique, etc. De par sa résolution temporelle, cette approche permettrait également d'aller jusqu'à l'auralisation des signaux temporels, et ainsi faire le lien avec la perception des ambiances sonores.

Références bibliographiques

- F.-E. ABALLÉA, *Propagation acoustique en milieu extérieur : Application de l'équation parabolique rapide au couplage des effets météorologiques et de topographies complexes*, Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, France, 2004.
- J. F. ALLARD ET Y. CHAMPOUX, « New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 91, n° 6, p. 3346–3353, 1992.
- R. ALLEN, A. MALLIK ET P. JOHNS, « Numerical results for the symmetrical condensed TLM node », *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, n° 4, p. 378–382, 1987.
- M. ALVES-PEREIRA ET N. A. A. CASTELO BRANCO, « Vibroacoustic disease : Biological effects of infrasound and low-frequency noise explained by mechanotransduction cellular signalling », *Progress in biophysics and molecular biology*, vol. 93, n° 1-3, p. 256–279, 2007.
- K. ATTENBOROUGH, « On the acoustic slow wave in air-filled granular media », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 81, n° 1, p. 93–102, 1987.
- K. ATTENBOROUGH, K. LI ET K. HOROSHENKOV, *Predicting Outdoor Sound*, Taylor & Francis, ISBN 9780419235101, UK, 2006.
- H. E. BASS, L. C. SUTHERLAND, J. E. PIERCY ET L. EVANS, *Absorption of Sound by the Atmosphere*, vol. XVII : Principles and methods, Academic Press, 1984.
- J. BENA, S. BILBAO, J. O. SMITH III ET R. KRONLAND-MARTINET, « The simulation of piano string vibration : From physical models to finite difference schemes and digital waveguides », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 114, n° 2, p. 1095–1107, 2003.
- J.-P. BÉRENGER, « A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves », *Journal of Computational Physics*, vol. 114, n° 2, p. 110–117, 1994.
- J. BERLAND, C. BOGEY ET O. M. C. BAILLY, « High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multi-scale and boundary problems », *Journal of Computational Physics*, vol. 224, n° 2, p. 637–662, 2007.
- M. BLAU ET A. WILDE, « Room acoustical simulation at low frequencies using the scattering element method », Dans *CFA/DAGA '04*, p. 41–42, Strasbourg, France, CFA/DAGA, 2004.
- B. BOGEY ET C. BAILLY, « A family of low dispersive and low dissipative explicit scheme for flow and noise computations », *Journal of Computational Physics*, vol. 194, n° 1, p. 194–214, 2004.

- C. BOGEY, N. DE CACQUERAY ET C. BAILLY, « Self-adjusting shock-capturing spatial filtering for high-order non-linear computations », Dans *Fouteenth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Vancouver, Canada, 2008.
- D. BOTTELDOOREN, « Finite-difference time-domain simulation of low-frequency room acoustic problems », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 98, n° 6, p. 3302–3308, 1995.
- P. BOULANGER, T. WATERS-FULLER, K. ATTENBOROUGH ET K. LI, « Models and measurements of sound propagation from a point source over mixed ground », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, n° 3, p. 1432–1442, 1997.
- M. BÉRENGIER, M. R. STINSON, G. A. DAIGLE ET J. F. HAMET, « Porous road pavements : Acoustical characterization and propagation effects », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 101, n° 1, p. 155–162, 1997.
- M. BÉRENGIER, B. GAUVREAU, P. BLANC-BENON ET D. JUVÉ, « Outdoor sound propagation : A short review on analytical approaches », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 89, n° 6, p. 980–991, 2003.
- M. BRUNEAU, *Manuel d'Acoustique Fondamentale*, Hermès, ISBN 2866017129, 1998.
- G. R. CAMPOS ET D. M. HOWARD, « On the computational efficiency of different waveguide mesh topologies for room acoustic simulation », *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 13, n° 5, p. 1063–1072, 2005.
- A. CAN, *Représentation du trafic et caractérisation dynamique du bruit en milieu urbain*, Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées, Lyon, 2008.
- L. CHAI ET Y. KAGAWA, « Discrete Huygens' modeling for the characterization of a sound absorbing medium », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 304, p. 587–605, 2007.
- Y. CHAMPOUX ET M. R. STINSON, « On acoustical models for sound propagation in rigid frame porous materials and the influence of shape factors », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 92, n° 2, p. 1120–1131, 1992.
- S. N. CHANDLER-WILDE ET C. HOTHERSALL, « Sound propagation above an inhomogeneous impedance plane », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 98, n° 4, p. 475–491, 1985.
- Z. CHEN, M. NEY ET W. J. R. HOEFER, « A new finite-difference time-domain formulation and its equivalence with the TLM symmetrical condensed node », *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, n° 12, p. 2160–2169, 1991.
- Z. CHEN, M. NEY ET W. J. R. HOEFER, « Absorbing and connecting boundary conditions for the TLM method », *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, n° 11, p. 2016–2024, 1993.
- R. CHENG, P. MORRIS ET K. BRENTNER, « A 3-D parabolic equation method for sound propagation in moving inhomogeneous media », Dans *Thirteenth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Rome, Italie, 2007.
- P. CHEVRET, *Simulation numérique des effets de la turbulence sur la propagation du son dans l'atmosphère*, Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, 1994.

- P. CHEVRET, P. BLANC-BENON ET D. JUVÉ, « A numerical model for sound propagation through a turbulent atmosphere near the ground », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 100, n° 6, p. 3587–3599, 1996.
- R. CIOCAN ET N. IDA, « Applications of transmission line matrix method for NDT », Dans 8th *European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT)*, vol. 8, 2003.
- B. COTTÉ, *Propagation acoustique en milieu extérieur complexe : problèmes spécifiques au ferroviaire dans le contexte des trains à grande vitesse*, Thèse de doctorat, Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509, École Centrale de Lyon, 2008.
- B. COTTÉ, P. BLANC-BENON, C. BOGEY ET F. POISSON, « Time-domain impedance boundary conditions for simulations of outdoor sound propagation », *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, vol. 47, n° 10, p. 2391–2403, 2009.
- A. J. CRAMOND ET C. DON, « Effects of moisture content on soil impedance », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 82, n° 1, p. 293–301, 1987.
- G. A. DAIGLE, T. F. W. EMBLETON ET J. E. PIERCY, « Some comments on the literature of propagation near boundaries of finite acoustical impedance », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 66, n° 3, p. 918–919, 1979.
- D. DE COGAN, W. J. O'CONNOR ET S. PULKO, *Transmission Line Matrix in Computational Mechanics*, CRC Press, ISBN 978-0-415-32717-6, London, England, 2005.
- J. DEFRANCE ET P. JEAN, « Integration of the efficiency of noise barrier caps in a 3d ray tracing method. case of a t-shaped diffracting device », *Applied Acoustics*, vol. 64, p. 765–780, 2003.
- M. E. DELANY ET E. N. BAZLEY, « Acoustical properties of fibrous absorbent materials », *Applied Acoustics*, vol. 3, n° 2, p. 105–116, 1970.
- X. DI ET K. GILBERT, « Wave propagation in a 3-D turbulent atmosphere : horizontal coherence », Dans *Eighth International Symposium on Long Range Sound Propagation*, University Park, USA, 1998.
- J. DIAZ ET P. JOLY, « A time domain analysis of PML models in acoustics », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n° 29-32, p. 3820–3853, 2006.
- H. DONG, « Sound propagation over layered poro-elastic ground using a finite-difference model », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 108, n° 2, p. 494–502, 2000.
- H. DONG, C. MADSHUS, A. M. KAYNIA, J. M. HOVEM ET L. R. HOLE, « Study of sound propagation over range-dependent and topographic ground by finite difference model », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 256, n° 5, p. 821–833, 2002.
- J.-L. DUBARD, Développement d'une méthode numérique temporelle basée sur la TLM appliquée aux problèmes de rayonnement d'antennes, Habilitation à Diriger les Recherches, Université de Nice Sophia Antipolis, Laboratoire d'Électronique, Antennes et Télécommunications (LEAT), 2006.
- J.-L. DUBARD ET D. POMPÉI, « Simulation of Bérenger's perfectly matched layer with a modified TLM node », *IEE Proceedings Microwaves, Antennas and Propagation (Part H)*, vol. 144, n° 3, p. 205–207, 1997.

