UNIVERSITÉ DU MAINE

U.F.R. DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Doctorat

Acoustique

Mérouane Atig

NON-LINÉARITÉ ACOUSTIQUE LOCALISÉE À L'EXTRÉMITÉ OUVERTE D'UN TUBE

MESURE, MODÉLISATION ET APPLICATION AUX INSTRUMENTS À VENT

Thèse dirigée par Jean-Pierre Dalmont et Joël Gilbert

Soutenue le 2 décembre 2004

JURY

Ph. BLANC-BENON	Directeur de Recherche CNRS, LMFA, Ecole Centrale de Lyon	Examinateur
M. CAMPBELL	Professeur, Université d'Edimbourg	Président
J.-P. DALMONT	Professeur, LAUM, Université du Maine	Directeur
B. FABRE	Professeur, LAM, Université Pierre et Marie Curie	Rapporteur
J. GILBERT	Chargé de Recherche CNRS (HDR), LAUM, Université du Maine	Co-directeur
J. TARTARIN	Maitre de Conférence (HDR), LEA, Université de Poitiers	Rapporteur

Remerciements

Cette thèse a été effectuée au sein de l'équipe ondes guidées du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine UMR-CNRS 6613 (LAUM), dans le cadre d'une bourse BDI CNRS co-financée par la région Pays de la Loire.

Je tiens d'abord à remercier M. Sohbi Sahraoui de m'avoir accueilli au Laboratoire et de m'avoir permis de travailler dans une ambiance libérée et conviviale pendant mes trois années de doctorat.

Je remercie les rapporteurs de cette thèse, Benoit Fabre et Jacky Tartarin, d'avoir jugé ce manuscrit, d'avoir apporté des corrections et remarques positives. Je remercie également Philippe Blanc-Benon et Murray Campbell d'avoir accepté d'être membres du jury et de s'être déplacés pour assister à ma soutenance.

Je remercie encore très vivement Jean-Pierre Dalmont et Joël Gilbert, pour leur disponibilité et la qualité de leur encadrement aussi bien du point de vue scientifique qu'humain. Leur contribution dans cette thèse a été un facteur prépondérant de sa réussite.

J'adresse également mes remerciements à Avraham "Mico" Hirschberg pour les discussions très fructueuses qui ont permis de mener à bien la deuxième partie de cette thèse.

Ce travail a bénéficié d'une forte collaboration scientifique avec Murray Campbell et David Skulina de l'Université d'Edimbourg. Je tiens également à les remercier pour leur accueil lors de mon séjour à Edimbourg.

Je me dois aussi de remercier Jim Buick qui a séjourné au LAUM pendant un mois en tant que professeur invité, qui nous a initié à la méthode des gaz sur réseaux de Boltzmann et qui nous a permis d'utiliser son code de simulations.

Les expériences conduites lors de mes travaux n'auraient jamais vu le jour sans le travail de Alain Brunet, Patrick Collas, Stéphane Lebon et Guy Tournois. Je les remercie chaleureusement pour leur aide. Je tiens aussi à remercier Serge Collin de l'IUT Génie Mécanique du Mans pour la réalisation des embouts qui ont permis la réussite de cette thèse.

Bien sur, je n'oublie pas le facteur essentiel de la réussite de ces trois années, les collègues doctorants dont certains sont devenus de véritables amis. Je ne citerai personne mais ils se reconnaitront : les membres de la MLF, les membres successifs du "Bureau 006", les compagnons de C1 et de Bollée, les footballeurs du mercredi, les habitués de la salle info, Sebkha-Chott, les QS 160 et les autres !

Et par ordre d'apparition dans ma vie, Maman, Papa, Maya, Marie-Maud, Amaël.

« Science sans conscience n’est que ruine de l’âme. »
François Rabelais (1494 ?-1553), Pantagruel (chap. 8)

Table des matières

Introduction générale 15

I Étude expérimentale des pertes à l'extrémité ouverte d'un tube 19

Introduction 21

1 Méthode de mesure et validation expérimentale 23
1.1 Propagation dans un guide d'onde sans écoulement, éléments . . . 24
1.1.1 Propagation en fluide parfait . . . 24
1.1.2 Propagation en fluide réel . . . 25
1.1.3 Coefficient de réflexion, impédance et puissance acoustique . . . 26
1.2 Méthode de mesure à deux microphones . . . 28
1.2.1 Description de la méthode à deux microphones . . . 28
1.2.2 Principales sources d'erreurs et limitations . . . 29
1.3 Dispositif expérimental . . . 30
1.3.1 Zone de mesure acoustique . . . 30
1.3.2 Transducteurs . . . 32
1.3.3 Acquisition et traitement des données . . . 32
1.4 Protocole expérimental et validation . . . 33
1.4.1 Étalonnage . . . 33
1.4.2 Répétabilité . . . 34
1.4.3 Vérification des performances du dispositif à faible niveau sonore . . . 34
1.4.4 Estimation des non-linéarités de propagation . . . 37
1.4.5 Conclusion . . . 39

2 Mesure de l'impédance terminale et analyse des résultats 41
2.1 Principaux résultats théoriques . . . 41
2.1.1 Modèles de Disselhorst & van Wijngaarden . . . 42
2.1.2 Modèle de Peters & Hirschberg . . . 44
2.2 Résultats . . . 44
2.2.1 Partie réelle de l'impédance de rayonnement . . . 44
2.2.2 Correction de longueur . . . 49

II Calcul de pertes par la théorie du "vortex-sound" 51

Introduction 53

3 "Vortex-sound", éléments théoriques **55**
3.1 Théorie du "vortex-sound" . . . 55
3.1.1 Analogie de Powell-Howe . . . 56
3.1.2 Corollaire énergétique de Howe . . . 57
3.2 Application au calcul de pertes à l'extrémité ouverte d'un tube à l'aide d'un modèle théorique simplifié . . . 58
3.2.1 Modèle . . . 58
3.2.2 Application aux tourbillons fixe et mobile . . . 63

4 Calcul des pertes à partir de mesures par PIV et de simulations LBM **67**
4.1 Résultats obtenus à partir des visualisations par PIV . . . 67
4.1.1 Visualisations par vélocimétrie par image de particules . . . 68
4.1.2 Calcul des pertes par la méthode du "vortex-sound" . . . 76
4.2 Résultats obtenus à partir de simulations par la méthode des réseaux de Boltzmann 77
4.2.1 Éléments sur la méthode de simulation numérique . . . 77
4.2.2 Paramètres des simulations . . . 78
4.2.3 Observations préliminaires, étude phénoménologique . . . 79
4.2.4 Calcul des pertes par la méthode du "vortex-sound" . . . 81
4.3 Synthese des principaux résultats . . . 86

III Application au fonctionnement des instruments à vent **89**

Introduction **91**

5 Saturation mechanism in clarinet-like instruments, the effect of the localised non-linear losses. **93**
5.1 Introduction . . . 93
5.2 Theory . . . 95
5.2.1 Elementary model . . . 95
5.2.2 Simulation method . . . 97
5.2.3 Models for localised non-linear losses . . . 101
5.2.4 Simulation method with non-linear losses . . . 102
5.3 Experiments . . . 104
5.3.1 Experimental set-up and procedure . . . 104
5.3.2 Estimation of the parameters for the simulations . . . 105
5.3.3 Comparisons between the experimental results and the simulations . . . 107
5.4 Conclusion and prospects . . . 108

Conclusion générale **113**

Annexes **117**

A Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high SPL **117**
A.1 Introduction . . . 117
A.2 Theoretical results . . . 118

A.3 Setup and experimental procedure 119
A.4 Experimental results 120
A.5 Conclusion 122

Bibliographie **123**

Table des figures

1 Configuration expérimentale typique utilisée 17

1.1 Configuration pour la méthode à deux microphones 28
1.2 Dispositif expérimental utilisé pour les mesures à deux microphones 30
1.3 Pièce de support des transducteurs, vue en coupe 31
1.4 Géométrie des embouts 32
1.5 Écart entre les fonctions de transfert des deux microphones lors d'une inversion de leurs positions. 34
1.6 Répétabilité d'une mesure à deux microphones 35
1.7 Coefficient de réflexion sur la paroi d'un tube fermé en fonction de la fréquence à faible niveau sonore. 36
1.8 Impédance terminale en fonction de la fréquence d'un tuyau ouvert à très faible niveau d'excitation de la source 37
1.9 Champs de pression acoustique dans le tube reconstruit d'après les simulations 38

2.1 Mouvement acoustique à la sortie du tube dans l'approximation quasi-stationnaire 42
2.2 Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à l'extrémité ouverte du tube pour quatre terminaisons 45
2.3 Influence de la taille d'un écran circulaire 47
2.4 Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à l'extrémité ouverte du tube pour l'embout "pointu" 48
2.5 Correction de longueur du tube pour cinq terminaisons différentes 49

3.1 Deux régimes tourbillonnaires à la sortie du tube 59
3.2 Schéma illustratif du modèle théorique 61
3.3 Influence du rayon de l'anneau tourbillonnaire sur les pertes dans le cas "immobile" 64
3.4 Influence du rayon de l'anneau tourbillonnaire sur les pertes dans le cas "mobile" 65
3.5 Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube. Comparaison modèle théorique et résultats expérimentaux 66

4.1 Dispositif expérimental utilisé pour effectuer les mesures PIV 68
4.2 Géométrie des embouts ajustables 69
4.3 Champs de vitesse et de vorticité sur une période à 150 dB pour une géométrie $r < 0.01$ mm 70
4.4 Champs de vitesse et de vorticité sur une période à 160 dB pour une géométrie $r < 0.01$ mm 71

4.5 Champs de vitesse et de vorticité sur une période à 150 dB pour une géométrie $r < 1$ mm . . . 72
4.6 Champs de vitesse et de vorticité sur une période à 170 dB pour une géométrie $r < 0.01$ mm . . . 74
4.7 Champs de vitesse et de vorticité sur une période à 170 dB pour une géométrie $r < 1$ mm . . . 75
4.8 Partie réelle de l'impédance terminale estimée par un calcul de vortex sound . . 76
4.9 Géométrie 2D utilisée pour les simulations LBM . . . 78
4.10 Champs de vorticité et de vitesse totale obtenus par simulation LBM à "faible" niveau sonore . . . 80
4.11 Champ de vorticité obtenu par simulation LBM pour un niveau sonore "intermédiaire" . . . 80
4.12 Cartes de vorticité obtenues lors de simulations de LBM à "fort" niveau sonore 82
4.13 Vitesse totale moyenne sur une section de tube obtenue par LBM sur le plan de sortie et à un rayon de la sortie du tube . . . 83
4.14 Pertes à la sortie du tube en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie. . . . 84
4.15 Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube obtenue à partir de simulations LBM . . . 85
4.16 Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie estimée de trois façons différentes . . . 86

5.1 Schematic view of a clarinet mouthpiece . . . 96
5.2 Positive and negative going plane wave pressures at the input and at the open end of the pipe . . . 98
5.3 Mouth pressure and its opposite, and resultant simulated acoustical mouthpiece pressure as a function of time . . . 99
5.4 Crescendo and decrescendo . . . 100
5.5 Amplitude of the acoustic pressure as a function of the mouth pressure, simulations . . . 100
5.6 Amplitude of the acoustic pressure as a function of the mouth pressure. Simulations with different models of losses . . . 103
5.7 The two types of pipe termination geometry . . . 105
5.8 Real part of the termination impedance as a function of the amplitude of the acoustical velocity at the open end for the five terminations. . . . 106
5.9 Acoustical mouthpiece pressure as a function of time . . . 107
5.10 Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during crescendos and decrescendos . . . 108
5.11 Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during crescendos. Experiments and simulations . . . 109
5.12 Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during decrescendos. Experiments and simulations . . . 110

A.1 Experimental setup and the two types of pipe termination geometry . . . 119
A.2 Real part of termination impedance as a function of the frequency at very low amplitude . . . 120

A.3 Real part of the termination impedance as a function of the amplitude of the acoustical velocity at the open end for the five different terminations 121

Introduction générale

i) Non-linéarités localisées

La propagation dans les guides d'onde acoustique est relativement bien connue et la théorie des ondes guidées permet de décrire précisément de nombreux systèmes physiques tels que les instruments de musique par exemple. Cependant, certaines applications ont montré récemment les limites d'un modèle linéaire (clarinette muette [5], stack dans les réfrigérateurs thermoacoustiques [84], enceinte bass-reflex [56]). En effet, lorsque les niveaux sonores sont élevés, des effets non-linéaires apparaissent. Les effets non-linéaires de propagation tels que le vent acoustique ou la distorsion d'une onde acoustique [74] sont bien connus. A côté de ces effets cumulatifs, des effets non-linéaires localisés peuvent apparaître au niveau des discontinuités de géométrie tels que les diaphragmes, les changements de sections, les trous latéraux ou encore l'extrémité ouverte d'un tube. L'importance de ce type de phénomène a été évoquée dans de nombreuses applications dont les instruments de musique à vent : Coltman [18] pour la flûte ou encore Keefe [49] ou Hirschberg [42] pour la clarinette soulignent la probable importance de ces effets non-linéaires localisés dans le fonctionnement des instruments de musique. Ces effet sont confirmés par Dalmont et coll. [21, 24] qui ont par ailleurs proposé un circuit équivalent non-linéaire du trou latéral sur la base de l'équivalent harmonique [27].

Les premières mises en évidence d'effets non-linéaire localisés ont été effectuées sur les diaphragmes en sortie de tube. En 1935, Sivian [77] étudie le comportement non-linéaire de la résistance acoustique d'un orifice, Ingard & Labate [47] présentent des visualisations du champ acoustique au voisinage d'un diaphragme pour de fortes intensités acoustiques. En mesurant simultanément les pressions et vitesses au niveau du diaphragme, Ingard & Ising [46] concluent que, à fort niveau sonore, la résistance acoustique d'un diaphragme dépend de l'amplitude de la vitesse acoustique.

Les non-linéarités localisées à l'extrémité ouverte d'un tube ont fait l'objet de plusieurs études. A l'Université de Poitiers, Gandemer [37] Tartarin [80] ou Peube [68] ont observé à l'aide de mesures anémométriques par fil chaud le comportement de l'écoulement acoustique à la sortie d'un tube à fort niveau sonore. Ils ont pu constater l'apparition d'une zone décollée et d'un "sillage" instationnaire turbulent près des parois du tube. Disselhorst & Van Wijngaarden [32] ont observé la création de tourbillons à la sortie d'un tube à bords pointus et ont identifié ce mécanisme comme responsable de pertes à l'extrémité ouverte d'un tube. Tout comme dans le cas du diaphragme, l'énergie dissipée à la sortie du guide dépend du niveau sonore de la source et augmente avec l'amplitude de la vitesse acoustique. Cette dissipation non prise en compte par les théories linéaires vient s'ajouter aux pertes par rayonnement étudiées par Levine & Schwinger [52] ou Nomura et coll. [60]. Disselhorst & Van Wijngaarden [32] constatent que la géométrie des bords du tube est essentielle : les pertes diffèrent selon que les bords intérieurs du tube sont arrondis ou pas. Peters et coll. [67] ont mesuré les pertes à la sortie du tube pour d'autres types de géométrie de sortie tels que le tube rayonnant dans un écran infini, le tuyau

sans épaisseur ou encore le pavillon.

ii) Objectifs et contexte

Au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, les phénomènes non-linéaire de propagation ont fait l'objet d'une étude par Menguy [54]. Lors de cette étude, des effets non-linéaires localisés en sortie de tube ouvert ont notamment pu être observés. Des travaux ont également été menés sur les non-linéarités localisées au niveau des trous latéraux d'instruments de musique à vent (Dalmont et coll. [27]). L'étude des non-linéarités localisées en sortie de tube s'inscrit ainsi tout naturellement dans la continuité des travaux menés au sein du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine. Les objectifs de ce travail sont de mesurer et modéliser les pertes supplémentaires apparaissant à la sortie d'un tube à fort niveau sonore, et d'étudier l'influence de ces pertes sur le fonctionnement des instruments de musique à vent. Bien que le contexte du travail est suscité par l'acoustique des instruments à vent, ces travaux sont naturellement susceptibles de trouver des débouchés dans d'autres domaines d'application.

Tout ce travail repose sur une configuration expérimentale typique. Un tube de rayon comparable à celui d'une clarinette, dont les parois sont supposées rigides, est excité par un haut-parleur. La fréquence et le niveau sonore se situent dans une gamme typique d'un instrument à vent (140–170 dB à l'intérieur du tube) et il n'y a pas d'écoulement moyen. Le but est d'étudier les effets non-linéaires localisés à l'extrémité ouverte du tube pour différentes géométries de sortie, le signal étant supposé imposé par la source (régime en "oscillations forcées").

Pour répondre aux objectifs de caractérisation des pertes non-linéaires à l'extrémité ouverte du tube, nous avons choisi deux types d'approches :

- une caractérisation "indirecte" des pertes par estimation de la partie réelle de l'impédance terminale du tube. Cette dernière est mesurée à l'aide d'une méthode à deux microphones dans le cadre de l'approximation du premier harmonique.
- une estimation "directe" des pertes par utilisation de la théorie du bruit de tourbillons ("vortex-sound") sur le champ de vitesse supposé connu au voisinage de l'extrémité ouverte du tube. Cette estimation est certainement moins précise que la détermination indirecte mais elle a pour avantage de faire ressortir les mécanismes de dissipation mis en jeu.

Ce travail de thèse a été effectué en collaboration étroite avec D. Skulina (doctorant) et M. Campbell (professeur) de l'Université d'Edimbourg (Écosse). En particulier, les visualisations du champ de vitesse en sortie de tube obtenues par vélocimétrie par image de particules (PIV) ont été réalisées à l'Université d'Edimbourg. Par ailleurs, nous avons pu bénéficier de l'expertise de J. Buick, maître de conférence à l'Université of New England (Australie), pour les simulations numériques par la méthode dite des réseaux de Boltzmann. Lors de son passage à l'Université du Maine comme professeur invité, il nous a initié à la méthode qui nous a permis de simuler le champ de vitesse en sortie de tube pour des géométries proches de la réalité expérimentale. Les résultats des visualisations et des simulations sont à la base des développements liés à la méthode du "vortex-sound" présentées en deuxième partie de ce document.

iii) Plan du rapport

Le présent rapport est articulé de la façon suivante. La première partie concerne la caractérisation des pertes non-linéaires à la sortie du tube par la méthode à deux microphones. L'impédance terminale d'un tube terminé par des embouts présentant différentes géométries est

mesurée à fort niveau sonore.