- J.-L. DUBARD ET D. POMPÉI, « Optimization of the PML efficiency in 3-D TLM method », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, n° 7, p. 1081–1088, 2000.
- D. DUHAMEL, « Efficient calculation of the three-dimensional sound pressure field around a noise barrier », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 197, n° 5, p. 547–571, 1996.
- D. DUHAMEL ET P. SERGENT, « Sound propagation over noise barriers with absorbing ground », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 218, n° 5, p. 799–823, 1998.
- G. DUTILLEUX, « Applicability of TLM to wind turbine noise prediction », Dans *Second International Meeting on Wind Turbine Noise*, Lyon, France, 2007.
- G. DUTILLEUX ET U. R. KRISTIANSEN, « Implementation of a boundary with diffuse reflection in TLM », Dans *Tenth International Congress on Sound and Vibration*, p. 3655–3662, Stockholm, Sweden, 2004.
- G. DUTILLEUX ET J. WAECHTER, « The TLM method for acoustics : local and distributed implementations in Scilab », *SCILAB 2004 Conference - Rocquencourt (France)*, 2004.
- S. EL-MASRI, X. PELORSON, P. SAGUET ET P. BADIN, « Vocal tract acoustics using the transmission line matrix (TLM) method », Dans *International Conference on Speech and Language Processing (ICSLP)*, vol. 2, p. 953–956, Philadelphia, USA, 1996.
- J. ESCOLANO ET F. JACOBSEN, « A physical interpretation of frequency dependent boundary conditions in a digital waveguide mesh », Dans *Thirteenth International Congress on Sound and Vibration*, Vienne, Autriche, 2006.
- C. ESWARAPPA ET W. J. R. HOEFER, « One-way equation absorbing boundary conditions for 3-D TLM analysis of planar and quasi-planar structures », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, n° 9, p. 1669–1677, 1994.
- C. ESWARAPPA ET W. J. R. HOEFER, « Implementation of Bérenger absorbing conditions in TLM by interfacing FDTD perfectly matched layers », *Electronics Letters*, vol. 31, n° 15, p. 1264–1266, 1995.
- C. ESWARAPPA, G. I. COSTACHE ET W. J. R. HOEFER, « Transmission line matrix modeling of dispersive wideband absorbing boundaries with time-domain diakoptics for S-parameter extraction », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, n° 4, p. 379–386, 1990.
- C. F. EYRING, « Reverberation time in « dead' rooms » », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 1, p. 217–241, 1930.
- G.-X. FAN ET Q. H. LIU, « A well-posed PML absorbing boundary condition for lossy media », *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 3, p. 2–5, 2001.
- T. FOKEN, *Micrometeorology*, Springer-Verlag, ISBN 978-3-540-74665-2, Berlin Heidelberg, Germany, 2006.
- K.-Y. FUNG ET H. JU, « Broadband time-domain impedance models », *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, vol. 39, n° 8, p. 1449–1454, 2001.

- K. GILBERT, R. RASPET ET X. DI, « Calculation of turbulence effects in an upward-refracting atmosphere », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 87, n° 6, p. 2428–2437, 1990.
- G. GUILLAUME, J. PICAUT ET G. DUTILLEUX, « Use of the transmission line matrix method for the sound propagation modelling in urban area », Dans *ASA-EAA-CFA Joint congress, Acoustics'08 [The Journal of the Acoustical Society of America 123(5), 3149 (2008)]*, p. 1901–1906, Paris, France, 2008a.
- G. GUILLAUME, J. PICAUT, G. DUTILLEUX ET G. GAUVREAU, « Use of the transmission line matrix method for the sound propagation modelling in open-space », Dans *Thirteenth International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 417–426, Lyon, France, 2008b.
- J. F. HAMET, *Modélisation acoustique d'un enrobé drainant*, vol. 59, Rapport INRETS, 1992.
- J. HÜBELT, « Modeling of porous asphalt as extended reacting absorber using the transmission-line-matrix-method (TLM) », Dans *Euronoise*, Naples, Italie, 2003.
- D. HEIMANN, « Three-dimensional linearised Euler model simulations of sound propagation in idealised urban situations with wind effects », *Applied Acoustics*, vol. 68, p. 217–237, 2007.
- K. HEUTSCHI, M. HORVATH ET J. HOFMANN, « Simulation of ground impedance in finite difference time domain calculations of outdoor sound propagation », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 91, p. 35–40, 2005.
- R. L. HIGDON, « Absorbing boundary conditions for difference approximations of the multi-dimensional wave equation », *Mathematics of Computation*, vol. 47, n° 176, p. 437–459, 1986.
- R. L. HIGDON, « Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation », *Mathematics of Computation*, vol. 49, n° 179, p. 65–90, 1987.
- Y. HIRATA, « Geometric acoustics for rectangular rooms », *Acustica*, vol. 43, p. 247–252, 1979.
- R. HOCINE, A. B. STAMBOULI ET A. SAIDANE, « A three-dimensional TLM simulation method for thermal effect in high power insulated gate bipolar transistors », *Microelectronic Engineering*, vol. 65, p. 293–306, 2003.
- W. J. R. HOEFER, « The transmission-line matrix method - Theory and applications », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 33, n° 10, p. 882–893, 1985.
- J. HOFMANN ET K. HEUTSCHI, « Simulation of outdoor sound propagation with a transmission line matrix method », *Applied Acoustics*, vol. 68, n° 2, p. 158–172, 2007.
- M. HORNIKX ET J. FORSEÉN, « The 2.5-dimensional equivalent sources method for directly exposed and shielded urban canyons », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, n° 5, p. 2532–2541, 2007.
- D. C. HOTHERSALL, S. N. CHANDLER-WILDE ET M. N. HAJMIRZAE, « Efficiency of single noise barriers », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 146, n° 2, p. 303–322, 1991.
- F. Q. HU, « On absorbing boundary conditions for linearized Euler equations by a perfectly matched layer », *Journal of Computational Physics*, vol. 129, n° 1, p. 201–219, 1996.

- U. INGARD, « On the reflection of a spherical sound wave from an infinite plane », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 23, n° 3, p. 329–335, 1951.
- ISO 9613-1 :1993, Acoustics – Attenuation of sound during propagation outdoors – Part 1 : Calculation of the absorption of sound by the atmosphere, Norme internationale, 1993, International Organisation for Standardization (ISO) – Association française de normalisation (AFNOR).
- ISO 9613-2 :1996, Acoustics – Attenuation of sound during propagation outdoors – Part 2 : General method of calculation, 1996, International Organisation for Standardization (ISO) – Association française de normalisation (AFNOR).
- H. JIN ET R. VAHLDIECK, « The frequency-domain transmission line matrix method - A new concept », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 40, n° 12, p. 2207–2218, 1992.
- P. B. JOHNS, « Application of the transmission-line method to homogeneous waveguides of arbitrary cross-section », Dans *Proceedings of the IEE*, vol. 119 de 8, p. 1086–1091, 1972.
- P. B. JOHNS, « The solution of inhomogeneous waveguide problems using a transmission-line matrix », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 22, n° 3, p. 209–215, 1974.
- P. B. JOHNS, « A simple explicit and unconditionally stable numerical routine for the solution of the diffusion equation », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 11, p. 1307–1328, 1977.
- P. B. JOHNS, « A symmetrical condensed node for the TLM method », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 35, n° 4, p. 370–377, 1987a.
- P. B. JOHNS, « On the relationship between TLM and finite-difference and methods for maxwell's equations », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 35, n° 1, p. 60–61, 1987b.
- P. B. JOHNS ET K. AKHTARZAD, « The use of time domain diakoptics in time discrete models of fields », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, p. 1–14, 1981.
- P. B. JOHNS ET K. AKHTARZAD, « Time domain approximations in the solution of fields by time domain diakoptics », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 18, p. 1361–1373, 1982.
- P. B. JOHNS ET R. L. BEURLE, « Numerical solution of two dimensional scattering problems using a transmission line matrix », Dans *Proceedings of the IEE*, vol. 118 de 9, p. 1203–1208, 1971.
- F. JUNKER, C. CREMEZI-CHARLET, C. GÉRAULT, B. GAUVREAU, P. BLANC-BENON, B. COTTÉ ET D. ÉCOTIÈRE, « Classification of relative influence of physical parameters for long range acoustic propagation - Experimental and numerical results », Dans *Euronoise*, Tampere, Finlande, 2006a.
- F. JUNKER, B. GAUVREAU, C. CREMEZI-CHARLET, P. BLANC-BENON, B. COTTÉ ET D. ECOTIÈRE, « Classification of relative influence of physical parameters for long range acoustic propagation », Dans *Internoise*, Honolulu, USA, 2006b.

- F. JUNKER, B. GAUVREAU, D. ECOTIÈRE, C. CREMEZI-CHARLET ET P. BLANC-BENON, « Meteorological classification for environmental acoustics - Practical implications due to experimental accuracy and uncertainty », Dans *International Congress on Acoustics (ICA)*, Madrid, Espagne, 2007.
- Y. KAGAWA, « Discrete Huygens' model and its application to acoustics », Dans *Tenth International Congress on Sound and Vibration*, p. 1937–1944, Stockolm (Suède), 2003.
- Y. KAGAWA, T. TSUCHIYA, B. FUJII ET K. FUJIOKA, « Discrete Huygens' model approach to sound wave propagation », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 218, n° 3, p. 419–444, 1998.
- Y. KAGAWA, T. TSUCHIYA, B. FUJII ET M. TAKEUCHI, « Discrete Huygens' model approach to sound wave propagation - Reverberation in a room. Sound source identification and tomography in time reversal », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 225, n° 1, p. 61–78, 1999.
- Y. KAGAWA, T. TSUCHIYA, T. HARA ET T. TSUJI, « Discrete Huygens' modelling simulation of sound wave propagation in velocity varying environments », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 246, n° 3, p. 419–439, 2001.
- Y. KAGAWA, T. FUJITANI, Y. FUJITA, L. CHAI, N. WAKATSUKI ET T. TSUCHIYA, « Discrete Huygens' modelling approach to wave propagations in a homogeneous elastic field », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, n° 2, p. 323–335, 2002.
- J. KANG, *Urban Sound Environment*, Taylor & Francis, ISBN 978-0415358576, UK, 2007.
- A. KELLONIEMI, D. MURPHY, L. SAVIOJA ET V. VÄLIMÄKI, « Boundary conditions in a multi-dimensional digital waveguide mesh », Dans *Twenty-ninth International Conference on Acoustics, Speech and Signal Preocessing (ICASSP)*, Montreal, Quebec, 2004.
- A. KLUDSZUWEIT, « Time iterative boundary element method (TIBEM) - A new numerical method of four-dimensional system analysis for the calculation of the spatial impulse response », *Acustica*, vol. 75, p. 17–27, 1991.
- C. W. KOSTEN, « The mean free path in room acoustics », *Acustica*, vol. 10, p. 245–250, 1960.
- U. KRISTIENSEN ET K. JEZZINE, « TLM model for sound propagation above ground », Dans *Internoise (Twenty-ninth International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering)*, INTERNOISE (coordinateur), Nice, France, 2000.
- U. KRISTIENSEN, H. SOLVIK, N. BRACHET ET K. JEZZINE, « Use of the TLM method in acoustics », Dans *29th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, Nice, France, 2000.
- H. KUTTRUFF, *Room acoustics*, Applied Science, ISBN 978-0419245803, London, England, 1973.
- S. LE MAGUER, *Développements de nouvelles procédures numériques pour la modélisation TLM : Application à la caractérisation de circuits plaqués et de structures à symétrie de révolution en bande millimétrique*, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne (ENST), Laboratoire d'Électronique et Systèmes de Télécommunications (LEST), 1998.
- S. LE MAGUER, « New TLM nodes with PML absorbing boundary conditions for the characterisation of axially symmetric antennas », *International Journal of Numerical Modelling*, vol. 14, p. 185–203, 2001.