La seconde partie concerne la modélisation des phénomènes dans le but de mieux comprendre les mécanismes physiques mis en jeu. La théorie du bruit tourbillonnaire (“vortex-sound theory”) est appliquée afin d’estimer directement les pertes à la sortie du tube. Trois calculs utilisant cette théorie sont menés : le premier analytique à partir d’un modèle simplifié, le second à partir de mesures par PIV et le troisième à partir de résultats de simulations numériques par la méthode dite des réseaux de Boltzmann.

La troisième partie présente l’influence des non-linéarités localisées en sortie du tube sur le fonctionnement des instruments de musique à vent. Les différentes terminaisons mesurées dans la première partie sont placées au bout d’un tube relié à un bec de clarinette inséré dans une bouche artificielle. Ceci permet de disposer d’une clarinette rudimentaire dans laquelle le taux de pertes peut être modifié de façon contrôlée. L’influence du taux de pertes sur le processus de saturation et la plage de jeu de l’instrument est étudiée expérimentalement avec une bouche artificielle puis théoriquement par simulations temporelles.

iv) “Fil rouge”

Le “fil rouge” de cette étude est une série d’embouts qui viennent s’ajuster à l’extrémité ouverte d’un tube cylindrique afin de modifier la géométrie de sortie du tuyau. Ces embouts sont utilisés dans les trois parties de la thèse et sont de deux types (Fig. 1) : le premier type d’embout est biseauté (“pointu”) et le second type présente un rayon de courbure contrôlé de ses bords intérieurs.

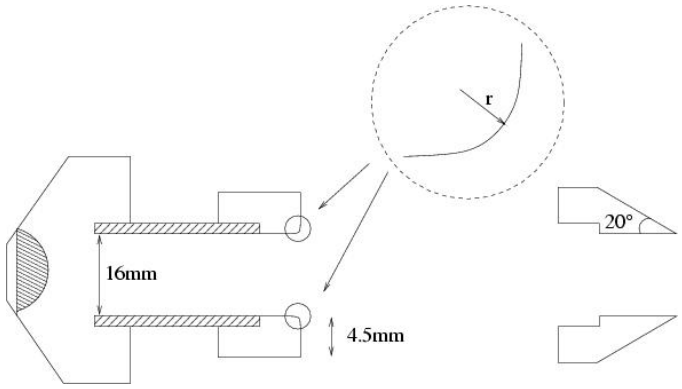


FIG. *1: Configuration expérimentale typique utilisée. Une source (haut-parleur ou clarinette) est placée à l’entrée d’un tube au bout duquel s’ajustent des embouts présentant des géométries de sortie différentes. Les bords intérieurs des embouts présentent des rayons de courbure de valeurs distinctes (*$r < 0.01$ *mm,* $r = 0.3$ *mm,* $r = 1$ *mm et* $r = 4$ *mm). Un embout biseauté est aussi utilisé (illustré à droite sur la figure).*

Première partie

Étude expérimentale des pertes à l’extrémité ouverte d’un tube : partie réelle de l’impédance terminale

Introduction

L'objectif de cette première partie est de caractériser expérimentalement les pertes à l'extrémité ouverte d'un tube à fort niveau sonore pour différentes géométries de sortie. A l'aide d'une méthode dite "à deux microphones", l'impédance terminale est mesurée dans le cadre de l'approximation du premier harmonique. La partie réelle de cette impédance est représentative des pertes à la sortie du tube. Les mesures sont effectuées sur un tube dont la géométrie de sortie peut être modifiée en ajustant des embouts légèrement bafflés. Ces terminaisons sont de deux types : le premier type de géométrie présente un rayon de courbure des bords intérieurs du tube, le second est de type "pointue". Cette première partie est une version étendue de la publication parue aux Comptes Rendus Mécanique [2] jointe en annexe A du présent document.

Dans le chapitre 1, après quelques brefs rappels sur la propagation dans un guide d'onde, la méthode à deux microphones ainsi que le dispositif expérimental sont présentés. Une estimation de la précision des mesures est obtenue en effectuant des mesures sur des configurations expérimentales bien connues à faible niveau sonore. Dans le chapitre 2, deux modèles théoriques connus sont rappelés et les résultats expérimentaux sur la mesure des pertes à la sortie du tube pour les différentes géométries de sortie sont présentés et discutés.

Chapitre 1

Méthode de mesure et validation expérimentale

Sommaire

1.1 Propagation dans un guide d'onde sans écoulement, éléments 24
1.1.1 Propagation en fluide parfait 24
1.1.2 Propagation en fluide réel 25
1.1.3 Coefficient de réflexion, impédance et puissance acoustique 26
1.2 Méthode de mesure à deux microphones 28
1.2.1 Description de la méthode à deux microphones 28
1.2.2 Principales sources d'erreurs et limitations 29
1.3 Dispositif expérimental 30
1.3.1 Zone de mesure acoustique 30
1.3.2 Transducteurs 32
1.3.3 Acquisition et traitement des données 32
1.4 Protocole expérimental et validation 33
1.4.1 Étalonnage 33
1.4.2 Répétabilité 34
1.4.3 Vérification des performances du dispositif à faible niveau sonore . . 34
1.4.4 Estimation des non-linéarités de propagation 37
1.4.5 Conclusion 39

Les pertes à la sortie d'un tube sont généralement assez difficiles à évaluer. En effet, seule une faible proportion de l'énergie acoustique dans un tube est transmise au milieu extérieur. Parmi les méthodes de mesure existantes, la méthode de mesure à deux microphones est maintenant la méthode la plus couramment utilisée pour mesurer une impédance. C'est cette méthode qui est utilisée ici.

Dans ce chapitre, quelques rappels concernant la propagation acoustique dans un guide d'onde sont tout d'abord exposés. Après une description de la méthode de mesure à deux microphones et de certains de ses biais, le dispositif expérimental utilisé est détaillé. Finalement, la méthode de mesure est validée et une estimation de la précision des mesures est donnée.

1.1 Propagation dans un guide d'onde sans écoulement, éléments

A faible niveau sonore[1], la propagation dans un tube en l'absence d'écoulement obéit aux lois de l'acoustique linéaire. Ces lois s'expriment simplement pour un fluide parfait mais les effets viscothermiques aux parois intérieures du tube n'étant pas négligeable, il est nécessaire de prendre en compte la dissipation pour déterminer les champs de pression et vitesse dans le tube. L'impédance terminale, dont la partie réelle est représentative des pertes en bout de tube, est définie d'après ces champs de pression et de vitesse dans le tube.

1.1.1 Propagation en fluide parfait

Afin d'obtenir l'équation d'onde de l'acoustique en fluide non dissipatif, homogène, initialement au repos, dans le cadre de l'approximation linéaire, il est nécessaire de combiner trois équations de base : l'équation de conservation de la masse, l'équation d'Euler et la loi de conservation de l'énergie thermomécanique [12]. L'équation d'onde obtenue s'écrit :

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \tag{1.1}$$

p désigne les fluctuations de pression (pression acoustique) et c_0 est la vitesse adiabatique du son. Dans l'air sec, une estimation de cette vitesse est donnée par la relation [85] :

$$c_0 \simeq 343.2\sqrt{\frac{T_0}{293.15}} m.s^{-1}, \tag{1.2}$$

avec T_0 température de l'air en Kelvin. Dans le cadre de l'acoustique linéaire sans écoulement, la relation entre la pression acoustique et la vitesse acoustique est obtenue d'après l'équation de conservation de la quantité de mouvement ou équation d'Euler linéarisée :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p \tag{1.3}$$

où $\vec{u}$ désigne la vitesse acoustique et $\rho_0 \simeq 1.2929 \times 273.15/T_0$ la masse volumique de l'air au repos .

Pour un tube cylindrique infini à parois rigides de rayon a, l'analyse de l'équation de propagation dans un tube montre [12] que seul un mode, pour lequel la pression et la vitesse acoustique sont uniformes sur une section du tube, se propage pour des fréquences f inférieures à la première fréquence de coupure du tuyau f_c ($f_c \simeq 1.84 c_0/2\pi a$). Les pression et vitesse ne dépendent que de la coordonnée spatiale x et du temps (ondes planes). L'équation d'onde en pression se ramène alors à :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \tag{1.4}$$

Pour une perturbation sinusoïdale de pulsation $\omega = 2\pi f$, la pression $p(x,t)$ peut s'écrire comme la somme d'une onde aller et d'une onde retour se propageant avec le même nombre d'onde $k_0 = \omega/c_0$:

$$p(x,t) = \mathrm{Re}\left[\left(\tilde{p}_+ e^{-jk_0 x} + \tilde{p}_- e^{+jk_0 x}\right) e^{j\omega t}\right], \tag{1.5}$$

[1] Variations de pressions petites devant la pression atmosphérique, $p \ll P_{atm}$, vitesse acoustique petite devant la vitesse du son $u \ll c_0$

où $\tilde{p}_+$ et $\tilde{p}_-$ sont les amplitudes complexes des ondes en $x = 0$ se propageant dans le sens des x croissants et décroissants respectivement. La vitesse acoustique $u(x,t)$ s'écrit :

$$u(x,t) = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{Z_c}\left(\tilde{p}_+ e^{-jk_0x} - \tilde{p}_- e^{+jk_0x}\right) e^{j\omega t}\right], \tag{1.6}$$

où $Z_c = \rho_0 c_0$ est l'impédance caractéristique de l'air.

1.1.2 Propagation en fluide réel

Les effets dissipatifs aux parois sont très importants dans les guides d'ondes. Il est donc nécessaire de tenir compte de ces effets afin de déterminer les pressions et vitesses dans le tube.

Les pertes viscothermiques aux parois, étudiées par Kirchhoff [51], Rayleigh [72], Tijdeman [81] ou Bruneau [12] dépendent du rapport entre l'épaisseur de la couche limite et le rayon du tube appelé nombre de cisaillement (shear number) $Sh = a(\omega/\nu)^{\frac{1}{2}}$. ν désigne ici la viscosité cinématique de l'air sec. Touloukian, Saxena & Hestermans [82] donnent :

$$\nu = 1.51 \times 10^{-5} + 9.2 \times 10^{-8}(T - 293.15)\ \mathrm{m/s^2}. \tag{1.7}$$

Dans l'approximation basses fréquences (petit nombre de Helmholtz , $He = k_0 a \ll 1$) et pour $Sh \gg 1$ (approximation dite des "tuyaux larges") — ce qui sera toujours le cas dans la suite de ce document — il est possible d'obtenir une expression modifiée de la constante de propagation Γ tenant compte des pertes viscothermiques aux parois [81] :

$$\Gamma = k_0 \sqrt{\frac{J_0(j^{3/2}Sh)}{J_2(j^{3/2}Sh)}} \sqrt{\frac{\gamma}{n}}, \tag{1.8}$$

avec

$$n = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{J_2(j^{3/2}Sh\sqrt{Pr})}{J_0(j^{3/2}Sh\sqrt{Pr})}\right]^{-1}. \tag{1.9}$$

J_i désigne la fonction de Bessel d'ordre i, Pr est le nombre de Prandtl ($Pr \simeq 0.71$ pour l'air) et $\gamma = 1.4$ est le rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant pour l'air. Le nombre d'onde tenant compte des pertes viscothermiques s'écrit alors :

$$k = -j\Gamma. \tag{1.10}$$

Il est parfois aussi utile d'exprimer le nombre d'onde en fluide dissipatif sous la forme suivante :

$$k = \frac{\omega}{c_0^*}, \tag{1.11}$$

où c_0^* est la vitesse du son complexe tenant compte de la dissipation. En première approximation, la constante de propagation est [12, 69] :

$$k = k_0 + (1 - j)\alpha, \tag{1.12}$$

avec $\alpha = 2.96\ 10^{-5}\sqrt{f}/a$ pour l'air standard à 295 Kelvin.

1.1.3 Coefficient de réflexion, impédance et puissance acoustique

Coefficient de réflexion

Dans le domaine fréquentiel, le coefficient de réflexion en pression $R(x)$, est défini par le rapport des amplitudes *complexes* des ondes aller et retour :

$$R(x) = \frac{p_- e^{+jkx}}{p_+ e^{-jkx}}. \tag{1.13}$$

Impédance

L'impédance Z est classiquement définie dans l'hypothèse d'une onde plane en régime harmonique comme le rapport de la pression acoustique p sur le débit acoustique U dans le domaine fréquentiel, $Z(\omega) = p(\omega)/U(\omega)$. Dans tout ce document, nous utiliserons l'impédance définie comme le rapport entre la pression p et la vitesse acoustique moyenne sur une section u :

$$Z(\omega) = \frac{p(\omega)}{u(\omega)}. \tag{1.14}$$

L'impédance $Z(x)$ sur le plan d'abscisse x est reliée au coefficient de réflexion sur le même plan $R(x)$ par la relation :

$$\frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{1 + R(x)}{1 - R(x)}. \tag{1.15}$$

Impédance de rayonnement / Impédance terminale

L'impédance terminale Z_t d'un tube est le rapport pression sur vitesse acoustique à la sortie du tube. En réalité, l'hypothèse ondes planes n'y étant plus vérifiée, l'impédance Z_t est définie comme étant l'impédance ramenée à la sortie du tube à partir d'un plan du tube suffisamment éloigné où l'hypothèse ondes planes est vérifiée (typiquement un diamètre). Dans le cas où des effets autres que le rayonnement, pertes non-linéaires par exemple, ont lieu au voisinage de la sortie du tube, ils sont pris en compte dans l'impédance terminale.

L'expression de l'impédance terminale dans l'approximation linéaire et à basses fréquences ($k_0 a \ll 1$) est appelée impédance de rayonnement Z_r. Celle-ci est donnée par Levine & Schwinger [52] pour un tuyau sans épaisseur et par Nomura et coll. [60] pour un tube rayonnant dans un écran infini :

$$\frac{Z_r}{Z_c} = \begin{cases} \frac{1}{4}(k_0 a)^2 + j k_0 \delta_0 & \textit{tube sans épaisseur}, \delta_0 = 0.6133a \\ \frac{1}{2}(k_0 a)^2 + j k_0 \delta_\infty & \textit{écran infini}, \delta_\infty = 0.8216a \end{cases}. \tag{1.16}$$

La partie réelle de l'impédance de rayonnement représente l'énergie rayonnée vers l'extérieur : c'est ce qu'un observateur situé "à l'extérieur du tube" entend. La partie imaginaire $\delta = \Im(Z/Z_c)/k_0$ représente l'inertie de la masse d'air en mouvement à la sortie du tube et peut être prise en compte comme une correction de longueur du tube. Notons que le tube sans épaisseur est un cas limite, dans les cas réels un tuyau a une épaisseur non-nulle. Des valeurs de correction de longueur pour différentes terminaisons ont été calculées numériquement par Dalmont et coll. [28] ainsi que Nederveen [58] à l'aide d'une méthode d'éléments de frontières et par différences finies.

Impédance terminale et approximation du premier harmonique

En toute rigueur, la notion d'impédance n'est applicable qu'aux systèmes linéaires. Toutefois, dans cette thèse, la notion d'impédance est étendue à des systèmes faiblement non-linéaires. L'impédance terminale est alors définie comme étant le rapport entre la pression et la vitesse acoustique pour la composante fondamentale du signal (harmonique de rang un) ramenées à la sortie du tube. Il s'agit de l'approximation du premier harmonique ou méthode de l'équivalent harmonique.

Puissance acoustique et impédance dans le cas linéaire

La puissance acoustique instantanée $\mathcal{P}$ à travers la surface S d'un guide d'onde est définie par :

$$\mathcal{P}(t) = Sp(t)u(t). \tag{1.17}$$

La valeur moyenne de la puissance acoustique sur une période est :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{P}\, dt. \tag{1.18}$$

Dans un tube, en régime harmonique et dans le cadre de l'approximation linéaire (ondes planes), les pressions et vitesses réelles sont constantes sur une section de tube :

$$p(t) = \hat{p} \sin(\omega t), \tag{1.19}$$
$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \phi), \tag{1.20}$$

où $\hat{p}$ et $\hat{u}$ désignent les amplitudes réelles des vitesses et pressions. La puissance acoustique instantanée correspondante est alors :

$$\mathcal{P}(t) = \frac{S}{2} \hat{p}\hat{u} \left(\cos\phi + \cos(2\omega t + \phi)\right), \tag{1.21}$$

et la puissance acoustique moyenne est finalement

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{P} \rangle &= \frac{S\hat{p}\hat{u}}{2} \cos\phi \\ &= \mathrm{Re}(Z) \frac{S\hat{u}^2}{2}, \end{aligned} \tag{1.22}$$

où $Z = \hat{p}e^{-j\phi}/\hat{u}$ désigne l'impédance (définie dans le domaine fréquentiel) sur la surface S considérée et Re désigne la partie réelle.