- S. LE MAGUER ET M. NEY, « Extended PML-TLM node : An efficient approach for full-wave analysis of open structures », *International Journal of Modelling Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 14, n° 2, p. 129–144, 2001.
- S. LE MAGUER, A. PEDEN, D. BOURREAU ET M. M. NEY, « Split-Step TLM (SS TLM) - A new scheme for accelerating electromagnetic-field simulation », *IEEE T. Microw. Theory.*, vol. 52, n° 4, p. 1182–1190, April 2004.
- C.-M. LEE ET Y. S. WANG, « A prediction method of the acoustical properties of multilayered noise control materials in standing wave-duct systems », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 298, n° 1-2, p. 350–365, 2006.
- B. LIHOREAU, B. GAUVREAU, M. BÉRENGIER, P. BLANC-BENON ET I. CALMET, « Outdoor sound propagation modeling in realistic environments : Application of coupled parabolic and atmospheric models », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 120, n° 1, p. 110–119, 2006.
- Q.-H. LIU ET J. TAO, « The perfectly matched layer for acoustic waves in absorptive media », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, n° 4, p. 2072–2082, 1997.
- R. LUEBBERS ET F. HUNSBERGER, « FDTD for Nth-order dispersive media », *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, vol. 40, p. 1297–1301, 1992.
- K. V. MACKENZIE, « Nine-term equation for sound speed in the ocean », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, n° 3, p. 807–812, 1981.
- Y. MIKI, « Acoustical properties of porous materials - Modifications of Delany-Bazley models », *The Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, vol. 11, n° 1, p. 19–24, 1990.
- S. J. MIKLAVCIC ET J. ERICSSON, « Practical implementation of the 3D tetrahedral TLM method and visualization of room acoustics », Dans *Seventh International Conference on Digital Audio Effects (DAFx'04)*, I. R. R. I. .-. . LITH-ITN-R-2004-4 (coordinateur), Naples, Italy, October 2004.
- J. A. MORENTE, J. A. PORTÍ ET M. KHALLADI, « Absorbing boundary conditions for the TLM method », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 40, n° 11, p. 2095–2099, 1992.
- U. MUELLER, A. MEYER ET W. J. HOEFER, « Moving boundaries in 2-D and 3-D TLM simulations realized by recursive formulas », *IEEE T. Microw. Theory.*, vol. 40, n° 12, p. 2267–2271, December 1992.
- D. T. MURPHY ET J. MULLEN, « Digital waveguide mesh modelling of room acoustics : Improved anechoic boundaries », Dans *Fifth International Conference on Digital Audio Effects (DAFX-02)*, Hamburg, Germany, 2002.
- NF S31-133, Acoustic - Road and railway traffic noise - Calculation of sound attenuation during outdoor propagation, including meteorological effects, 2007, Norme Française.
- J. NIELSEN, « Spurious modes of the TLM-condensed node formulation », *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 1, n° 8, p. 201–203, 1991.

- W. O'CONNOR ET F. CAVANAGH, « Transmission line matrix acoustic modelling on a PC », *Applied Acoustics*, vol. 50, n° 3, p. 247–255, 1997.
- V. E. OSTASHEV, *Acoustics in Moving Inhomogeneous Media*, E & FN SPON, ISBN 0-419-22430-0, London, England, 1997.
- V. E. OSTASHEV, D. JUVÉ ET P. BLANC-BENON, « Derivation of wide-angle parabolic equation for sound waves inhomogeneous moving media », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 83, n° 3, p. 455–460, 1997.
- V. E. OSTASHEV, S. L. COLLIER, D. K. WILSON, D. F. ALDRIDGE, N. P. SYMONS ET D. H. MARLIN, « Padé approximation in time-domain boundary conditions of porous surfaces », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, n° 1, p. 107–112, 2007.
- P. J. PARSONS, S. R. JAQUES, S. H. PULKO ET F. A. RABHI, « TLM modelling using distributed computing », *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, p. 141–142, 1996.
- A. PELAT, S. FÉLIX, V. PAGNEUX, C. AYRAULT ET O. RICHOUX, « Sound propagation in a street canyon : A study by modal decomposition », Dans *2th ASA-EAA joint conference Acoustics'08*, Paris, France, 2008.
- J. PICAUT, « Application numérique du concept des particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale », *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, vol. 258-259, p. 59–88, 2005.
- J. PICAUT, Modélisation des champs « diffus » en acoustique architecturale et urbaine par un processus de diffusion de l'énergie sonore, Habilitation à Diriger des Recherches (HDR), 2006.
- A. D. PIERCE, *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*, McGraw-Hill series in mechanical engineering, ISBN 978-0070499614, New York, USA, 1981.
- S. C. POMEROY, G. ZHANG ET C. WYKES, « Variable coefficient absorbing boundary condition for TLM », *Electronics Letters*, vol. 29, n° 13, p. 1198–1200, 1993.
- J. A. PORTÍ ET J. A. MORENTE, « TLM method and acoustics », *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 14, p. 171–183, 2001a.
- J. A. PORTÍ ET J. A. MORENTE, « A three-dimensional symmetrical condensed TLM node for acoustics », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 241, n° 2, p. 207–222, 2001b.
- C. POTEL ET M. BRUNEAU, *Acoustique générale - équations différentielles et intégrales, solutions en milieux fluide et solide, applications*, Ellipses Marketing, ISBN 2-7298-2805-2, 2006.
- E. PREMAT, *Prise en compte d'effets météorologiques dans la méthode d'éléments finis de frontière*, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées, École Nationale des Travaux Publics de l'État, Lyon, 2000.
- K. B. RASMUSSEN, « A note on the calculation of sound propagation over impedance jumps and screens », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 69, n° 2, p. 340–343, 1982.
- Y. REYMEN, M. BAELMANS ET W. DESMET, « Time-domain impedance formulation based on recursive convolution », Dans *Twelfth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*, vol. Paper 2006-2685, Cambridge, Massachusetts (USA), 2006.

- Y. REYMEN, M. BAELMANS ET W. DESMET, « Time-domain impedance formulation suited for broadband simulations », Dans *Thirteenth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Rome, Italy, AIAA paper*, Rome, Italie, 2007.
- S. W. RIENSTRA, « Impedance models in time domain including the extended Helmholtz resonator model », Dans *Twelfth AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (Twenty-seventh AIAA Aeroacoustics Conference)*, vol. AIAA 2006-2686, Cambridge, Massachusetts, USA, 2006.
- F. V. ROSSI, P. P. M. SO, N. FICHTNER ET P. RUSSEY, « Massively parallel two-dimensional TLM algorithm on graphics processing units », Dans *International Microwave Symposium Digest*, I. M.-S. INTERNATIONAL (coordinateur), vol. 1-4, p. 153–156, 2008.
- I. RUDNICK, « The propagation of an acoustic wave along a boundary », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 19, n° 2, p. 348–356, 1947.
- P. SAGUET, Analyse des milieux guidés - la méthode MTLM (Guided medium analysis : MTLM method), Thèse d'État, 1985.
- P. SAGUET, « TLM method for three dimensional analysis of microwave and mm-structures », Dans *International Workshop of German IEEE MTT/Ap Chapter*, 1991.
- P. SAGUET ET E. PIC, « Utilisation d'un nouveau type de nœud dans la méthode TLM en 3 dimensions », *Electronic Letters*, vol. 18, n° 11, p. 478–480, 1982.
- A. H. M. SALEH ET P. BLANCHFIELD, « Analysis of acoustic radiation patterns of array transducers using the TLM method », *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 3, p. 39–56, 1990.
- E. M. SALOMONS, *Computational Atmospheric Acoustics*, Kluwer Academic, ISBN 9781402003905, Dordrecht, The Netherlands, 2001.
- E. M. SALOMONS, A. C. GEERLINGS ET D. DUHAMEL, « Comparison of a ray model and a fourier-boundary element method for traffic noise situations with multiple diffractions and reflections », *Acta Acustica*, vol. 226, p. 35–47, 1997.
- E. M. SALOMONS, R. BLUMRICH ET D. HEIMANN, « Eulerian time-domain model for sound propagation over a finite-impedance ground surface. Comparison with frequency-domain models », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 88, p. 483–492, 2002.
- M. R. SCHROEDER, « Iterative calculation of reverberation time », *Acustica*, vol. 45, p. 269–273, 1980.
- I. J. G. SCOTT ET D. DE COGAN, « An improved transmission line matrix model for the 2D ideal wedge benchmark problem », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 311, n° 3-5, p. 1213–1227, 2008.
- P. SEWELL, T. M. BENSON, C. CHRISTOPOULOS, D. W. P. THOMAS, A. VUKOVIC ET J. G. WYKES, « Transmission-line modeling (tln) based upon unstructured tetrahedral meshes », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, n° 6, p. 1919–1928, 2005.
- P. SEWELL, J. G. WYKES, T. M. BENSON, C. CHRISTOPOULOS, D. W. P. THOMAS ET A. VUKOVIC, « Transmission-line modeling using unstructured triangular meshes », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, n° 5, p. 1490–1497, 2004.

- Y.-L. SHEU ET P.-C. LI, « Simulations of photoacoustic wave propagation using a finite-difference time-domain method with berenger's perfectly matched layers », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 124, n° 6, p. 3471–3480, 2008.
- Y.-C. SHIH ET W. J. R. HOEFER, « The accuracy of TLM analysis of finned rectangular waveguides », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 28, n° 7, p. 743–746, 1980.
- N. R. S. SIMONS ET E. BRIDGES, « Equivalence of propagation characteristics for the transmission-line matrix and finite-difference time-domain methods in two dimensions », *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, vol. 39, n° 2, p. 354–357, 1991.
- T. SMY, D. WALKEY ET S. K. DEW, « Transient 3d heat flow analysis for integrated circuit devices using the transmission line matrix method on a quad tree mesh », *Solid-State Electronics*, vol. 45, p. 1137–1148, 2001.
- P. P. M. SO, C. ESWARAPPA ET W. J. R. HOEFER, « Parallel and distributed TLM computation with signal processing for electromagnetic field modelling », *International Journal of Numerical Modelling : Electronic network, device and fields*, vol. 8, p. 169–185, 1995.
- SÉTRA, Prévission du bruit routier – Partie 2 : Méthode de calcul de propagation du bruit incluant les effets météorologiques, Guide méthodologique, 2009.
- R. B. STULL, *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic, ISBN 9789027727695, Dordrecht, The Netherlands, 1988.
- V. TRENKIC, C. CHRISTOPOULOS ET T. M. BENSON, « Simple and elegant formulation of scattering in TLM nodes », *Electronics Letters*, vol. 29, n° 18, p. 1651–1652, 1995.
- T. TSUCHIYA, « Numerical simulation of sound wave propagation with sound absorption in time domain », Dans *Thirteenth International Congress on Sound and Vibration*, Vienne, Autriche, 2006.
- T. TSUCHIYA, « Implementation of normal incidence absorption coefficient for boundary condition of digital Huygens' model », *Acoustical Science and Technology*, vol. 29, n° 5, p. 2008, 2008.
- T. TSUCHIYA ET Y. KAGAWA, « Digital equivalent circuits for acoustic field based on discrete Huygens' modeling », *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 44, n° 6B, p. 4297–4300, 2005.
- S. A. VAN DUYNÉ, *Digital Filter Applications to Modeling Wave Propagation in Springs, Strings, Membranes and Acoustical Space*, Thèse de doctorat, Stanford University, Stanford, États-Unis, 2007.
- S. A. VAN DUYNÉ ET J. O. SMITH III, « The tetrahedral digital waveguide mesh », Dans *IEEE Workshop Applic. Signal Processing to Audio & Acoustics*, p. 1–4, 1995.
- S. A. VAN DUYNÉ ET J. O. SMITH III, « The 3-D tetrahedral digital waveguide mesh with musical applications », Dans *International Computer Musical Conference (ICMC)*, p. 9–16, Hong Kong, 1996.
- T. VAN RENTERGHEM ET D. BOTTLEDOOREN, « Numerical simulation of the effect of trees on downwind noise barrier performance », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 89, p. 764–778, 2003.

- T. VAN RENTERGHEM ET D. BOTTLEDOOREN, « Numerical evaluation of sound propagating over green roofs », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 317, p. 781–799, 2008.
- J. R. WHINNERY ET S. RAMO, « A new approach to the solution of high-frequency field problems », Dans *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 32, p. 284–288, 1944.
- D. K. WILSON, S. L. COLLIER, V. E. OSTASHEV, D. F. ALDRIDGE, N. P. SYMONS ET D. H. MARLIN, « Time-domain modeling of the acoustic impedance of porous surfaces », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 92, p. 965–975, 2006.
- J. R. WRIGHT, « An exact model of acoustic radiation in enclosed spaces », *Journal of Audio Engineering Society*, vol. 43, n° 10, p. 813–820, 1995.
- C. ZWIKKER ET C. W. KOSTEN, *Sound absorbing materials*, New York, 1949.