Équivalence entre l'approximation du premier harmonique et le bilan énergétique

En régime périodique, les pressions et vitesses ne sont pas forcément harmoniques et peuvent se décomposer en séries de Fourier comme suit :

$$p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{p}_n \sin(n\omega t + \phi_n) \tag{1.23}$$

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{u}_n \sin(n\omega t + \psi_n). \tag{1.24}$$

Si la vitesse ne comporte qu'une composante purement sinusoïdale de phase choisie nulle $\psi_1 = 0$, $u(t) = \hat{u}_1 \sin(\omega t)$, la puissance instantanée est :

$$\mathcal{P}(t) = S \sum_n \hat{p}_n \sin(n\omega t + \phi_n) \hat{u}_1 \sin(\omega t). \tag{1.25}$$

La puissance moyenne est alors :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{S\hat{u}_1}{T} \int_0^T \sum_n \hat{p}_n \sin(n\omega t + \phi_n) \sin(\omega t)\, dt. \tag{1.26}$$

Les propriétés d'orthogonalité des fonctions sinus sont telles que seul le terme de fréquence fondamentale est non-nul :

$$\langle \mathcal{P} \rangle \quad = \quad \frac{S\hat{p}_1\hat{u}_1}{2} \cos\phi_1 = \mathrm{Re}(Z_1)\frac{S\hat{u}_1^2}{2}, \tag{1.27}$$

où $Z_1 = \hat{p}_1/\hat{u}_1 e^{-j\phi_1}$ est l'impédance telle qu'elle est définie dans le cadre de l'approximation du premier harmonique c'est à dire le rapport entre les composantes fondamentales des pressions et vitesses. Ceci montre qu'il y a équivalence entre l'approche énergétique et l'approximation du premier harmonique lorsque le signal de vitesse est purement sinusoïdal.

1.2 Méthode de mesure à deux microphones

A partir de la mesure des pressions en deux points distincts d'un guide d'onde, il est possible de déterminer les pressions et vitesses en tout point pour peu que la propagation en ondes planes reste linéaire entre les points de mesure et le plan d'observation. Cette méthode de mesure, ses limitations ainsi que les principales sources d'erreurs associées sont présentées ici.

1.2.1 Description de la méthode à deux microphones

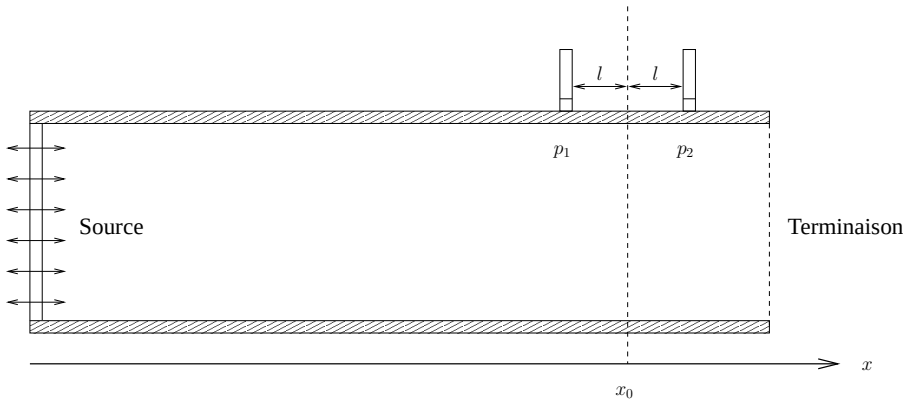


FIG. *1.1: Configuration pour la méthode à deux microphones*

Dans le domaine fréquentiel, la fonction de transfert H_{12} entre les pressions mesurées sur deux plans d'abscisses x_1 et x_2 est définie comme le rapport des amplitudes complexes des pressions en ces points :

$$H_{12} = \frac{\tilde{p}_2}{\tilde{p}_1}. \tag{1.28}$$

En choisissant l'origine de l'axe x exactement entre les deux microphones (Fig. 1.1), il est possible d'exprimer sous forme matricielle les pressions p_0 et vitesses u_0 acoustiques à l'origine en fonction des pressions mesurées p_1 et p_2 :

$$\begin{pmatrix} \frac{\tilde{p}_1+\tilde{p}_2}{2} \\ \frac{\tilde{p}_1-\tilde{p}_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kl & 0 \\ 0 & jZ_c \sin kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{p}_0 \\ \tilde{u}_0 \end{pmatrix}, \tag{1.29}$$

où l est la demi-distance entre les deux capteurs. L'impédance à l'origine Z_0 est exprimée en utilisant la fonction de transfert H_{12} :

$$\frac{Z_0}{Z_c} = j\frac{1+H_{12}}{1-H_{12}} \tan kl \tag{1.30}$$

L'impédance $Z(x)$ en tout point x est déduite par la formule de l'impédance ramenée :

$$\frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{Z_c \tan kx + jZ_0}{Z_0 \tan kx + jZ_c}. \tag{1.31}$$

1.2.2 Principales sources d'erreurs et limitations

Une estimation des principales sources d'erreurs dans la méthode à deux microphones est proposée ici.

Une erreur commise sur l'impédance Z_0 se répercute sur la mesure de l'impédance $Z(x)$. Il est donc possible d'effectuer le calcul d'erreur sur l'impédance Z_0 donnée par l'équation (1.30) puis d'en déduire l'erreur sur l'impédance $Z(x)$.

Le coefficient de sensibilité est défini comme le coefficient qui relie l'erreur $\epsilon(A)$ sur une grandeur A à l'erreur $\epsilon(B)$ qui en découle sur la grandeur B. Dans l'hypothèse où les erreurs sur les grandeurs mesurées sont considérées comme des infiniment petits, le coefficient de sensibilité est donné par

$$\left|\frac{\epsilon(B)}{\epsilon(A)}\right| = \left|\frac{\partial B}{\partial A}\right|. \tag{1.32}$$

Plus ce rapport est élevé, plus l'erreur sur la grandeur A a d'incidence sur la grandeur B.

Fréquences interdites

La distance entre les deux microphones est cruciale pour une bonne utilisation de la méthode à deux microphones. Le coefficient de sensibilité de Z_0 à kl est calculé à partir de Eq. (1.30) :

$$\left|\frac{\epsilon(Z_0)}{\epsilon(kl)}\right| = \left|\frac{2Z_0}{\sin 2kl}\right|. \tag{1.33}$$

Ainsi, quelle que soit l'erreur commise sur kl, l'erreur commise sur Z_0 est maximale lorsque $\sin 2kl = 0$. Ou encore

$$2l = n\frac{\lambda}{2}, \tag{1.34}$$

soit lorsque les deux microphones sont séparés d'une distance multiple de la demi-longueur d'onde. Le résultat le moins sensible aux erreurs de mesure de kl est obtenu pour des fréquences de mesure telles que :

$$2l = (2n+1)\frac{\lambda}{4}. \tag{1.35}$$

Plus la fréquence de travail est éloignée de celle correspondant au meilleur écartement, plus les erreurs sont grandes.

Erreur sur la constante de propagation

La constante de propagation dépend de la fréquence et de la célérité complexe du son. En considérant l'erreur sur la fréquence comme nulle, l'erreur commise sur la constante de propagation s'écrit en fonction de l'erreur sur la célérité du son :

$$\left|\frac{\epsilon(k)}{k}\right| = \left|\frac{\epsilon(c_0^*)}{c_0^*}\right| \simeq \left|\frac{\epsilon(c_0)}{c_0}\right|. \tag{1.36}$$

L'erreur relative sur c_0 en fonction de l'erreur sur la température T en Kelvins est obtenue à partir de l'équation (1.2). L'erreur sur la constante de propagation est finalement :

$$\left|\frac{\epsilon(k)}{k}\right| \simeq \left|\frac{\epsilon(c_0)}{c_0}\right| = \left|\frac{\epsilon(T)}{2T}\right|. \tag{1.37}$$

Ainsi, une erreur de 1% sur la constante de propagation k est équivalente à une erreur de 5–6 degrés sur la température. L'erreur sur la température est en général inférieure à 1 degré. Ceci donne une erreur relative sur c_0 et donc sur k inférieure à 0.3%.

1.3 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé pour les mesures à deux microphones est représenté schématiquement sur la figure 1.2. La zone de mesure acoustique ainsi que le matériel utilisé pour l'acquisition des signaux sont décrits ci-après.

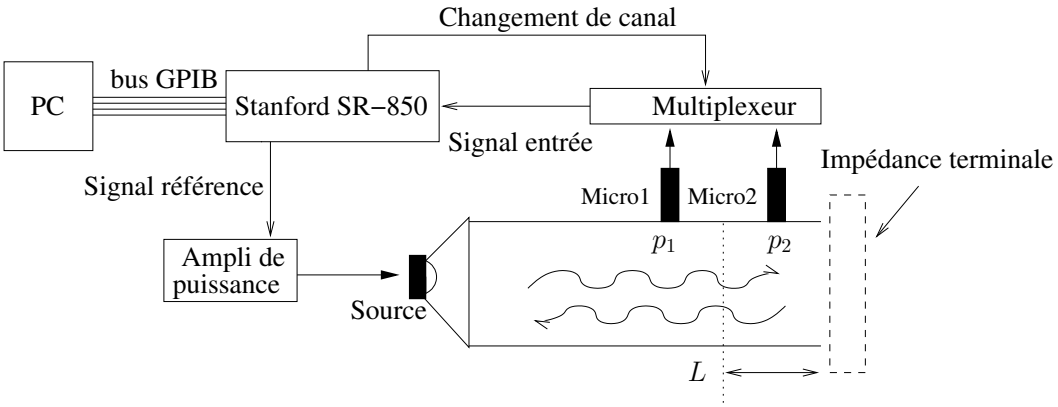


FIG. *1.2: Dispositif expérimental utilisé pour les mesures à deux microphones. Les signaux de pression issus des microphones sont mesurés par détection synchrone. L'acquisition des données est effectuée sur un PC via un bus GPIB.*

1.3.1 Zone de mesure acoustique

Guide d'onde

Les mesures ont été effectuées sur un assemblage de tubes de cuivre de différentes longueurs (50 mm à 400 mm), de rayon interne $a = 8$ mm et d'épaisseur $e = 1$ mm. La surface interne du tube a une rugosité moyenne de l'ordre du micromètre [30], les parois sont considérés comme parfaitement lisses.

Les tubes sont assemblés par un système d'écrous. Il est ainsi possible de modifier la longueur totale du guide d'onde, la distance entre les deux microphones ainsi que leur position par rapport à la sortie du tube. Un tuyau de rayon externe 8 mm glissé à l'intérieur du tube sert de guide pour s'assurer de l'alignement des différents tubes.

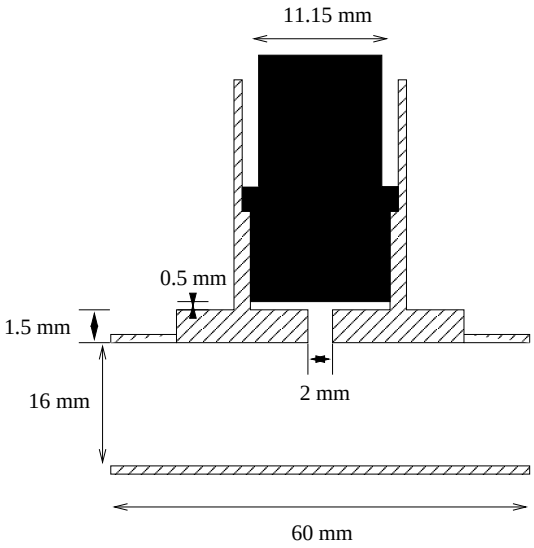


FIG. *1.3: Pièce de support des transducteurs, vue en coupe. La prise de pression se fait par un canal qui relie l'intérieur du tube à une cavité située sous le microphone. La fréquence de résonance de cette cavité (*9.6 *kHz) est très supérieure aux fréquences de travail*

Les pièces supportant les microphones mesurent 6 cm de long. Le diamètre des transducteurs (11.15 mm) étant large comparé au rayon du tube (8 mm), les microphones ne sont pas montés en affleurement des parois du tuyau. Un canal (2 mm de diamètre, 1.5 mm de longueur) relie le tube principal à une petite cavité cylindrique (11.15 mm de diamètre, 0.5 mm de hauteur) fermée en sa partie supérieure par le transducteur (Fig. 1.3). La fréquence de résonance de cette cavité de Helmholtz est donnée par [12] :

$$f_r = \frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{S/V}{L+2\delta}}, \tag{1.38}$$

Les mesures étant effectuées à basse fréquence devant la fréquence de résonance de cette cavité $f_r = 9.6$ kHz, la présence de cette cavité ne perturbe pas la mesure.

Embouts

Des embouts en aluminium AU4G présentant des géométries de sortie différentes sont adaptables à la sortie du tube (Fig. 1.4). Ces terminaisons ont un diamètre extérieur de 25 mm et une longueur de 40 mm. Ces embouts apportent une longueur additionnelle au tube de $L_{emb} = 20$ mm. Deux types de géométries ont été choisies pour ces embouts (Fig. 1.4) :

- Le premier type de géométrie présente un arrondi défini par son rayon de courbure r. Quatre rayons de courbure différents ont été choisis : $r < 0.01$, $r = 0.3$, $r = 1$ et $r = 4$ mm. Pour le rayon de courbure $r < 0.01$ mm, le tube a été usiné sans arrondi en coupant net l'extrémité du tube de façon à obtenir un angle droit. Dans la suite de ce document, cette terminaison sera appelée $r = 0$ mm ou embout "droit".

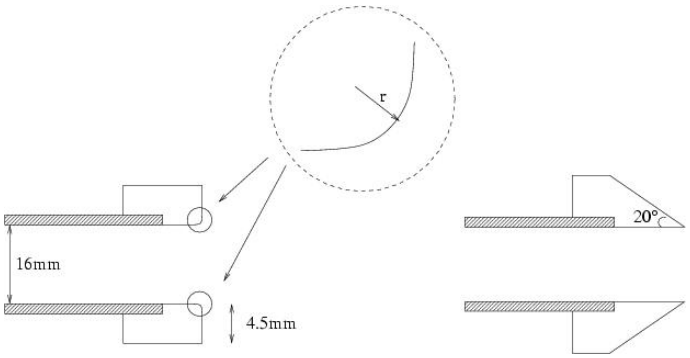


FIG. *1.4: Deux types d'embouts peuvent s'adapter à la sortie du tube. Le premier type d'embout présente un rayon de courbure de ses bords intérieurs. Quatre rayons de courbure ont été choisis :* $r < 0.01$ *mm,* $r = 0.3$ *mm,* $r = 1$ *mm et* $r = 4$ *mm. Le second type d'embout est dit "pointu" et approche le tube sans épaisseur.*

– Le second type de géométrie est biseauté avec un angle de 20°. Ce type de géométrie est censé approcher le tube sans épaisseur étudié théoriquement par Levine et Schwinger [52] par exemple. Cette configuration expérimentale a été étudié précédemment par Disselhorst & van Wijngaarden [32] ainsi que par Peters et coll. [67].

Les embouts ont été usinés à l'aide d'un tour à commande numérique. La précision de la machine utilisée est de 0.025 mm.

1.3.2 Transducteurs

Les pressions acoustiques sont mesurées à l'aide de deux capteurs piézoélectriques à électronique intégrée (type PCB E106B) de "résolution" (plus petite valeur mesurable) 0.69 Pa et supportent des pressions allant jusqu'à 57.2 kPa (niveau de 189 dB). Ils sont alimentés par un conditionneur (type PCB 442B104) à l'aide de câbles coaxiaux de 3 mètres. Les capteurs sont compensés en accélération normale pour s'affranchir de l'effet d'éventuelles vibrations des parois du guide d'onde.

La source acoustique est une chambre de compression JBL (modèle 2446H). Le constructeur donne une "sensibilité" (niveau de pression mesuré à l'extrémité d'un tube fermé de 1 cm) de 118 dB SPL pour une puissance d'entrée de 1 mW. La puissance maximale de la source est de 100 W. Cette source est utilisée dans les expériences pour des fréquences à partir de 300 Hz bien que les données constructeur conseillent une plage d'utilisation fréquentielle 500 Hz – 20 kHz. Une pièce d'adaptation en PVC possédant une ouverture circulaire de diamètre 18 mm permet de positionner le tube dans l'axe de la source. Une série de mesures réalisée en désolidarisant le tube de la source a permis de s'assurer que les vibrations de la source n'influencent pas les mesures. Le signal excitateur du haut-parleur est amplifié par un amplificateur de puissance réalisé par le service électronique du laboratoire.

1.3.3 Acquisition et traitement des données

Les amplitudes complexes des pressions sont mesurées par détection synchrone. Un voltmètre vectoriel contenant un générateur fournit le signal source et effectue une détection synchrone sur un des harmoniques du signal périodique à mesurer. Un premier dispositif expérimental utilisant deux voltmètres vectoriels Stanford Research Systems SR830 et SR850 a été

utilisé. Ce système a permis la mesure simultanée des signaux issus des deux microphones. Par la suite, il a été constaté qu'il était possible d'alléger le dispositif expérimental tout en effectuant des mesures de précision identique en multiplexant les signaux des deux microphones vers un seul voltmètre vectoriel (SR850). La commutation entre les deux signaux est déclenchée par un signal issu du voltmètre vectoriel. L'ensemble du système de mesure est piloté par un PC (bus GPIB) et le programme d'acquisition a été réalisé en langage C à l'aide d'une bibliothèque de fonctions fournie par HPVee. Le traitement des données expérimentales est effectué à l'aide du logiciel Matlab.

1.4 Protocole expérimental et validation

Il est nécessaire d'estimer la précision du dispositif expérimental. Il faut s'assurer du bon étalonnage des microphones ainsi que de la bonne répétabilité des mesures. Un ensemble de mesures sur des cas connus (tube ouvert à faible niveau sonore) permet de valider le dispositif expérimental.

1.4.1 Étalonnage

Un étalonnage absolu de chaque microphone a tout d'abord été réalisé. Pour cela, un microphone B&K de référence a été placé dans une paroi placée sur le plan de mesure de chaque microphone successivement. Les microphones utilisés pour les mesures sont issus d'une même série et nous avons pu nous assurer que les deux microphones étaient appariés. Toutefois, l'étalonnage absolu ainsi effectué n'a pas permis d'obtenir une précision suffisamment grande sur la sensibilité relative des deux microphones. C'est pourquoi une méthode d'étalonnage relatif est décrite ci-dessous.

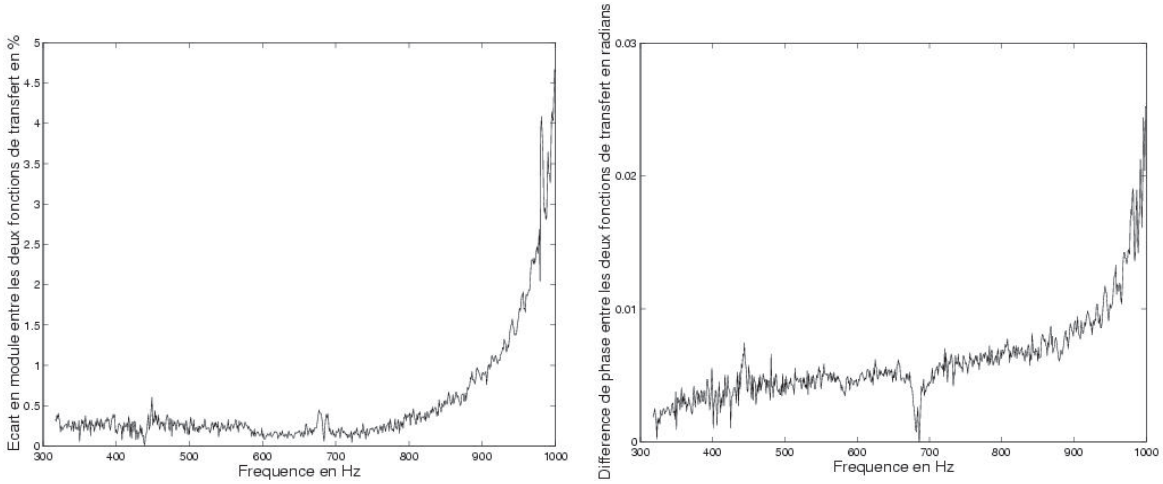
Pour vérifier l'hypothèse d'appariement des capteurs suggérée par l'étalonnage absolu des microphones, une configuration à deux microphones (longueur de tube et position des microphones) est choisie. Un premier balayage en fréquence est effectué avec les positions de microphones choisies. Puis, les positions des microphones sont inversés et un deuxième balayage en fréquence est effectué. Si l'hypothèse d'appariement des deux capteurs est vérifiée, les deux séries de données sont identiques. L'étalonnage relatif des deux microphones est ainsi estimé par inversion de la position des capteurs.

Pour plus de clarté, chaque microphone est identifié par une lettre dans la suite de l'exposé, les microphones SN8049 et SN8047 étant désignés par les lettres A et B respectivement. Chaque micro peut être placé à l'abscisse x_1 ou x_2. La tension à la sortie du capteur SN8049 placé à l'abscisse x_1 est désigné par A_1. Cette tension est proportionnelle à la pression p_1 mesurée en x_1 de telle façon que $A_1 = S_A p_1$ où S_A désigne la sensibilité du micro A. La même pression p_1 mesurée par le micro B placé en x_1 est associée à une tension $B_1 = S_B p_1$ où S_B désigne la sensibilité du micro B. La fonction de transfert entre les positions 1 et 2 est :

$$H_{12} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{S_A B_2}{S_B A_1} = \frac{S_B A_2}{S_A B_1}. \tag{1.39}$$

Si les deux microphones sont parfaitement appariés, i.e. $S_A = S_B$, la fonction de transfert est :

$$H_{12} = \frac{B_2}{A_1} = \frac{A_2}{B_1}. \tag{1.40}$$



(a) Écart relatif en % entre deux mesures successives de l'amplitude de la fonction de transfert avant et après inversion des microphones.

(b) Écart en radians entre deux mesures successives de la phase de la fonction de transfert avant et après inversion des microphones.

FIG. *1.5: Écart entre les fonctions de transfert des deux microphones lors d'une inversion de leurs positions.*

La Fig. 1.5 montre l'écart en phase et en module entre deux fonctions de transfert mesurées dans une première configuration (A_1, B_2) puis dans une seconde (A_2, B_1). L'écart en module entre les deux fonctions de transfert est inférieur à 0.6% et la différence de phase entre les deux séries de mesure est inférieure à 0.008 radians pour des fréquences inférieures à 800 Hz. Ceci constitue une estimation de l'erreur sur l'étalonnage relatif entre les deux capteurs. L'étalonnage absolu étant moins critique dans la méthode à deux microphones, la valeur de la sensibilité utilisée est la sensibilité constructeur.

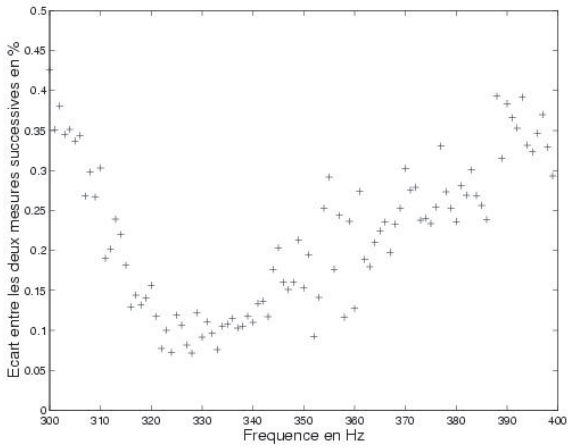
1.4.2 Répétabilité

Une estimation de la répétabilité des expériences est obtenue de la façon suivante. Un premier balayage en fréquence à faible niveau sur un tuyau ouvert est effectué sur les deux micros. Le système est ensuite démonté, remonté entièrement à l'identique, et un deuxième balayage est effectué. L'écart entre les deux séries de mesure permet d'estimer la répétabilité. Les deux séries de mesures sont représentées en module et en phase pour chaque capteur Fig. 1.6.

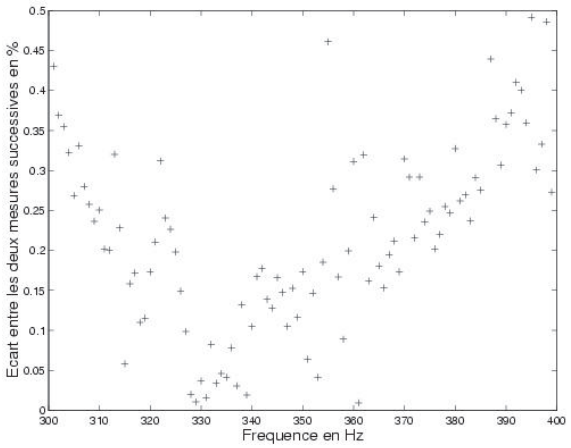
Les variations sur l'amplitude mesurée entre deux mesures sont inférieures à 0.5% pour chaque capteur. Les variations de phase sont inférieures à 0.005 radians pour chaque capteur également. Ces valeurs sont inférieures à la précision de l'étalonnage, les mesures peuvent donc être considérées comme répétables. On peut finalement considérer que la précision sur la mesure des fonctions de transfert est de 1% en amplitude et de 0.01 radians en phase.

1.4.3 Vérification des performances du dispositif à faible niveau sonore

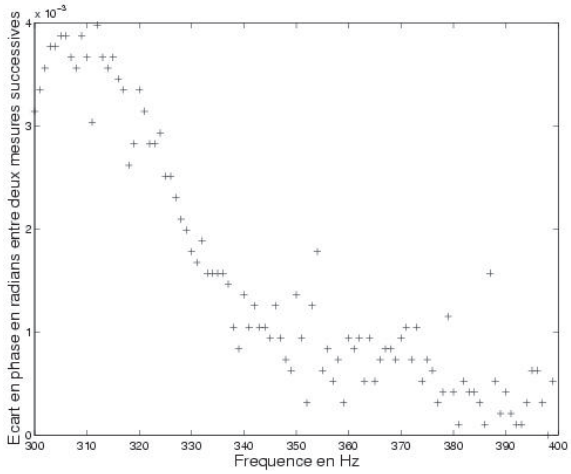
Afin de vérifier les performances du dispositif expérimental, les mesures du coefficient de réflexion d'un tube fermé par une paroi rigide ainsi que de l'impédance terminale d'un tube ouvert sont effectuées. La configuration retenue pour effectuer toutes ces mesures correspond



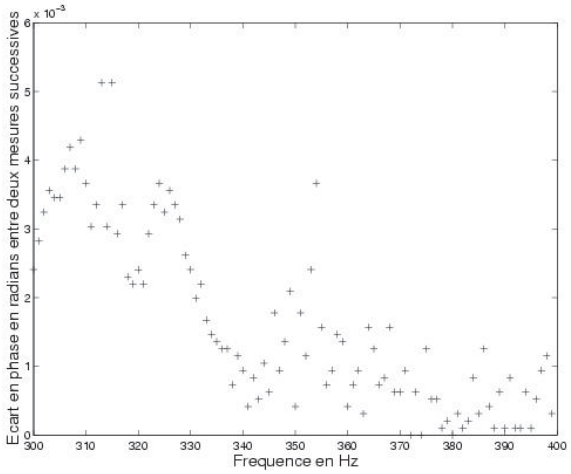
(a) Écart en % entre deux mesures successives de l'amplitude de la tension à la sortie du capteur 1.



(b) Écart en % entre deux mesures successives de l'amplitude de la tension à la sortie du capteur 2.



(c) Écart en radians entre deux mesures successives de la phase de la tension à la sortie du capteur 1.



(d) Écart en radians entre deux mesures successives de la phase de la tension à la sortie du capteur 2.

FIG. *1.6: Répétabilité d'une mesure à deux microphones. (a) : microphone SN8047 ; (b) : microphone SN8049*

à un écartement des microphones $2l = 11$ cm. La fréquence interdite correspondant à cette distance inter-microphonique est $f_{interdit} \simeq 1560$ Hz. La distance entre la sortie et le plan situé à égale distance des deux capteurs étant $L_x = 10.5$ cm.

Mesure du coefficient de réflexion d'un tube fermé par une paroi rigide

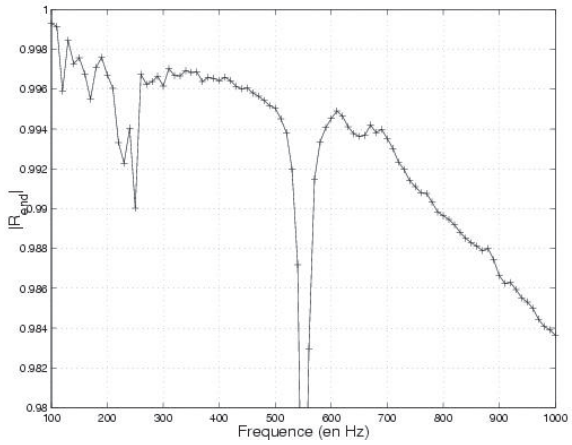
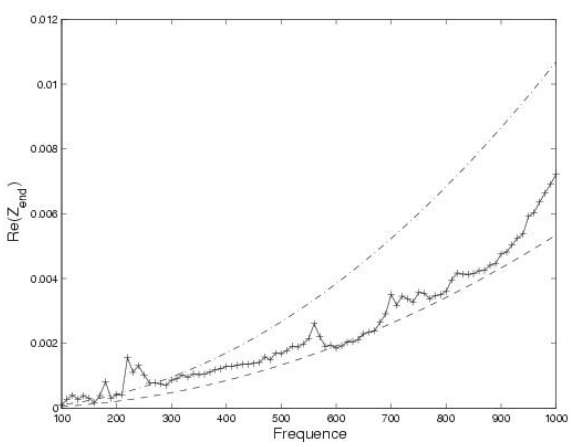


FIG. *1.7: Coefficient de réflexion sur la paroi d'un tube fermé en fonction de la fréquence à faible niveau sonore.*

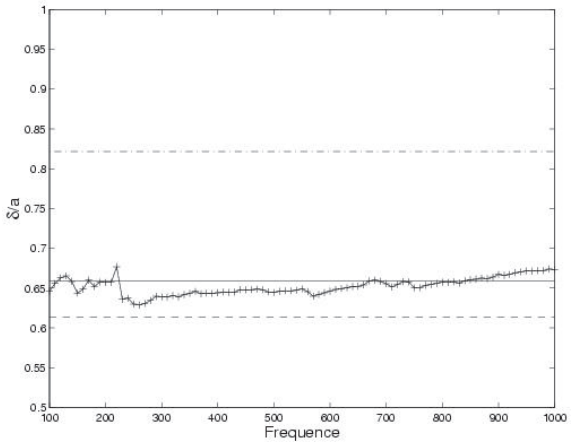
Un balayage en fréquence de 100 à 1000 Hz est effectué sur un tube de longueur $L = 41$ cm fermé par une paroi rigide en PVC. Le module du coefficient de réflexion sur la paroi est théoriquement $|R_{end}| = 1$. Le résultat de la mesure du coefficient de réflexion est donné Fig. 1.7. Cette mesure montre un très bon accord entre l'expérience et la théorie pour des fréquences comprises entre 300 Hz et 420 Hz . L'écart observé est inférieur à 0.4 % ce qui est inférieur à l'incertitude de mesure estimée plus haut.

Mesure de l'impédance terminale d'un tube ouvert à faible niveau

Pour de faibles niveaux sonores, l'impédance terminale d'un tube ouvert est égale à l'impédance de rayonnement. Afin d'estimer la précision des mesures sur un cas réel, des mesures sont effectuées à faible niveau avec un tuyau ouvert. Un embout présentant un rayon de courbure de rayon $r = 1$ mm est ajusté à l'extrémité ouverte afin de limiter les effets non-linéaires à la sortie du tube qui pourraient apparaître avec un embout à bords francs. La figure 1.8 présente la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance terminale du tube sur la plage fréquentielle 100–1000 Hz. Cette impédance est à comparer aux expressions de l'impédance de rayonnement de Levine & Schwinger [52] et Nomura et coll. [60] ainsi qu'à l'expression de la correction de longueur correspondant à la géométrie de l'embout utilisé estimée numériquement par Dalmont et coll. [28]. La partie réelle de l'impédance terminale mesurée est bien comprise entre les deux cas limite théoriques. L'écart par rapport à la partie réelle de l'impédance de rayonnement pour un tube sans épaisseur est inférieur à $0.5\ 10^{-3} Z_c$ pour des fréquences entre 300 et 500 Hz. La correction de longueur est aussi comprise dans les limites théoriques et s'accorde avec la valeur estimée par Dalmont et coll. [28] pour un écran circulaire de diamètre 25 mm. L'écart par rapport à la correction de longueur pour le tube sans épaisseur est inférieur à $0.05\ a$.



(a) Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de la fréquence.



(b) Correction de longueur en fonction de la fréquence. En trait plein, correction de longueur correspondant à l'embout tiré de Dalmont et coll. [28]

FIG. *1.8: Impédance terminale en fonction de la fréquence d'un tuyau ouvert à très faible niveau d'excitation de la source.* $+$ *: mesure ;* $---$ *: impédance de rayonnement de Levine & Schwinger (tube sans écran) ;* $-.-$ *: impédance de rayonnement de Nomura et coll. (tube avec écran infini*

1.4.4 Estimation des non-linéarités de propagation

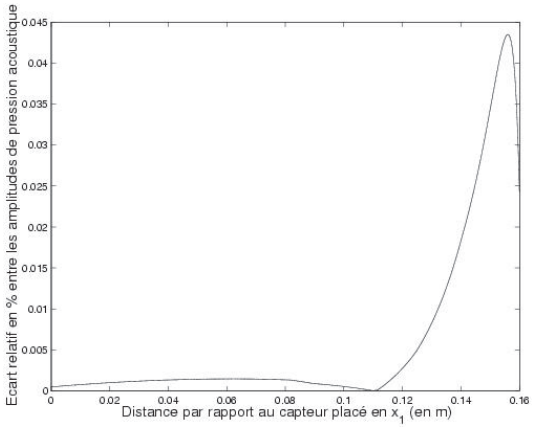
Les expériences menées dans le chapitre suivant sont effectuées à fort niveau sonore. Pour respecter les hypothèses de mise en oeuvre de la méthode à deux microphones, il faut s'assurer que les phénomènes d'origine non-linéaire liés à la propagation ne vont pas provoquer une déformation de l'onde modifiant la composition spectrale du signal [54] et ainsi rendre caduque une utilisation aisée de la méthode à deux microphones. La résolution de l'équation de Burgers généralisée prenant en compte à la fois les effets de propagation non-linéaires et les pertes de couche limite permet d'estimer l'importance des effets non-linéaires de propagation [55].

Principe de la méthode de simulation

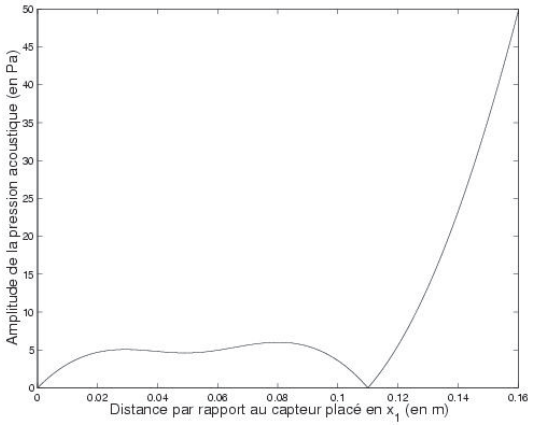
La vérification effectuée ici repose sur une méthode de simulation développée dans le cadre de la thèse de L. Menguy [54, 55]. Cette méthode de simulation permet de reconstruire le champ acoustique supposé de type "ondes planes" en tout point d'un guide d'onde à partir de la donnée de deux conditions aux limites (la pression acoustique en deux points par exemple), ceci en régime permanent périodique. Elle peut être vue comme une extension de la méthode à deux microphones au cas faiblement non-linéaire. Elle repose sur l'hypothèse que les ondes aller et retour sont solutions des équations de Burgers généralisées, ceci sans interaction non-linéaire locale (cette hypothèse et ses limites sont discutées en détail dans [55]). Si le cas linéaire est soluble analytiquement, le cas faiblement non-linéaire est traité numériquement. L'espace est discrétisé afin de résoudre le problème par la méthode des différences finies. Les pressions acoustiques sont représentées en série de Fourier sur un nombre fini d'harmoniques. La convergence vers "la solution" est assurée par équilibrage harmonique. Le programme réalisant les simulations a été développé par L. Menguy [54] en fortran 77.