Acronymes

| | |
|--------------|--|
| BEM | <i>Boundary Element Method</i> |
| CSTB | Centre Scientifique et Technique du Bâtiment |
| CND | Contrôle Non-Destructif |
| DHM | <i>Discrete Huygens's Modeling</i> |
| DSP | Densité Spectrale de Puissance |
| DWM | <i>Digital Waveguide Mesh</i> |
| DWN | <i>Digital Waveguide Networks</i> |
| EA | excess attenuation |
| EDT | <i>Early Decay Time</i> |
| EP | <i>Équation parabolique</i> |
| FEM | <i>Finite Element Method</i> |
| FDTD | <i>Finite-Difference Time-Domain method</i> |
| FIR | <i>Finite Impulse Response</i> |
| INSEE | Institut National de la Statistique et des Études Économiques |
| IIR | <i>Infinite Impulse Response</i> |
| LCPC | Laboratoire Central des Ponts et Chaussées |
| LRPC | Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées |
| MTLM | <i>Modified Transmission Line Matrix</i> |
| NMPB | Nouvelle Méthode de Prévion du Bruit |
| PE | <i>Parabolic Equation method</i> |
| PML | <i>Perfectly Matched Layer(s)</i> |
| RT30 | <i>Reverberation time</i> (calculé sur une décroissance de 30 dB) |
| SPPS | Simulation de la Propagation de Particules Sonores |
| SCN | <i>Symmetrical Condensed Node</i> |
| SEM | <i>Scattering Element Method</i> |
| TLM | <i>Transmission Line Matrix</i> ou <i>Transmission Line Modeling</i> |
| TR | Temps de Réverbération |

Annexe A

Liste des publications

Articles dans des revues internationales avec comité de lecture :

- [A1] **G. GUILLAUME**, J. PICAUT, B. GAUVREAU, G. DUTILLEUX, *Time-domain impedance formulation for TLM modeling of outdoor sound propagation*.
- [A2] **G. GUILLAUME**, J. PICAUT, *A simple absorbing layer implementation for transmission line matrix modeling*.

Communications à des congrès internationaux avec actes :

- [CI1] **G. GUILLAUME**, J. PICAUT, G. DUTILLEUX, B. GAUVREAU, *Use of the transmission line matrix method for the sound propagation modelling in urban area*. Actes sur CD-ROM, Proceedings of the second ASA-EAA joint conference Acoustics'08, Paris (France), 2008.
- [CI2] **G. GUILLAUME**, J. PICAUT, G. DUTILLEUX, *Use of the transmission line matrix method for the sound propagation modelling in open-space*. Actes sur CD-ROM, Proceedings of the thirteenth Long Range Sound Propagation symposium, Lyon (France), 16-17 octobre 2008.
- [CI3] **G. GUILLAUME**, J. PICAUT, G. DUTILLEUX, B. GAUVREAU, *Complex impedance conditions implementation into a transmission-line matrix model for urban acoustics applications*. Eighth European Conference on Noise Control (Euronoise), Edinburgh (Écosse), 2009.

Communications à des colloques et séminaires (sans acte) :

- [CO1] **G. GUILLAUME**, *Use of the TLM for the sound propagation modelling in urban area*. Rencontre scientifique avec l'équipe d'Acoustique de l'École Polytechnique de Valence, Gandia (Espagne), 14 novembre 2007.
- [CO2] **G. GUILLAUME**, *Utilisation de la méthode TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain*. Séminaire des doctorants rattachés à l'IRSTV, École Centrale de Nantes (France), 12 février 2007.

- [CO3] **G. GUILLAUME**, *Utilisation de la méthode TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain*. Bilan annuel de l'Opération de Recherche 11M061 « Prévoir le bruit en milieu urbain », LCPC, Paris (France), 7 janvier 2008.
- [CO4] **G. GUILLAUME**, *Utilisation de la méthode TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain*. Séminaire ESAR, LCPC, Nantes (France), 27 février 2009
- [CO5] **G. GUILLAUME**, *Développement d'un modèle TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu extérieur*. Journées Techniques Acoustique (JTA), Batz-sur-mer (France), 10 juin 2009.

Rapports de recherche : (disponibles sur demande auprès du LCPC)

- [R1] **G. GUILLAUME**, *Utilisation de la TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain : Étude bibliographique de la TLM*. Rapport d'étude ESAR-ARU/11M061-PROP_REF/2006/221206-1, LCPC, Section Acoustique Routière et Urbaine, Nantes, 2007.
- [R2] **G. GUILLAUME**, *Les conditions aux frontières absorbantes dans l'approche TLM*. Rapport d'étude ESAR-ARU/11M061-PROP_REF/2006/221206-1, LCPC, Section Acoustique Routière et Urbaine, Nantes, 2007.
- [R3] **G. GUILLAUME**, *Utilisation de la TLM pour la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain*. Rapport d'étude ESAR-ARU/11M061-PROP_REF/2007/200907-1, LCPC, Section Acoustique Routière et Urbaine, Nantes, 2007.
- [R4] **G. GUILLAUME**, *Validation des codes de calcul TLM pour la modélisation de la propagation du son en espace clos et en milieux ouverts*. Rapport d'étude ESAR-ARU/11M061-PROP/2009/110509-1, LCPC, Section Acoustique Routière et Urbaine, Nantes, 2007.

Annexe B

Validation de l'atténuation atmosphérique

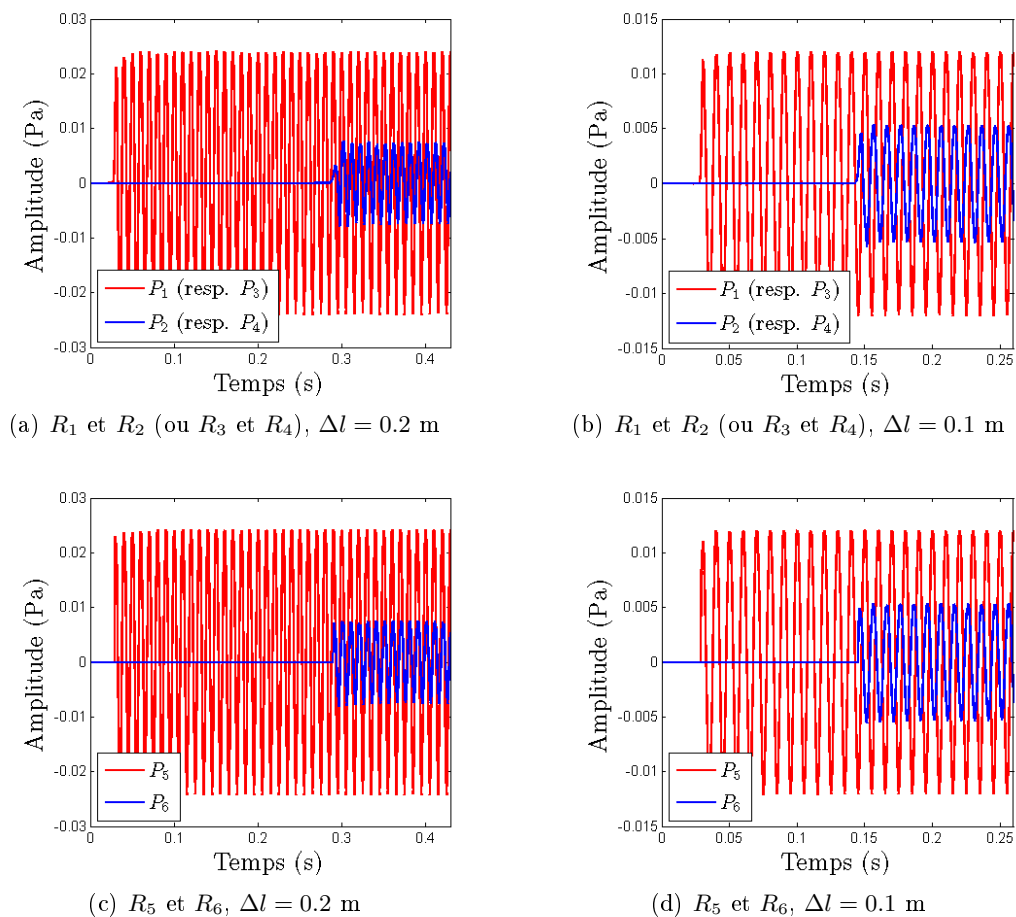


FIGURE B.1 – Pressions acoustiques obtenues sous l'effet de l'absorption atmosphérique pour $\Delta l = 0.2$ m (colonne de gauche) et $\Delta l = 0.1$ m (colonne de droite) ; (a)–(b) en R_1 et R_2 (resp. R_3 et R_4), et (c)–(d) en R_5 et R_6 , pour $f = 100$ Hz et $\alpha = 2.9284 \times 10^{-4}$ dB.m⁻¹.

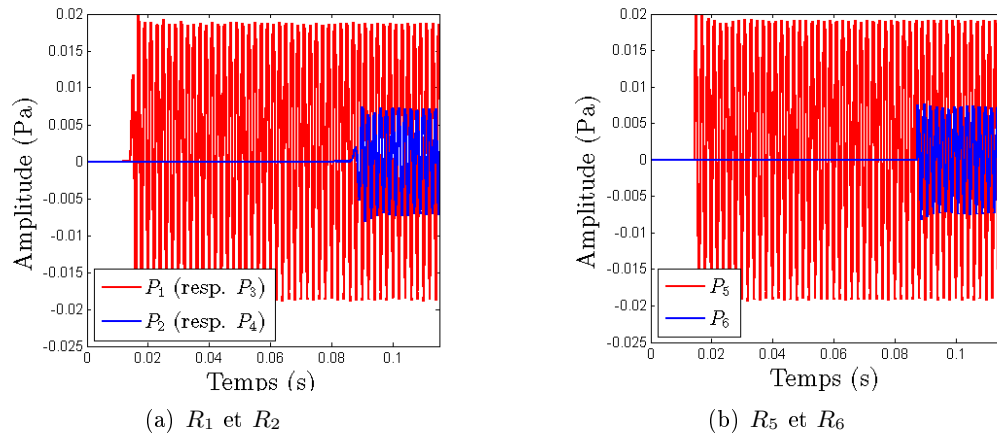


FIGURE B.2 – Pressions acoustiques obtenues (a) en R_1 et R_2 (resp. R_3 et R_4) et (b) en R_5 et R_6 , pour $f = 500$ Hz et $\alpha = 2.7 \times 10^{-3}$ dB.m $^{-1}$.

TABLE B.1 – Valeurs maximales des pressions acoustiques obtenues aux six récepteurs R_i pour un pas spatial $\Delta l = 0.2$ m à $f = 100$ Hz et avec un coefficient d'absorption atmosphérique $\alpha = 2.9284 \times 10^{-4}$ dB.m⁻¹.

| i | Valeurs maximales $P_{i,\max}$ (Pa) | | | | | | | | | | | | $\overline{P_{i,\max}}$ | | |
|-----|-------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------------------|---------|--------|
| 1 | 0.01201 | 0.01207 | 0.01204 | 0.01205 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01206 | 0.0120 |
| 2 | 0.00540 | 0.00533 | 0.00537 | 0.00538 | 0.00534 | 0.00539 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00537 | 0.0054 |
| 3 | 0.01201 | 0.01207 | 0.01204 | 0.01205 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01202 | 0.01203 | 0.01206 | 0.0120 |
| 4 | 0.00540 | 0.00533 | 0.00537 | 0.00538 | 0.00534 | 0.00540 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00536 | 0.00537 | 0.00537 | 0.0054 |
| 5 | 0.01210 | 0.01211 | 0.01209 | 0.01206 | 0.01206 | 0.01209 | 0.01210 | 0.01207 | 0.01210 | 0.01207 | 0.01210 | 0.01207 | 0.01209 | 0.01209 | 0.0121 |
| 6 | 0.00544 | 0.00543 | 0.00540 | 0.00537 | 0.00539 | 0.00540 | 0.00542 | 0.00541 | 0.00542 | 0.00541 | 0.00542 | 0.00541 | 0.00400 | 0.00538 | 0.0054 |

TABLE B.2 – Valeurs maximales des pressions acoustiques obtenues aux six récepteurs R_i pour un pas spatial $\Delta l = 0.1$ m à $f = 100$ Hz et avec un coefficient d'absorption atmosphérique $\alpha = 2.9284 \times 10^{-4}$ dB.m⁻¹.

| i | Valeurs maximales $P_{i,\max}$ (Pa) | | | | | | | | | | | | $\overline{P_{i,\max}}$ | | |
|-----|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------------------|----------|--------|
| 1 | 0.011980 | 0.011900 | 0.012000 | 0.011980 | 0.012030 | 0.012000 | 0.012020 | 0.01200 | 0.012020 | 0.01200 | 0.011990 | 0.01200 | 0.011990 | 0.011990 | 0.0120 |
| 2 | 0.005341 | 0.005340 | 0.005352 | 0.005318 | 0.005250 | 0.005316 | 0.005299 | 0.005266 | 0.005299 | 0.005266 | 0.00531 | 0.005266 | 0.00531 | 0.005294 | 0.0053 |
| 3 | 0.011980 | 0.011900 | 0.012000 | 0.011980 | 0.012030 | 0.012000 | 0.012020 | 0.01200 | 0.012020 | 0.01200 | 0.011990 | 0.01200 | 0.011990 | 0.011990 | 0.0120 |
| 4 | 0.005341 | 0.005340 | 0.005352 | 0.005318 | 0.005250 | 0.005316 | 0.005299 | 0.005266 | 0.005299 | 0.005266 | 0.00531 | 0.005266 | 0.00531 | 0.005294 | 0.0053 |
| 5 | 0.011970 | 0.011950 | 0.012030 | 0.012070 | 0.012070 | 0.012050 | 0.012020 | 0.012020 | 0.012020 | 0.012020 | 0.012050 | 0.012020 | 0.012050 | 0.012070 | 0.0120 |
| 6 | 0.005285 | 0.005279 | 0.005316 | 0.005357 | 0.005353 | 0.005320 | 0.005296 | 0.005308 | 0.005296 | 0.005308 | 0.00532 | 0.005308 | 0.00532 | 0.005344 | 0.0053 |