Application de la méthode de simulation

Connaissant la pression en deux points du tube x_1 et x_2 (Fig. 1.2), le champ acoustique est reconstruit partout dans le tube et en particulier au niveau de la section de sortie du tube selon deux cas. Le cas L qui correspond à l'hypothèse de propagation linéaire et le cas NL qui correspond à l'hypothèse de propagation faiblement non-linéaire, les pressions acoustiques en x_1 et x_2 étant définies par la donnée des composantes fondamentales en amplitude et en phase (approximation du premier harmonique).



(a) Écart relatif en % entre les amplitudes de pression acoustique obtenues après deux simulations de propagation linéaire et non-linéaire pour l'harmonique de rang un au plus fort niveau sonore utilisé lors des expériences.



(b) Amplitude de la pression acoustique de l'harmonique de rang deux obtenue par simulation de propagation non-linéaire au plus fort niveau sonore utilisé lors des expériences.

FIG. *1.9: Champs de pression acoustique dans le tube reconstruit d'après les simulations. 1.9(a) : harmonique de rang un, écart relatif entre deux simulations de propagation linéaire et non-linéaire ; 1.9(b) : harmonique de rang deux, pression obtenue par une simulation de propagation non-linéaire uniquement (l'harmonique de rang deux est strictement nul par définition dans le cas linéaire)*

Pression en x_1		Pression en x_2		Simulation, cas linéaire		Simulation, cas non-linéaire	
p (Pa)	ϕ (rad)	p (Pa)	ϕ (rad)	$\mathrm{Re}(Z_t/Z_c)$	δ/a	$\mathrm{Re}(Z_t/Z_c)$	δ/a
7686	1.27	3207	1.20	$34.72.10^{-3}$	0.7270	$34.65.10^{-3}$	0.7285

TAB. *1.1: Les valeurs numériques correspondant au champ de pression reconstruit dans la section de sortie du tube.*

Le cas correspondant au niveau sonore le plus élevé dans les expériences du chapitre suivant est traité. Les résultats des deux reconstructions sont reportées figure 1.9. Il n'apparaît pas de différences notables sur le champ acoustique de l'harmonique un entre le cas linéaire et le cas non-linéaire. Les valeurs numériques correspondant au champ de pression reconstruit sur la section de sortie du tube sont reportées dans le tableau 1.1. L'écart entre les cas L et NL est de 0.025% en amplitude, et de 0.002 radians en phase. De la même manière, un écart dans l'estimation de Z_t/Z_c entre les deux cas est estimé inférieur à $7.10^{-5}Z_c$ pour $\mathrm{Re}(Z_t/Z_c)$ et

inférieur à $1.5\,.10^{-3}a$ pour δ (voir tableau 1.1). Ceci donne une estimation de l'erreur faite sur Z_t/Z_c lorsqu'on ne prend pas en compte la propagation non-linéaire lors de l'utilisation de la méthode à deux microphones. En l'occurrence, cette erreur est très inférieure à l'incertitude de mesure et peut donc être négligée.

1.4.5 Conclusion

Le dispositif expérimental donne des résultats satisfaisant pour les mesures à faible niveau. Sur un tube de longueur $L = 410$ mm, avec une distance $2l = 110$ mm entre les microphones et une distance entre la sortie du tube et le plan situé entre les deux capteurs $L_x = 10.5$ cm, les incertitudes de mesure de la partie réelle de l'impédance terminale ont été estimées inférieures à $0.5\ 10^{-3}Z_c$ pour des fréquences entre 300 et 500 Hz. L'incertitude concernant la correction de longueur sur cette même plage de fréquence est estimée inférieure à $0.05a$. Le système de mesure étant validé à faible niveau sonore, les mesures à fort niveau ont été effectuées et sont présentées dans le chapitre 2.

Chapitre 2

Mesure de l'impédance terminale et analyse des résultats

Sommaire

2.1 Principaux résultats théoriques 41
2.1.1 Modèles de Disselhorst & van Wijngaarden 42
2.1.2 Modèle de Peters & Hirschberg 44
2.2 Résultats 44
2.2.1 Partie réelle de l'impédance de rayonnement 44
2.2.2 Correction de longueur 49

La méthode à deux microphones présentée dans le chapitre 1 permet d'estimer l'impédance sur le plan de sortie du tube. La partie réelle de cette impédance terminale est représentative des pertes à la sortie du tube. Dans ce chapitre, nous proposons de mesurer cette impédance terminale à fort niveau sonore pour différentes géométries. Les résultats ainsi obtenus sont comparés aux résultats théoriques donnés par Disselhorst & van Wijngaarden [32] et Peters & Hirschberg [66]. Ces modèles sont présentés dans un premier sous-chapitre 2.1 puis, les résultats expérimentaux concernant la mesure de l'impédance terminale sont présentés au 2.2.

2.1 Principaux résultats théoriques

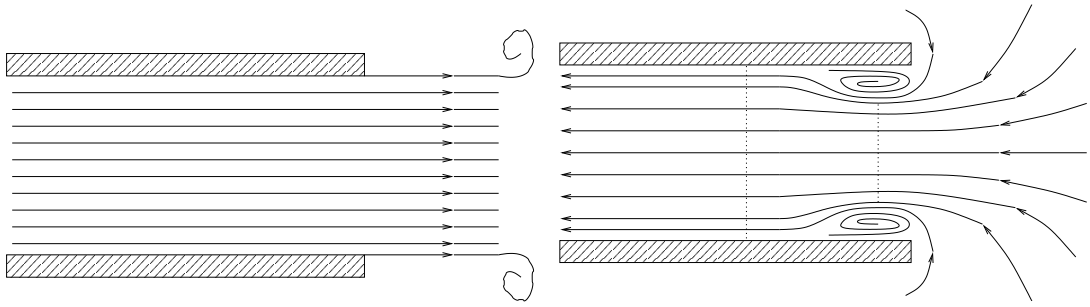
Les principaux résultats théoriques concernant les pertes à l'extrémité ouverte d'un tube à fort niveau sonore ont été publiés par Disselhorst & van Wijngaarden [32] et Peters & Hirschberg [66] et concernent les géométries de type tube à bords francs ("sharp edge"), tube à bords arrondis et tube dans un écran infini. Les résultats sont exprimés en fonction du nombre de Strouhal caractéristique de l'amplitude de déplacement des particules par rapport à une longueur de référence qui est ici le rayon du tube : $St = \omega a/\hat{u}$. Les petits nombres de Strouhal correspondent aux niveaux sonores élevés.

Dans ces articles de référence, les différents résultats sont exprimés en terme de puissance dissipée à la sortie du tube. Il a été montré au 1.1.3 que, pour peu que le signal de vitesse soit sinusoïdal, les pertes peuvent être situées à partir de la partie réelle de l'impédance terminale.

2.1.1 Modèles de Disselhorst & van Wijngaarden

Disselhorst & van Wijngaarden [32, 31] ont étudié théoriquement et expérimentalement les pertes acoustiques à l'extrémité ouverte d'un tube pour deux types de géométries : tube à bords arrondis et tube à bords vifs "pointus" ("sharp edge"). A fort niveau sonore, c'est à dire pour $St \ll 1$, Disselhorst & van Wijngaarden [32, 31] utilisent une théorie quasi-stationnaire pour décrire l'écoulement acoustique à la sortie du tube. Pour de grands nombres de Strouhal (faible niveau sonore), une méthode de tourbillon discrets (modélisation de zones tourbillonnaires par un ensemble de tourbillons discrets) est utilisée pour prédire les pertes à la sortie.

Modèle à fort niveau sonore, $St \ll 1$



(a) Première demi-période, vitesse acoustique dirigé vers l'extérieur du tube, formation de jet.

(b) Seconde demi-période, vitesse acoustique dirigé vers l'intérieur du tube, formation d'un vena-contracta à l'intérieur du tube.

FIG. *2.1: Mouvement acoustique à la sortie du tube dans l'approximation quasi-stationnaire d'après van Wijngaarden [83].*

Pour de grandes amplitudes de la vitesse acoustique — c'est à dire pour les faibles nombres de Strouhal, Disselhorst [31] utilise une théorie quasi-stationnaire pour décrire le comportement acoustique de l'extrémité ouverte du tube (Fig. 2.1). Il suppose qu'il y a toujours formation d'un jet à la sortie du tube pendant une demi-période pour les tubes à bords francs et à bords arrondis (Fig. 2.1(a)). La pression dans le jet est la même que la pression ambiante. En revanche, lorsque le fluide rentre dans le tube, une distinction est faite entre les deux types de géométrie. Pour le tube à bords arrondis, l'écoulement est supposé potentiel pendant la demi-période rentrante. Pour le tube à bords vifs "pointus", il y a décollement des couches limites sur les bords intérieurs du tube et formation d'un vena-contracta à l'intérieur du tube (Fig. 2.1(b)). Un paramètre c_d caractéristique du vena-contracta et donc de la géométrie considérée est introduit [31] :

$$c_d = \begin{cases} 2 & \textit{tube sans épaisseur} \\ 13/9 & \textit{tube dans un écran infini} \\ 1 & \textit{tube à bords arrondis}. \end{cases} \tag{2.1}$$

Le théorème de Bernoulli donne la variation de pression à la sortie $p_s = -1/2\rho_0 u_s^2 c_d$, où p_s est l'écart à la pression atmosphérique sur le plan de sortie du tube et u_s désigne la vitesse

acoustique à la sortie du tube. La pression à la sortie est :

$$\begin{cases} p_s = -\frac{1}{2}\rho_0 c_d u_s^2 & \textit{rentrant}, \\ p_s = 0 & \textit{sortant}. \end{cases} \tag{2.2}$$

Ce modèle prend donc pour hypothèse que toutes les pertes à fort niveau sonore ont lieu lorsque la vitesse acoustique est dirigée vers l'intérieur du tube. Cette présentation nous paraît assez discutable car, pour les forts niveaux sonores il y a formation d'une zone tourbillonnaire à l'extérieur du tube et il semble clair qu'une partie importante des pertes à la sortie du tube est due aux mécanismes de dissipation par mélange turbulent hors du tube.

La puissance moyenne dissipée à la sortie du tube est obtenue à partir de l'équation (2.2) :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\rho_0 c_d S}{3\pi} u_s^3. \tag{2.3}$$

En terme d'impédance terminale normalisée (voir Eq. (1.27)), le résultat précédent devient :

$$\mathrm{Re}\left(\frac{Z_t}{Z_c}\right) = \frac{2c_d}{3\pi} M, \tag{2.4}$$

où $M = u_s/c_0$ désigne le nombre de Mach acoustique à la sortie du tube. Ce modèle prédit donc une augmentation linéaire de la partie réelle de l'impédance terminale (et donc des pertes) avec la vitesse acoustique à la sortie du tube.

Pour une géométrie de type bords arrondis (Eq. (2.1), paramètre $c_d = 1$) et à fort niveau sonore, les pertes à la sortie du tube sont :

$$\mathrm{Re}\left(\frac{Z_t}{Z_c}\right) = \frac{2}{3\pi} M. \tag{2.5}$$

La géométrie à bords "pointus" tente d'approcher l'embout sans épaisseur. Le coefficient de vena-contracta utilisé est donc $c_d = 2$ et l'impédance terminale vaut :

$$\mathrm{Re}\left(\frac{Z_t}{Z_c}\right) = \frac{4}{3\pi} M. \tag{2.6}$$

Modèle à faible niveau sonore, $St \gg 1$

Disselhorst et van Wijngaarden [32] ont visualisé la formation de tourbillons à la sortie d'un tube pour des géométries de type bords "pointus". Ces tourbillons créés restent au voisinage des bords où ils ont été générés. Un modèle de tourbillons discret permet à Disselhorst et van Wijngaarden [32] d'estimer les pertes liées à ces tourbillons pour les faibles nombres de Strouhal.

Pour un tube de géométrie "pointue", la relation entre la pression et la vitesse acoustique à la sortie d'un tube ouvert obtenue d'après le modèle de tourbillons discrets est la suivante :

$$p_s = \beta \rho_0 \omega a \left(\frac{\hat{u}_s}{\omega a}\right)^{\frac{2}{3}} u_s, \tag{2.7}$$

où β est obtenu par simulation numérique. La valeur de β est comprise entre 0.6 et 1.0. En terme d'impédance terminale, le résultat précédent devient :

$$\mathrm{Re}\left(\frac{Z_t}{Z_c}\right) = \beta (He)^{\frac{1}{3}} M^{\frac{2}{3}}, \tag{2.8}$$

où $He = k_0 a$ est le nombre de Helmholtz. Les pertes à la sortie du tube ne varient pas linéairement avec la vitesse acoustique à la sortie pour les grands nombres de Strouhal.

Pour une géométrie arrondie et de grands nombres de Strouhal $St \gg 1$, Disselhorst & van Wijngaarden [32] supposent qu'il n'y a pas de décollement de couche limite et de création de tourbillons à la sortie du tube. Il n'y a donc pas de pertes à la sortie et l'impédance terminale est :

$$\mathrm{Re}(Z_t) = 0 \tag{2.9}$$

Naturellement, les pertes par rayonnement ne sont pas prises en compte dans ce modèle.

2.1.2 Modèle de Peters & Hirschberg

Peters & Hirschberg [66] ont étudié le comportement acoustique de l'extrémité ouverte pour un tube sans épaisseur pour les grands nombres de Strouhal. Pour cela, ils décrivent le processus de dissipation par des tourbillons localisés au voisinage de la sortie du tube par une méthode de tourbillons discret.

Modèle à faible niveau sonore, $St \gg 1$

A partir des observations de Disselhorst [31], Peters & Hirschberg [66] considèrent que les tourbillons créés à la sortie du tube pour une géométrie de type "pointue" restent au voisinage des bords du tube. Ils choisissent alors de modéliser les pertes causées par un tourbillon situé au voisinage des bords du tube par un modèle de tourbillons discrets. Les pertes obtenues par ce modèle prennent la même forme que celles obtenues par Disselhorst & van Wijngaarden [32] (Eq. (2.8)), mais le coefficient β diffère. Le coefficient β est de l'ordre de 0.2 alors qu'il est de l'ordre de 0.6–1 d'après le modèle de Disselhorst.

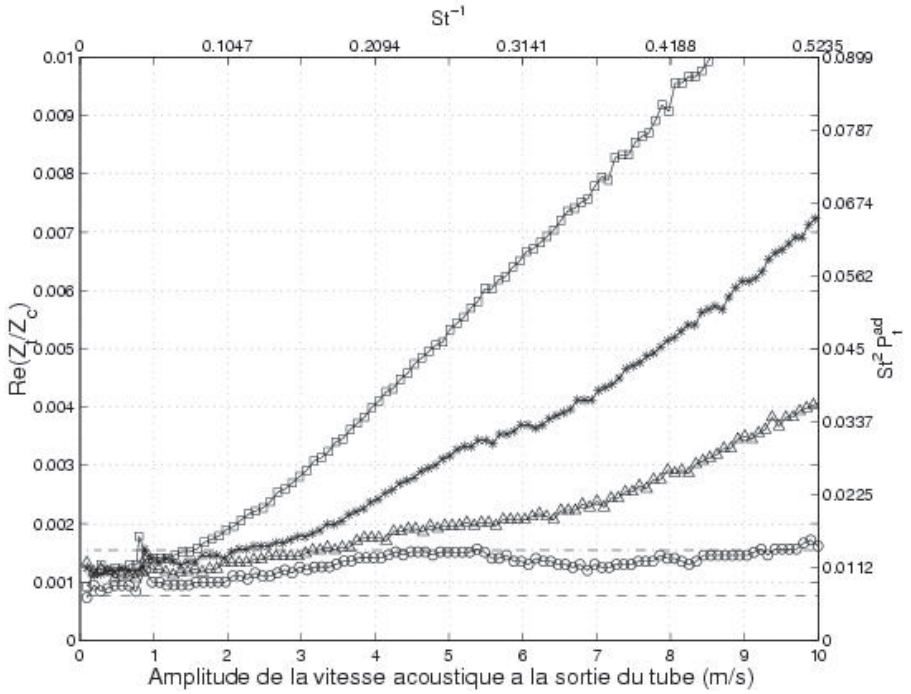
Dans le sous-chapitre suivant, les résultats théoriques présentés ici sont confrontés aux mesures de l'impédance terminale effectuée sur nos embouts à l'aide de la méthode à deux microphones.

2.2 Résultats

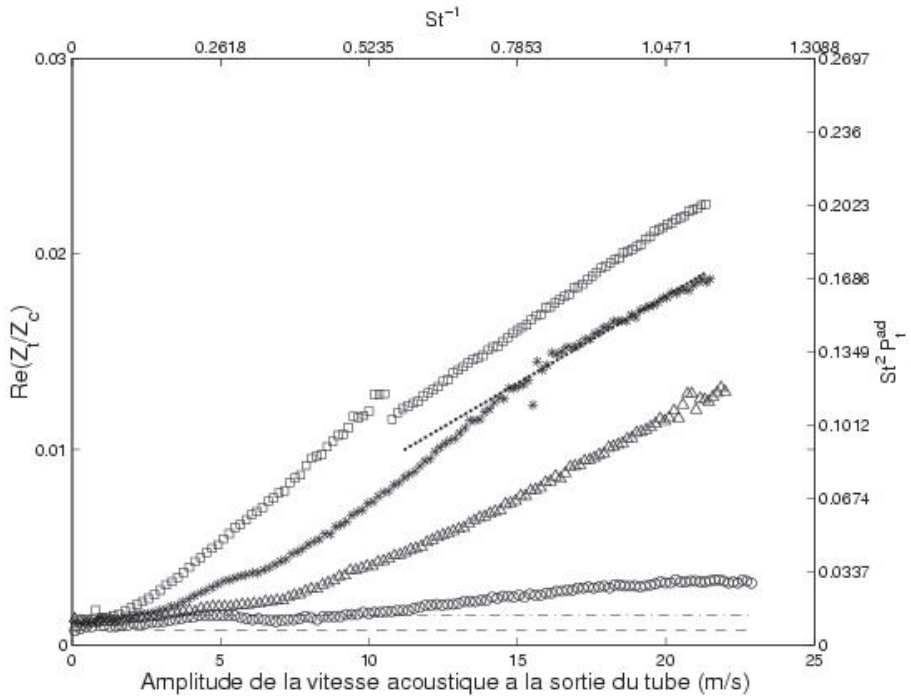
Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus en effectuant des mesures avec un signal d'excitation sinusoïdal de fréquence $f = 380$ Hz, fréquence de résonance du système source-tuyau. Les deux microphones sont placés près de la sortie avec une distance inter-microphonique $2l = 11$ cm et une distance à la sortie de $L = 10.5$ cm. Les conditions de température sont les mêmes pour chaque embout. Le niveau d'excitation de la source est augmenté linéairement de façon à faire varier l'amplitude de la vitesse acoustique dans le tube. Les expériences permettent d'accéder à la mesure de la partie réelle de l'impédance terminale représentative des pertes à la sortie du tube ainsi qu'à celle de la correction de longueur du tube.

2.2.1 Partie réelle de l'impédance de rayonnement

Les mesures de la partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube pour les terminaisons ayant un rayon de courbure (Fig. 1.4) sont présentées sur la figure 2.2. Les mesures pour l'embout de géométrie "pointue" sont présentées séparément Fig. 2.4. Les impédances de rayonnement de Levine & Schwinger [52]



(a) Mise en évidence d'un seuil d'apparition des non-linéarités localisées à la sortie du tube.



(b) Mise en évidence de différentes lois de variation des pertes à la sortie du tube.

FIG. *2.2: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à l'extrémité ouverte du tube pour quatre terminaisons présentant des rayons de courbure des bords intérieurs différents.* $(\square)$ $r < 0.01$ *mm ;* $(*)$ $r = 0.3$ *mm ;* $(\triangle)$ $r = 1$ *mm ;* $(\circ)$ $r = 4$ *mm ;* $(\cdots)$ *Eq.* (2.4) *avec* $c_d = 13/9$ *;* $(- - -)$ *Eq.* (1.16) *pour un tube sans épaisseur ;* $(-.-)$ *Eq.* (1.16) *pour un tube avec écran infini.*

et de Nomura et coll. [60] (Eq. (1.16)) sont indiquées sur chaque figure. Les courbes présentent une échelle en amplitude de la vitesse acoustique et partie réelle de l'impédance terminale, et une échelle en nombre de Strouhal et puissance adimensionnée $St^2\tilde{P}_t = P_t/S\rho_0(He)^3$ (échelle utilisée par Disselhorst et van Wijngaarden [32]). Il faut noter que dans nos expériences, le nombre de Strouhal $St = \omega a/u_s$ varie entre 0.86 et 190.

Le modèle quasi-stationnaire de Disselhorst & van Wijngaarden [32] pour les petits nombres de Strouhal (Eq. (2.4)) est indiqué sur la figure 2.2(b) pour une géométrie de type tube sans épaisseur ($c_d = 2$). Le modèle pour les grands nombres de Strouhal et une géométrie "pointue" (Eq. (2.8)) est représenté sur la figure 2.4 pour un $\beta = 0.6$.

Résultats pour les embouts présentant un rayon de courbure

Pour tous les embouts étudiés, des pertes non-linéaires sont mises en évidence : la partie réelle de l'impédance terminale dépend de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie. La figure 2.2(a) montre que selon le rayon de courbure de la terminaison utilisée, les pertes non-linéaires n'apparaissent pas pour la même amplitude de vitesse acoustique. On définit empiriquement un seuil v_{nl} (ou St_{nl}) d'apparition de pertes non-linéaires comme étant la valeur de l'amplitude acoustique à la sortie du tube pour laquelle les pertes sont supérieures à l'impédance de rayonnement de Nomura et coll. [60]. Pour des vitesses acoustiques inférieures à ce seuil, les pertes par rayonnement dominent : l'impédance terminale est proche de l'impédance de rayonnement, les pertes non-linéaires peuvent être raisonnablement négligées. La figure 2.2(a) (détail de la figure 2.2(b) pour les amplitudes de vitesse acoustique inférieures à 10 m/s) permet d'estimer des seuils v_{nl} pour les différents embouts. L'embout $r = 0$ mm exhibe des pertes non-linéaires dès les faibles amplitudes de la vitesse acoustique, typiquement $v_{nl} \simeq 1.5$ m/s ($St_{nl} \simeq 12.7$). Lorsque le rayon de courbure des bords intérieurs du tube augmente, le seuil v_{nl} augmente. Pour l'embout $r = 0.3$, le seuil est de $v_{nl} \simeq 2$ m/s ($St_{nl} = 9.5$), pour la terminaison $r = 1$ mm on peut estimer le seuil à 3 m/s. Enfin, pour la terminaison $r = 4$ mm, les pertes non-linéaires ne semblent être importantes qu'au delà de 10 m/s ($St_{nl} = 1.9$).

Les mesures de la partie réelle de l'impédance terminale montrent que la loi de variation des pertes à la sortie du tube dépend du rayon de courbure. Pour des vitesse acoustiques inférieures à 10 m/s, les pertes à la sortie du tube pour l'embout $r = 0$ mm suivent une loi approximativement parabolique. Une interpolation sur cette partie de la courbe vient confirmer cette loi de variation. Le même type de variation quadratique avec l'amplitude de la vitesse acoustique est obtenu pour les embouts $r = 0.3$ m/s et $r = 1$ mm pour les vitesses acoustique inférieures à 15 m/s et 21 m/s respectivement. Toutefois, le taux de variation des pertes diminue lorsque le rayon de courbure augmente. Pour la terminaison $r = 4$ mm, il n'est pas possible de déterminer la loi de variation de la partie réelle de l'impédance terminale. On peut remarquer qu'il y a une augmentation des pertes pour tous les embouts pour des amplitudes de la vitesse acoustique comprises entre 2.5 et 6.5 m/s. Nous pensons qu'il s'agit d'un artefact de mesure.

Il faut noter que pour tous les embouts excepté $r = 4$ mm, une discontinuité suivi d'un changement de loi de variation des pertes à la sortie du tube apparaît sur les courbes à partir d'une vitesse de transition v_{trans}. Pour l'embout de rayon de courbure $r < 0.01$ mm, cette vitesse de transition apparaît pour une amplitude de vitesse acoustique à la sortie de 10.6 m/s ($St \simeq 1.8$). Au voisinage de cette vitesse, la phase des signaux de pression mesurés sur les microphones est très instable. Ce phénomène nous a tout d'abord semblé être un artefact de la mesure mais il a été confirmé sur des configurations différentes : des mesures effectuées à l'aide d'une autre source sur des tubes de longueurs différentes et pour d'autres fréquences ont également mon-

tré l'existence d'une discontinuité dans la courbe de la partie réelle de l'impédance terminale pour d'autres amplitudes de vitesse. Cette transition apparaît aussi dans une moindre mesure sur les embouts de rayon de courbure $r = 0.3$ mm et $r = 1$ mm pour des amplitudes de vitesse acoustique $v \simeq 15.5$ ($St \simeq 1.2$) et $v = 21$ m/s ($St \simeq 0.9$) respectivement. Il faut noter que Peters et coll. [67] ont observé une forte diminution de la puissance acoustique dissipée pour un nombre de Strouhal $St \simeq 5$. D'après eux, pour ce nombre de Strouhal, les tourbillons formés à la sortie du tube se déplacent sur une distance de l'ordre de l'épaisseur du tube. Afin de vérifier

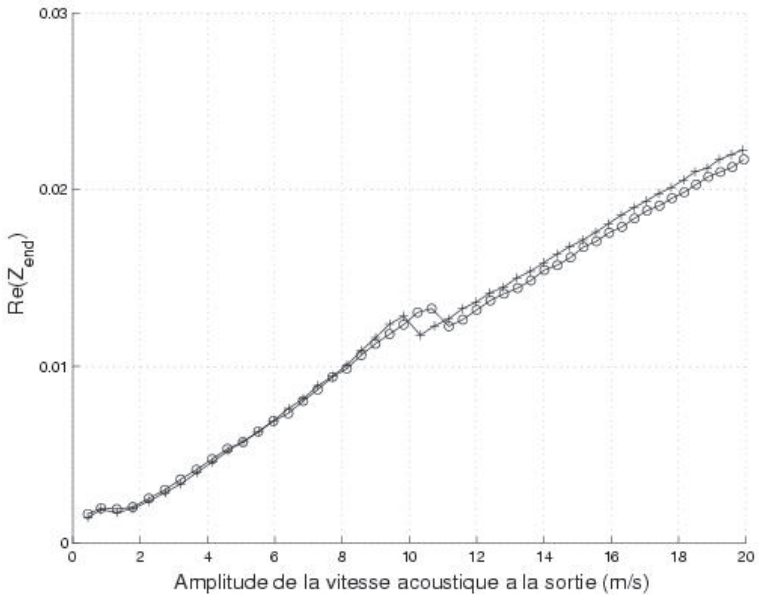


FIG. *2.3: Influence de la taille d'un écran circulaire placé à la sortie du tube sur l'amplitude de vitesse à laquelle apparaît la discontinuité dans la courbe de partie réelle de l'impédance terminale.* $(+)$*, écran circulaire de diamètre* 25 *mm ;* $(\circ)$*, écran circulaire de diamètre* 40 *mm.*

cette hypothèse, nous avons étudié l'influence de l'épaisseur des parois du tube sur l'amplitude de vitesse à laquelle apparaît la discontinuité dans la courbe des pertes. La figure 2.3 montre l'influence de la taille d'un écran circulaire situé à la sortie de l'embout $r = 0$ mm sur la partie réelle de l'impédance terminale. L'ajout d'un écran circulaire à la sortie du tube permet de faire varier l'épaisseur des parois des embouts de 4.5 mm (pas d'écran) à 19.5 mm et a pour effet d'augmenter légèrement le nombre de Strouhal pour lequel apparaît la discontinuité dans la courbe d'une valeur $\Delta St < 0.1$. Le diamètre de l'écran circulaire a donc une influence mais celle-ci reste faible.

Une autre hypothèse est retenue pour expliquer cette discontinuité dans les pertes mesurées. Dans le cadre de son étude sur l'acoustique non-linéaire des tuyaux ouverts, Tartarin [80] a effectué la mesure des composantes harmoniques du signal de pression dans l'axe d'un tuyau à une distance inférieure à un rayon de la sortie du tube pour différents niveaux sonores. Il a notamment pu constater une "singularité" (rapide variation) dans l'évolution du taux de second harmonique. Il relie ce phénomène à l'apparition d'un écoulement à caractère pulsatoire à fort niveau sonore. Ce régime pulsatoire lié à l'éjection de tourbillons à été observé plus en détails par Peube [68]. Peube indique un nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche limite visqueuse $A/2\pi\sqrt{f/\nu} \simeq 22$, avec A amplitude du déplacement acoustique, auquel correspond le changement de régime. Dans nos expériences, les valeurs de ce nombre sans dimensions varient entre 19 et 39 selon la terminaison considérée. La discontinuité dans la courbe des pertes

mesurées serait donc la signature de ce changement de régime dans l'écoulement du fluide.

Pour les embouts $r = 0$ mm (resp. $r = 0.3$ mm), une interpolation pour les vitesses acoustique supérieures à 10 m/s (resp. 15 m/s) montre une dépendance linéaire de la partie réelle de l'impédance terminale avec l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube. La loi de variation des pertes à la sortie pour la terminaison $r = 1$ mm ne peut être déterminée. Le modèle de Disselhorst [32] pour les petits nombres de Strouhal (Eq. (2.4)) prédit une dépendance linéaire de la partie réelle de l'impédance terminale avec l'amplitude de la vitesse acoustique. Le dispositif expérimental ne permet pas d'accéder à des niveaux tels que $St \ll 1$, mais il semble que pour des Strouhal de l'ordre de l'unité cette dépendance linéaire est déjà présente. L'ordre de grandeur du coefficient directeur proposé de ce modèle est aussi satisfaisant. Finalement, nous avons pu constater que lorsque le rayon de courbure augmente, le taux de variation des pertes à la sortie du tube diminue. De plus, deux types de lois de variation des pertes à la sortie du tube sont mis en évidence. Ces deux comportements différents laissent apparaître une discontinuité dans la courbe qui est probablement la signature d'un changement de régime.

Résultats pour l'embout de type "pointu"

La partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube est présentée sur la figure 2.4. Le modèle de Disselhorst & van Wijngaarden [32] qui prédit les pertes à la sortie du tube pour une géométrie de type "pointue" et de faibles nombres de Strouhal est tracé sur la même figure pour un $\beta = 0.6$.

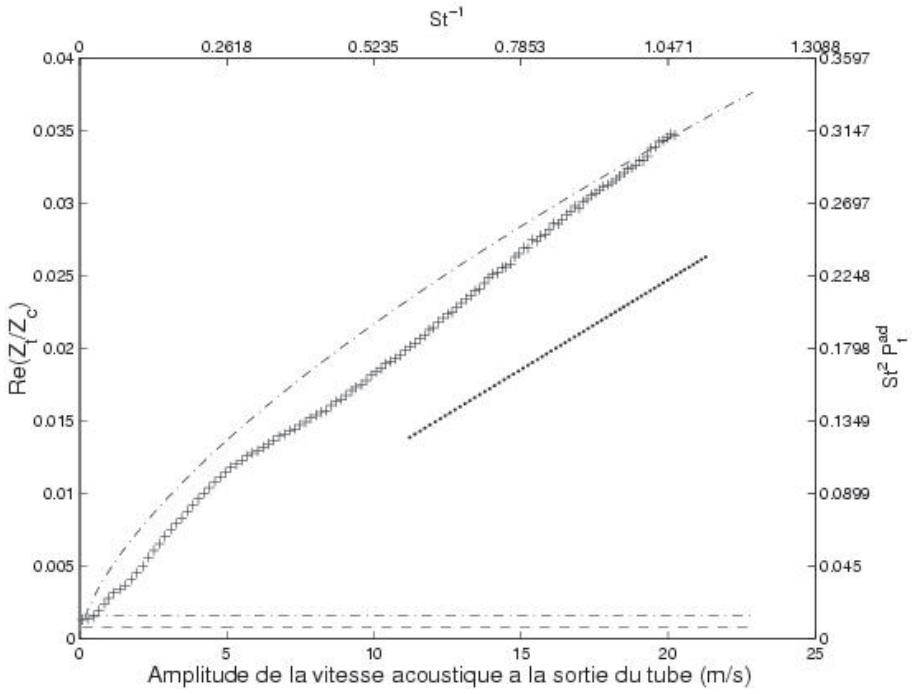


FIG. *2.4: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à l'extrémité ouverte du tube pour l'embout "pointu". $(+)$ pointu ; $(- \cdot -)$ Eq.* (2.8) *avec $\beta = 0.6$; $(\cdots)$ Eq.* (2.4) *avec $c_d = 2$; $(- - -)$ Eq.* (1.16) *pour un tube sans épaisseur ; $(-.-)$ Eq.* (1.16) *pour un tube avec écran infini.*

Les pertes mesurées pour l'embout pointu montrent un comportement différent de celui des autres embouts. Les pertes non-linéaires sont présentes quelle que soit la vitesse, le seuil

d'apparition des pertes non-linéaires est très faible $v_{nl} < 1$ m/s. Lorsque le niveau sonore augmente, les pertes augmentent de façon grossièrement linéaire avec l'amplitude de la vitesse acoustique. Il faut noter que tout comme pour les autres embouts étudiés, une augmentation plus importante de la partie réelle de l'impédance terminale apparaît pour des vitesses comprises entre 2 et 7 m/s ($2.7 < St < 9.5$). Il est difficile d'estimer si cette "bosse" est un biais du dispositif expérimental, d'autant plus que l'incertitude de mesure est de l'ordre des variations mesurées.

L'ordre de grandeur des pertes modélisées par Disselhorst & van Wijngaarden [32] pour les faibles nombres de Strouhal est satisfaisant. En revanche, la loi de variation de la partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique semble différente de celle observée expérimentalement.

2.2.2 Correction de longueur

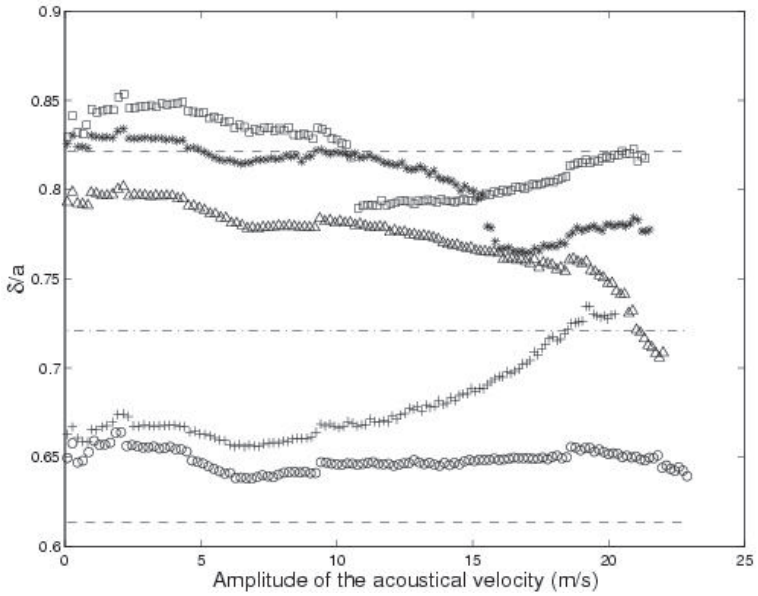


FIG. *2.5: Correction de longueur du tube pour cinq terminaisons différentes.* $(+)$ *pointu ;* $(\square)$ $r < 0.01$ *mm ;* $(*)$ $r = 0.3$ *mm ;* $(\triangle)$ $r = 1$ *mm ;* $(\circ)$ $r = 4$ *mm ;* $(- - -)$ *Eq.* (1.16) *pour un tube sans épaisseur (bas) et avec un écran infini (haut) ;* $(- \cdot -)$ *valeur semi-empirique [29] correspondant à l'épaisseur des terminaisons.*

Bien que la correction de longueur des embouts ne soit pas le sujet principal de notre étude, il nous a semblé néanmoins utile de présenter ici les résultats s'y afférant. La figure 2.5 présente les mesures de correction de longueur pour les cinq embouts en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube. Les valeurs théoriques des deux cas limites tube sans épaisseur [52] et tube avec écran infini [60] ainsi que la valeur semi-empirique calculée par Dalmont et coll. [29] pour une épaisseur correspondant à celle des embouts sont aussi représentées.