TABLE B.3 – Valeurs maximales des pressions acoustiques obtenues aux six récepteurs R_i pour un pas spatial $\Delta l = 0,05$ m à $f = 500$ Hz et avec un coefficient d'absorption atmosphérique $\alpha = 2,7 \times 10^{-3}$ dB.m⁻¹.

| i | Valeurs maximales $P_{i_{\max}}$ (Pa) | | | | | | | | | | | | $\overline{P_{i_{\max}}}$ |
|-----|---------------------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--|---------------------------|
| 1 | 0.018520 | 0.01925 | 0.018630 | 0.018680 | 0.019010 | 0.018490 | 0.018670 | 0.018710 | 0.018550 | 0.018920 | 0.0187 | | |
| 2 | 0.007328 | 0.00688 | 0.007188 | 0.007284 | 0.007221 | 0.007227 | 0.006973 | 0.007155 | 0.007156 | 0.007117 | 0.0072 | | |
| 3 | 0.018520 | 0.01925 | 0.018630 | 0.018680 | 0.019010 | 0.018490 | 0.018670 | 0.018710 | 0.018550 | 0.018920 | 0.0187 | | |
| 4 | 0.007328 | 0.00688 | 0.007188 | 0.007284 | 0.007221 | 0.007227 | 0.006973 | 0.007155 | 0.007156 | 0.007117 | 0.0072 | | |
| 5 | 0.018710 | 0.01879 | 0.019020 | 0.019110 | 0.019240 | 0.019260 | 0.019070 | 0.019080 | 0.018980 | 0.018970 | 0.0190 | | |
| 6 | 0.007126 | 0.00707 | 0.007243 | 0.007275 | 0.007403 | 0.007410 | 0.007261 | 0.007267 | 0.007158 | 0.007158 | 0.0072 | | |

Annexe C

Équations des ondes dans les couches absorbantes

Comme il l'a été explicité dans le chapitre 3 (section 3.5), l'implémentation des couches absorbantes proposée ne permet pas *a priori* d'aboutir aux équations fondamentales régissant la propagation d'un milieu au sens des PML. Nous revenons ici sur les relations analytiques des PML en acoustique et sur l'expression de l'équation de propagation discrète obtenue avec l'implémentation de couches absorbantes proposée à la section 3.2.2.2. Les relations sont données pour un modèle unidimensionnel uniquement, dans le but de simplifier leur écriture.

En considérant une écriture des PML reposant en une scission des variables acoustiques (pression acoustique et vitesse particulaire) tel que l'ont formulé Qi et Geers (1998), les équations des PML sont en une dimension :

$$\rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} + \rho_0 q_x u_x = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (\text{C.1a})$$

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c_0^2} q_x p = -\rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (\text{C.1b})$$

où q_x est un paramètre d'atténuation. La combinaison des équations (C.1a) et (C.1b) permet de formuler l'équation de propagation des ondes dans la milieu artificiel par :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{1}{c_0^2} q_x \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 q_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho_0 u_x \frac{\partial q_x}{\partial x}. \quad (\text{C.2})$$

Revenant à présent à notre approche TLM, réécrite en une dimension (*i.e.* $d = 1$ dans les relations de la section 1.3), la relation matricielle, qui ne fait par conséquent intervenir que les impulsions incidentes et diffusées dans les lignes de transmission 1 et 2, s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} {}_t\mathcal{S}_{(i)}^1 \\ {}_t\mathcal{S}_{(i)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_tI_{(i)}^1 \\ {}_tI_{(i)}^2 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.3})$$

Les lois de connexions modifiées pour prendre en compte la propagation dans la couche absorbante (avec notre formulation), s'écrivent dans le cas d'une couche absorbante à droite du domaine de calcul sous la forme :

$${}_{t+\Delta t}I_{(i)}^1 = F_{(i)} \times {}_t\mathcal{S}_{(i-1)}^2, \quad (\text{C.4})$$

$${}_{t+\Delta t}I_{(i)}^2 = {}_t\mathcal{S}_{(i+1)}^1. \quad (\text{C.5})$$

Dans le cas unidimensionnel, la pression nodale est définie par

$${}_tP_{(i)} = {}_tI_{(i)}^1 + {}_tI_{(i)}^2, \quad (\text{C.6})$$

et la vitesse particulière s'exprime

$${}_tu_{(i)} = \frac{{}_tS_{(i)}^2 - {}_tS_{(i)}^1}{\rho_0 c}. \quad (\text{C.7})$$

Outre la relation matricielle (C.3), les impulsions diffusées peuvent également être déterminées par le jeu d'équations :

$${}_tS_{(i)}^1 = {}_tP_{(i)} - {}_tI_{(i-1)}^1, \quad (\text{C.8})$$

$${}_tS_{(i)}^2 = {}_tP_{(i)} - {}_tI_{(i+1)}^2. \quad (\text{C.9})$$

En suivant la même procédure qu'aux sections 1.2.2.2 et 1.3.2, la combinaison des relations (C.3), (C.4) et (C.8) aboutit à l'équation de propagation discrète suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \frac{{}_{t+\Delta t}P_{(i)} - 2{}_tP_{(i)} + {}_{t-\Delta t}P_{(i)}}{\Delta t^2} - \frac{{}_tP_{(i+1)} - 2{}_tP_{(i)} + {}_tP_{(i-1)}}{\Delta l^2} = \\ & -F_{(i)} \frac{\Delta t^2}{\Delta l^2} \frac{{}_tP_{(i)} - {}_{t-\Delta t}P_{(i)}}{\Delta t} + \rho_0 F_{(i)} \frac{{}_tu_{(i+1)} - {}_tu_{(i)}}{\Delta l} + \rho_0 {}_tu_{(i)} \frac{F_{(i+1)} - F_{(i)}}{\Delta l} + \frac{\Theta}{\Delta l^2}, \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

avec

$$\begin{aligned} \Theta = & -F_{(i+1)} \left[{}_tS_{(i)}^2 - {}_tS_{(i)}^1 \right] + [F_{(i)} - 1] {}_{t-\Delta t}S_{(i)}^1 - 2F_{(i)} {}_tS_{(i-1)}^2 \\ & - [F_{(i+1)} - 1] {}_{t-\Delta t}S_{(i)}^2 + {}_tS_{(i)}^1 + {}_tS_{(i)}^2 - {}_{t-\Delta t}S_{(i)}^1. \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Il apparaît d'une part qu'il est possible de faire une analogie entre le facteur d'atténuation $F_{(i)}$ de la couche absorbante et le paramètre d'atténuation q_x des PML, et d'autre part que l'équation (C.10) est bien équivalente à l'équation des ondes (C.2) dans la couche absorbante, à l'exception du terme Θ . Il est cependant difficile d'analyser l'effet de ce terme Θ .