Toutes les corrections de longueur mesurées ont des valeurs comprises entre les deux cas limites. La correction de longueur pour l'embout $r = 4$ mm ne varie quasiment pas avec l'amplitude de la vitesse acoustique. Celle de la terminaison "pointue" montre un comportement différent : lorsque l'amplitude de la vitesse acoustique dépasse les 10 m/s, la correction de longueur augmente. Aucune tendance nette ne se dégage pour les autres embouts. Toutefois, il faut

noter que les discontinuités observées dans les courbes de partie réelle de l'impédance terminale se retrouve ici : pour les vitesses correspondant aux trois embouts, une diminution de la correction de longueur de l'ordre de $0.03a$ apparaît. Cette variation est de l'ordre de l'incertitude de mesure et aucune conclusion définitive ne peut en être tirée. Au delà de ces vitesses critiques, les corrections de longueur ont une légère tendance à augmenter avec l'amplitude de la vitesse acoustique. D'autres discontinuités systématiques sont observées sur les courbes pour des vitesses $v = 2$, 4.5, 9.2 et 18.5 m/s pour tous les embouts et sont probablement liées au voltmètre vectoriel (changement de gain du générateur ou du voltmètre).

Deuxième partie

Calcul de pertes par la théorie du son tourbillonnaire ou “vortex-sound”

Introduction

Dans la première partie de ce document, la mesure de la partie réelle de l'impédance terminale par une méthode indirecte (méthode à deux microphones) a permis de mettre en évidence et de quantifier les pertes à fort niveau sonore. Il a pu être montré que ces pertes sont dépendantes de la géométrie de sortie du tube : plus la géométrie est arrondie, moins les pertes sont élevées. Il est apparu aussi qu'un changement de régime apparaît pour des vitesses acoustiques suffisamment élevées.

Les pertes à la sortie du tube sont interprétées comme la conséquence du décollement de couche limite qui conduit à la création de tourbillons qui dissipent une partie de l'énergie. Connaissant le champ de vitesse au voisinage de l'extrémité ouverte du tube, il est possible d'estimer directement les pertes en appliquant la méthode du bruit de tourbillons ou "vortex-sound"[1]. C'est l'objectif de cette deuxième partie.

Dans un premier chapitre, les éléments théoriques relatifs à la théorie du "vortex-sound" ainsi que son application à notre cas d'étude sont présentés. Une estimation des pertes à la sortie est ainsi effectuée à l'aide d'un modèle théorique simple. Le second chapitre expose les résultats de l'utilisation du "vortex-sound" à partir de visualisations par vélocimétrie par image de particules — travail effectué en collaboration avec D. Skulina et M. Campbell, Université d'Edimbourg (Ecosse) — puis à partir de simulations par la méthode des réseaux de Boltzmann — travail effectué en collaboration avec J. Buick, University of New England (Australie). Finalement, les résultats des calculs par "vortex-sound" sont comparés et discutés.

[1] Il existe peu de références à la théorie du "vortex-sound" en français. Le terme anglophone sera donc utilisé dans le reste de ce document.

Chapitre 3

“Vortex-sound”, éléments théoriques

Sommaire

3.1 Théorie du “vortex-sound” 55
3.1.1 Analogie de Powell-Howe 56
3.1.2 Corollaire énergétique de Howe 57
3.2 Application au calcul de pertes à l’extrémité ouverte d’un tube à l’aide d’un modèle théorique simplifié 58
3.2.1 Modèle 58
3.2.2 Application aux tourbillons fixe et mobile 63

La théorie du “vortex-sound” est utilisée essentiellement pour décrire la production de bruit par des écoulements (sources aéroacoustiques). Elle permet d’expliquer par exemple le sifflement de conduits [43], l’apparition de pulsations basse fréquence dans les conduites de gaz [11] ou encore apporte des informations sur la génération ou la dissipation du son dans une flûte [35, 44]. Ici, cette théorie est utilisée pour décrire les pertes à l’extrémité ouverte d’un tube.

L’analogie de Powell-Howe est présentée dans le sous-chapitre 3.1 : la présence de vorticité dans un champ de vitesse peut être traduite comme un terme source de force dans l’équation d’onde inhomogène. Cette source de force peut être productrice — cas des sifflements par exemple — ou dissipatrice d’énergie acoustique — notre cas d’étude. Les éléments nécessaires à l’application du “vortex-sound” sont présentés dans le sous-chapitre 3.2. Un modèle théorique simplifié reposant sur l’utilisation d’un unique tourbillon ponctuel y est adapté à notre cas d’étude.

3.1 Théorie du “vortex-sound”

La théorie du “vortex-sound” a été développée par Powell [70] pour des écoulements subsoniques en espace libre. En résumé, partant de l’analogie de Lighthill, Powell [70] démontra que dans des conditions d’espace libre — faible nombre de Mach $M = \hat{u}_{ac}/c_0 \ll 1$, avec $\hat{u}_{ac}$ amplitude de la vitesse acoustique et c_0 célérité du son dans l’air ; grand nombre de Reynolds $Re = \hat{u}_{ac}a/\nu \gg 1$ avec a longueur caractéristique (ici, rayon du tube) et ν viscosité cinématique ; source compacte $He = k_0 a \ll 1$ avec $k_0 = \omega_0/c_0$ nombre d’onde, $\omega_0 = 2\pi f_0$ la pulsation et f_0 la fréquence — le terme de source de Lighthill se réduit à $-\rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{v})$. C’est la divergence de la densité de force de Coriolis $\vec{f_c} = -\rho_0(\vec{\Omega} \times \vec{v})$ que subit une particule fluide à

cause de la vorticité. Par la suite, Howe [44] proposa une généralisation de cette théorie pour les écoulement internes et des nombres de Mach arbitraires. L'objectif du sous-chapitre 3.1.1 et de montrer comment aboutir à l'équation d'onde inhomogène base de la théorie du "vortex-sound" en s'inspirant de la référence [75]. Le corollaire énergétique de Howe [45] permettant d'estimer la puissance produite ou dissipée par une zone tourbillonnaire est présenté dans le sous-chapitre 3.1.2.

3.1.1 Analogie de Powell-Howe

Équation du mouvement

L'équation du mouvement pour un fluide non visqueux est donnée par l'équation d'Euler :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \vec{f}, \tag{3.1}$$

avec ρ variations de densité du fluide, $\vec{v}$ la vitesse, p la pression et $\vec{f}$ les forces volumiques du fluide. D/Dt désigne la dérivée Lagrangienne ($D/Dt = \partial/\partial t + (\vec{v}.\vec{\nabla})$). En utilisant l'identité vectorielle suivante :

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} v^2 + (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \times \vec{v} \tag{3.2}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{\nabla} v^2 + \vec{\Omega} \times \vec{v} \tag{3.3}$$

où $\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$ désigne la vorticité, il est possible de réécrire l'équation d'Euler en l'absece de forces volumiques ($\vec{f} = 0$) sous la forme :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho \vec{\nabla} v^2 + \rho(\vec{\Omega} \times \vec{v}) + \vec{\nabla} p = 0. \tag{3.4}$$

Conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse sans sources de volume est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \tag{3.5}$$

En combinant la dérivée temporelle de l'équation de conservation de la masse Eq. (3.5) et la divergence de l'équation du mouvement Eq. (3.1) sans forces de volume, il vient :

$$\vec{\nabla}^2 p - \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} \cdot \left[\rho(\vec{\Omega} \times \vec{v}) + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\rho |\vec{v}|^2\right) - \vec{v}\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2}|\vec{v}|^2 \vec{\nabla}\rho \right]. \tag{3.6}$$

Conservation de l'énergie thermomécanique

Pour un écoulement homentropique (entropie uniforme et constante dans tout le fluide), l'équation d'état $p = p(\rho, s)$ s'exprime sous forme différentielle comme :

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c_0^2}\frac{Dp}{Dt}. \tag{3.7}$$

Équation de propagation

La relation précédente permet d'écrire l'équation Eq. (3.6) sous la forme d'une équation d'onde inhomogène pour la pression :

$$\vec{\nabla}^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}\cdot\left[\rho(\vec{\Omega}\times\vec{v}) + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\rho|\vec{v}|^2\right) - \vec{v}\frac{\partial\rho}{\partial t} - \frac{1}{2}|\vec{v}|^2\vec{\nabla}\rho\right]. \tag{3.8}$$

Pour des nombres de Mach petits ($M \ll 1$) et de faibles nombres de Strouhal ($St \ll 1$), les deux derniers termes d'ordre $St\ M^2$ et M^2 respectivement sont négligés, et il vient :

$$\vec{\nabla}^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}\cdot[\rho(\vec{\Omega}\times\vec{v})] + \nabla^2\left(\frac{1}{2}\rho|\vec{v}|^2\right). \tag{3.9}$$

La contribution du second terme source est négligeable aux faibles nombres de Mach ($M \ll 1$) pour une région source compacte ($He \ll 1$) de par la conservation de l'énergie cinétique dans un fluide non-visqueux [19]. Ce point est discuté plus longuement dans la référence [44]. De plus, dans le cadre de cette approximation, les variations de densité peuvent être négligées ($\rho \simeq \rho_0$). Ainsi, la force de Coriolis $\vec{f_c} = -\rho_0(\vec{\Omega}\times\vec{v})$ est identifiée comme étant la principale source de son (ou de pertes) représentée par le terme source unique de l'équation d'onde inhomogène qui suit :

$$\vec{\nabla}^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}\cdot[\rho_0(\vec{\Omega}\times\vec{v})]. \tag{3.10}$$

Lorsque le champ de vitesse dérive d'un potentiel, la vorticité est nulle et le terme source est nul dans l'équation précédente. En revanche, en présence de vorticité, le terme source est d'autant plus grand que les variations de vorticité sont grandes.

3.1.2 Corollaire énergétique de Howe

Définition de la vitesse acoustique

Afin de pouvoir utiliser le corollaire énergétique de Howe [45], il est nécessaire de définir le champ acoustique. Dans l'analogie de Howe, le champ acoustique est défini comme étant la partie instationnaire du potentiel scalaire de l'écoulement. Autrement dit, la vitesse acoustique $\vec{u}_{ac}$ est définie comme étant la partie instationnaire et irrotationnelle du champ de vitesse $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \vec{\nabla}(\phi_0 + \phi_{ac}(t)) + \vec{\nabla}\times\vec{\psi}, \tag{3.11}$$

$$\vec{u}_{ac} = \vec{\nabla}\phi_{ac}(t), \tag{3.12}$$

où $\phi = \phi_0 + \phi_{ac}(t)$ est le potentiel scalaire des vitesses, ϕ_0 celui d'un écoulement stationnaire, $\phi_{ac}(t)$ est la partie instationnaire du potentiel scalaire des vitesses et $\vec{\psi}$ est la fonction de courant.

Conservation de l'énergie

Le corollaire énergétique de Howe [45] permet d'estimer l'énergie produite (ou absorbée) par le terme source de l'analogie de Powell-Howe. Pour cela, il est nécessaire d'exprimer la loi de conservation de l'énergie acoustique instantanée [69] :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{I} = \vec{f}\cdot\vec{u}_{ac}, \tag{3.13}$$

avec

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 |\vec{u}_{ac}|^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho_0 c_0^2}, \tag{3.14}$$

et

$$\vec{I} = p\,\vec{u}_{ac}, \tag{3.15}$$

où E et $\vec{I}$ sont respectivement la densité totale d'énergie locale instantanée et l'intensité acoustique. Pour un champ acoustique périodique, la moyenne temporelle notée $< X >= \frac{1}{T}\int_0^T X dt$ de la forme intégrale de Eq. (3.13) sur une période du signal donne la puissance acoustique $\mathcal{P}$ générée (ou absorbée) à l'intérieur d'un volume V par la force extérieure $\vec{f}$:

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \oint_S < \vec{I} \cdot \vec{n} > ds = \oint_V < \vec{f} \cdot \vec{u}_{ac} > dV, \tag{3.16}$$

Le corollaire énergétique de Howe identifie la force $\vec{f}$ avec la force de Coriolis $\vec{f}_c = -\rho_0(\vec{\Omega}\times\vec{v})$:

$$\mathcal{P}_s = -\rho_0 \oint_V (\vec{\Omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}_{ac}\, dV. \tag{3.17}$$

Dans la majorité des cas, la théorie du "vortex-sound" est utilisée pour prévoir la production de son [43, 11, 44]. Si les champs de vitesse totale, de vitesse acoustique et de vorticité sont connus, il est possible d'estimer la puissance $\mathcal{P}_s$ produite par la source. Cependant, il est parfois nécessaire d'estimer l'énergie absorbée : $\mathcal{P} = -\mathcal{P}_s$. Dans notre cas d'application, c'est l'énergie absorbée qui est estimée. La relation entre cette puissance dissipée à la sortie et la partie réelle de l'impédance terminale Z_t a été déterminée au chapitre 1.1.3 :

$$\mathrm{Re}(\frac{Z_t}{Z_c}) = -\frac{2\langle \mathcal{P}_s \rangle}{S Z_c\, u_{ac}^2}. \tag{3.18}$$

3.2 Application au calcul de pertes à l'extrémité ouverte d'un tube à l'aide d'un modèle théorique simplifié

3.2.1 Modèle

Pour appliquer la méthode du "vortex-sound" dont le résultat majeur qui concerne notre étude est l'expression de la puissance dissipée (Eq. (3.18)), il est nécessaire de connaître les trois champs de vecteurs de vitesse totale, de vorticité et de vitesse acoustique au voisinage de l'extrémité ouverte du tube. Ces différents champs peuvent être déterminés de plusieurs manières. Dans le présent mémoire, le champ de vitesse totale $\vec{v}$ est déterminé de trois façons différentes :

- analytiquement, en établissant un modèle théorique simple,
- expérimentalement, par utilisation de la vélocimétrie par image de particules (PIV) [71] sur le dispositif expérimental décrit au 1.3.1,
- numériquement, par simulation utilisant la méthode des gaz sur réseaux de Boltzmann (LBM) [17].

Le champ de vorticité $\vec{\Omega}$ est obtenu de deux façons différentes :

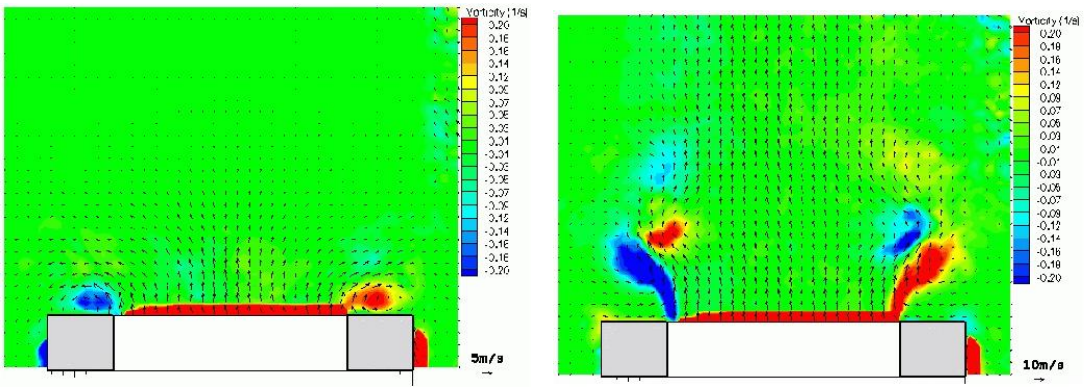
- par un modèle simple de vorticité inspiré de Nelson et coll. [59] qui fait intervenir un unique tourbillon ponctuel,

– par calcul du rotationnel de la vitesse totale dans les cas des visualisations PIV et des simulations LBM.

Le champ de vitesse acoustique $\vec{u}_{ac}$ est défini dans l'analogie de Howe comme étant la partie instationnaire du potentiel scalaire de l'écoulement. Il s'agit du champ potentiel associé à la géométrie étudiée. Il est obtenu :

– analytiquement en approchant le champ de vitesse acoustique par celui d'une source ponctuelle située à la sortie du tube,
– par simulations LBM à très faible niveau,
– par PIV sur des mesures à très faible niveau.

Pour illustrer l'utilisation de la théorie du "vortex-sound", un calcul des pertes à la sortie du tube est effectué à l'aide d'un modèle théorique. Le but de ce modèle est d'obtenir des résultats qualitatifs, il est donc volontairement simplifié. Ce modèle a été évoqué par Hirschberg et coll. [43] et prend appui sur des observations PIV effectuées par Skulina [78, 79] et présentées plus en détail dans le chapitre 4.1 qui suit.



(a) L'anneau tourbillonnaire reste accroché aux bords du tube

(b) L'anneau tourbillonnaire est expulsé

FIG. *3.1: Deux régimes tourbillonnaires existent à la sortie du tube [79]*

Les principales observations issues de la PIV [79] mettent en lumière deux comportements à l'extrémité ouverte d'un tube. A faible niveau sonore, des zones tourbillonnaires apparaissent dans le prolongement des bords intérieur du tube lorsque la vitesse acoustique est dirigée vers l'extérieur du tube. Il y a création d'un anneau tourbillonnaire. Celui-ci est accroché aux bords du tube par des filaments de vorticité, il reste dans le voisinage de l'embouchure (Fig. 3.1(a)). Lorsque la vitesse acoustique est dirigée vers l'intérieur du tube, l'anneau tourbillonnaire est "ravalé" dans le tube. A fort niveau sonore, l'anneau tourbillonnaire n'est plus accroché aux bords du tube, il est expulsé (Fig. 3.1(b)).

La géométrie du problème étant axisymétrique, le modèle est traité à trois dimensions dans un système de coordonnées cylindriques défini par les vecteurs de base $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_z$ (Fig. 3.2). Par hypothèse, les pertes ont lieu uniquement à l'extérieur du tube et sont causées par les anneaux tourbillonnaires. Lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube, il y a formation de jet et un unique tourbillon supposé ponctuel est créé. Lorsque la vitesse est dirigée vers l'intérieur du tube, le champ de vitesse est supposé potentiel. Le champ acoustique associé à la géométrie du tube ne conduisant pas à une expression simple du champ acoustique, nous avons choisi de considérer un champ acoustique créé par une source ponctuelle située à la sortie du tube. Cette

hypothèse nous permet de traiter le problème analytiquement. Bien que le champ acoustique à la sortie du tube diffère notablement du champ acoustique réel, on peut penser que les résultats obtenus avec ce modèle resteront qualitativement corrects.

Champ acoustique

Le champ acoustique au voisinage de la sortie du tube ne peut être déterminé analytiquement pour les géométries correspondant aux expériences de la première partie. Il est donc nécessaire d'utiliser un champ correspondant à une géométrie approchée (diaphragme, tube sans épaisseur...). Afin de garder un modèle simple, l'expression analytique utilisée correspond au champ acoustique d'une source monopôlaire située au centre du plan de sortie d'un tube de rayon a rayonnant dans un écran infini. L'amplitude du débit Q de cette source est ajusté afin de correspondre à $u_s(t)$, vitesse moyenne sur la section de sortie du tube :

$$u_s(t) = \hat{u}_s \sin(\omega_0 t), \tag{3.19}$$

où $u_s(t)$ est imposée par une source de vitesse de pulsation ω_0 située à l'entrée du tube. Le champ de vitesse créé par le monopôle en champ proche est alors [69] :

$$\vec{u}_{ac} = \frac{Q}{2\pi \left[r^2 + z^2\right]^{3/2}} \sin(\omega_0 t) \left(r\vec{e}_r + z\vec{e}_z\right), \tag{3.20}$$

avec $Q = \pi a^2 \hat{u}_s$.

Champ de vitesse totale

Les observations PIV indiquent que durant une première demi-période, lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube, il y a décollement des couches limites et formation d'un jet à la sortie du tube. Durant la seconde demi-période, l'air entre dans le tube et suit approximativement les lignes de champ potentiel de telle façon que le champ de vitesse totale est équivalent au champ de vitesse acoustique d'après la définition de Howe. Ces observations sont utilisées pour décrire le champ de vitesse totale du modèle.

A la sortie du tube, il y a décollement des couches limites et formation d'un jet de vitesse $v_j = \hat{v}_j \sin(\omega_0 t)$ pendant une demi-période. En considérant que le jet s'élargit (présence d'un rayon de courbure par exemple) à la sortie du tube et qu'il a une largeur r_j constante, la vitesse dans le jet est par conservation du débit $\pi a^2 u_s = \pi r_j^2 v_j$:

$$\vec{v}_j = \hat{u}_s \left(\frac{a}{r_j}\right)^2 \sin(\omega_0 t)\vec{e}_z. \tag{3.21}$$

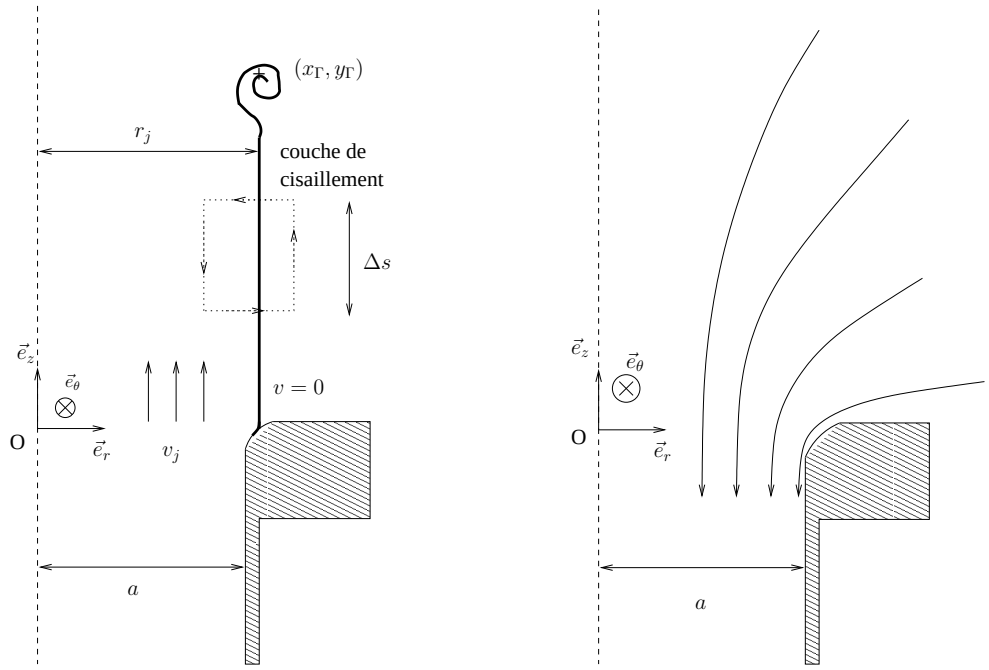
La vitesse totale correspond à la vitesse du jet pendant une demi-période, ainsi :

$$\vec{v} = \begin{cases} \hat{u}_s \left(\frac{a}{r_j}\right)^2 \sin(\omega_0 t)\vec{e}_z & \textit{dans le jet} \\ 0 & \textit{en dehors du jet} \end{cases} \qquad \text{pour } 0 < t < T/2 \tag{3.22}$$

Durant la seconde demi-période, le champ de vitesse totale est supposé potentiel et est donc équivalent au champ de vitesse acoustique :

$$\vec{v} = \vec{u}_{ac} \qquad \text{pour } T/2 < t < T. \tag{3.23}$$

Champ de vorticité D'après les observations PIV, lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube un tourbillon de vorticité croissante est créé. Durant la seconde demi-période, la vorticité du tourbillon décroît jusqu'à disparaître.



(a) Première demi-période : jet sortant avec formation d'un tourbillon. Le jet peut s'élargir si la géométrie de sortie présente un rayon de courbure.

(b) Seconde demi-période : champ de vitesse potentiel.

FIG. *3.2: Schéma illustratif du modèle théorique*

Le modèle de champ de vorticité présenté ici se base sur l'étude des pulsations au-dessus d'un résonateur étudiées par Nelson et coll. [59]. Durant une demi-période, il y a formation d'un jet et une couche de cisaillement sépare le jet de vitesse v_j d'une zone stagnante de vitesse nulle ($v = 0$). Ceci provoque la formation d'un tourbillon de vorticité Ω. La circulation $\Delta\Gamma$ du vecteur vitesse sur un élément de couche de cisaillement de longueur Δs (Fig. 3.2(a)) est :

$$\Delta\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot \vec{dl} = -v_j \Delta s. \tag{3.24}$$

La vorticité est calculée à partir de la circulation par le théorème de Stokes :

$$\oint_C \vec{v} \cdot \vec{dl} = \iint_S \vec{\Omega} \cdot d\vec{S}, \tag{3.25}$$

avec $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_\theta$. Le fluide dans la couche de cisaillement est convecté avec une vitesse $v_c = v_j/2$ qui est par hypothèse une moyenne entre la vitesse du jet v_j et la vitesse en dehors du jet $v = 0$. Le taux de variation de la circulation d'un élément de couche de cisaillement est ainsi :

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d\Gamma}{ds}\frac{ds}{dt} = -v_j v_c. \tag{3.26}$$

Ce tourbillon est considéré comme ponctuel de position (r_Γ, z_Γ) (Fig. 3.2(a)). La vorticité est alors $\vec{\Omega} = \Gamma\ \delta(r - r_\Gamma)\delta(z - z_\Gamma)\ \vec{e}_\theta$ où Γ est obtenu par intégration de Eq. (3.26). La vorticité est finalement :

$$\vec{\Omega} = \hat{v}_j \hat{v}_c \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0}\right] \delta(r - r_\Gamma)\delta(z - z_\Gamma)\ \vec{e}_\theta \qquad \text{pour } 0 < t < T/2. \tag{3.27}$$

Durant la seconde demi-période, par hypothèse sa vorticité décroît jusqu'à être nulle :

$$\vec{\Omega} = \hat{v}_j \hat{v}_c \left[T - (\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0})\right] \delta(r - r_\Gamma)\delta(z - z_\Gamma)\ \vec{e}_\theta \qquad \text{pour } T/2 < t < T. \tag{3.28}$$

Calcul de la puissance dissipée et de l'impédance terminale

La puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ *dissipée* à l'extérieur du tube est donné par Eq. (3.17) avec $\langle \mathcal{P} \rangle = -\langle \mathcal{P}_s \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{P} \rangle &= \rho_0 \frac{1}{T} \int_0^T \int_V (\vec{\Omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}_{ac}\ dV dt \\ &= \rho_0 \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \int_V (\vec{\Omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}_{ac}\ dV dt + \rho_0 \frac{1}{T} \int_{T/2}^T \int_V (\vec{\Omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}_{ac}\ dV dt, \end{aligned} \tag{3.29}$$

où $\hat{\Omega}$, $\hat{v}$ et $\hat{u}_{ac}$ sont les amplitudes des champs de vorticité, de vitesse totale et de vitesse acoustique respectivement. Pendant la seconde demi-période, le champ de vitesse totale est identique au champ de vitesse acoustique $\vec{v} = \vec{u}_{ac}$. Le produit mixte $(\vec{\Omega} \times \vec{v}).\vec{u}_{ac}$ est nul et il n'y a pas de pertes durant cette seconde demi-période. Selon ce modèle, toute l'énergie est dissipée durant la première demi-période du cycle acoustique :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \rho_0 \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \int_V (\vec{\Omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}_{ac}\ dV dt. \tag{3.30}$$

Comme la géométrie du modèle présente une symétrie cylindrique, l'élément de volume peut être intégré sur la variable θ, $dV = 2\pi r dr dz$. En introduisant les expressions de $\vec{u}_{ac}$, $\vec{v}$ et $\vec{\Omega}$ tirées des équations (3.20), (3.22) et (3.27) il vient :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = 2\pi\rho_0 \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \int_V \hat{\Omega}\hat{v}\hat{u}_{ac_r}\ r dr dz dt, \tag{3.31}$$

où les "chapeaux" désignent les amplitudes des trois champs et $\hat{u}_{ac_r}$ est la composante selon $\vec{e}_r$ du champ de vitesse acoustique. Ainsi :

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{P} \rangle &= \frac{\rho_0 \pi a^2 \hat{u}_s^4}{2} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \\ &\frac{1}{T} \int_0^{T/2} \left\{ \int_V \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}}\ \delta(r - r_\Gamma)\delta(z - z_\Gamma)\ r dr dz \right\} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0}\right] \sin^2(\omega_0 t) dt. \end{aligned} \tag{3.32}$$

Après intégration sur le volume, la puissance dissipée est :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\rho_0 \pi a^2 \hat{u}_s^4}{2} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{r_\Gamma^2}{(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2)^{3/2}} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0}\right] \sin^2(\omega_0 t) dt. \tag{3.33}$$

3.2.2 Application aux tourbillons fixe et mobile

Deux régimes tourbillonnaires distincts ont été observés à l'aide de la PIV par Skulina et coll. [79]. Pour le premier régime, un anneau tourbillonnaire reste accroché aux bords du tube. Pour le second régime, l'anneau tourbillonnaire n'est plus rattaché aux bords du tube et est expulsé. Ce mouvement peut être modélisé comme étant rectiligne uniforme. Ces deux cas sont traités à l'aide de notre modèle. Les paramètres utilisés pour obtenir les différentes courbes présentées dans ce sous-chapitre correspondent à ceux du dispositif expérimental de la première partie de cette thèse : tube de rayon $a = 8$ mm, fréquence $f_0 = 380$ Hz. La vitesse acoustique varie entre 0.1 et 22 m/s. Dans ces conditions, les nombres sans dimension caractéristiques du fluide sont $He = 0.055 \ll 1$, $M = 0.058 \ll 1$ et $Re = 8000 \gg 1$, ils respectent les hypothèses d'utilisation de la théorie du "vortex-sound".

Cas d'un anneau tourbillonnaire immobile

Pour un anneau tourbillonnaire immobile, la position du point vortex est considérée comme constante au cours du temps (r_Γ et z_Γ constants), la puissance moyenne dissipée s'écrit :

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{P} \rangle &= \frac{\rho_0 \pi a^2 \hat{u}_s^4}{2} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \frac{r_\Gamma^2}{(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2)^{3/2}} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0}\right] \sin^2(\omega_0 t) dt \\ &= \frac{\rho_0 \pi a^2 \hat{u}_s^4}{2} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \frac{r_\Gamma^2}{(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2)^{3/2}} \frac{T}{32}. \end{aligned} \tag{3.34}$$

Soit en terme d'impédance terminale normalisée :

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\left(\frac{Z_t}{Z_c}\right) &= \frac{2\langle \mathcal{P} \rangle}{\pi a^2 \hat{u}_s^2 Z_c} \\ &= \frac{\hat{u}_s^2}{32 f_0 c_0} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \frac{r_\Gamma^2}{(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2)^{3/2}}. \end{aligned} \tag{3.35}$$

Ce résultat permet ainsi de retrouver la dépendance quadratique des pertes à la sortie avec l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie comme observé au sous-chapitre 2.2. D'après ce résultat, si la fréquence diminue, les pertes augmentent. En effet, baisser la fréquence revient à diminuer le nombre de Strouhal : les effets non-linéaires à la sortie du tube deviennent alors plus importants.

Comme le tourbillon se trouve aux limites du jet ($r_j = r_\Gamma$), l'équation (3.35) fait clairement ressortir que si le jet s'élargit et donc si l'anneau tourbillonnaire à un diamètre plus grand, les pertes diminuent. Les observations PIV suggèrent que pour un tube présentant un arrondi, l'anneau tourbillonnaire n'est plus dans le prolongement de la paroi interne du tube mais s'élargit. Ceci se traduit d'après le modèle par une diminution des pertes à la sortie du tube ce qui est conforme aux résultats obtenus à l'aide des mesures à deux microphones de la première partie.

Pour des amplitudes de la vitesse acoustique inférieures à une vitesse de transition v_{trans} correspondant à un changement de régime, les observations PIV indiquent que l'anneau tourbillonnaire reste accroché aux bords du tube et reste quasiment immobile. La position moyenne de l'anneau pour une géométrie ne présentant pas de rayon de courbure est estimée à partir des observations PIV ($r_\Gamma = a, z_\Gamma = a/3$).

La partie réelle de l'impédance terminale (Fig. 3.5(a)) varie comme le carré de la vitesse acoustique à la sortie du tube. L'allure de la courbe obtenue est à rapprocher de celle obtenue par la méthode à deux microphones pour des vitesses inférieures à $v_{trans} = 10.6$ m/s : la

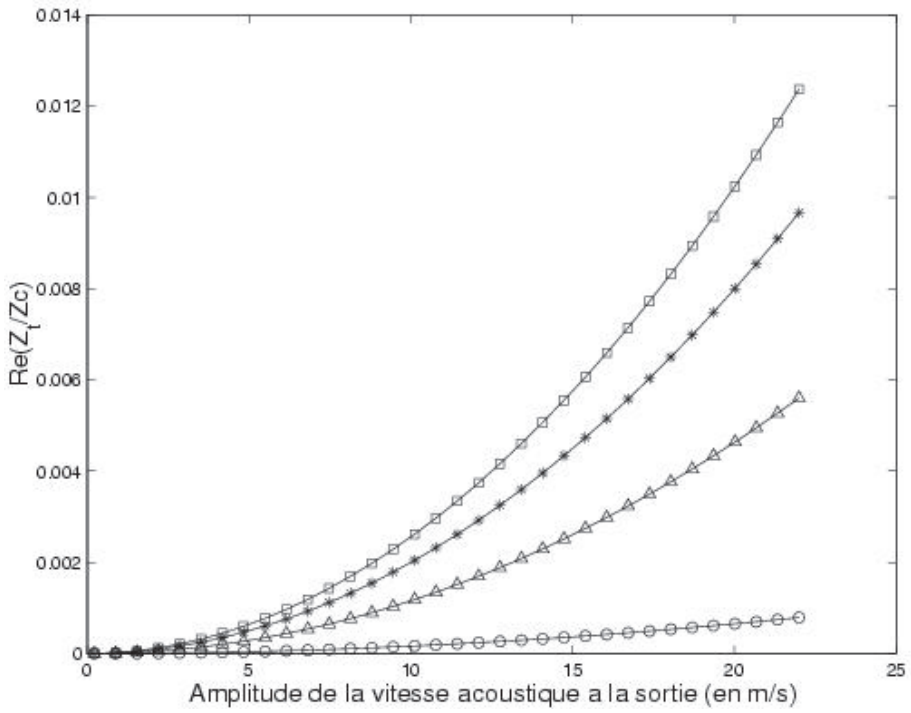


FIG. *3.3: Influence du rayon $r_\Gamma = a + \delta r_\Gamma$ de l'anneau tourbillonnaire sur les pertes estimées dans le cas "immobile". $(\square)$ $\delta r_\Gamma = 0$ mm ; $(*)$ $\delta r_\Gamma = 0.3$ mm ; $(\triangle)$ $\delta r_\Gamma = 1$ mm ; $(\circ)$ $\delta r_\Gamma = 4$ mm.*

courbe pour l'embout de rayon de courbure $r < 0.01$ mm présente aussi une allure parabolique. L'ordre de grandeur obtenu est satisfaisant bien que le modèle repose sur des hypothèses très simplificatrices.

La position d'équilibre de l'anneau tourbillonnaire a une influence sur les pertes estimées comme le montre l'équation (3.35). En supposant que le rayon de courbure modifie le rayon de l'anneau tourbillonnaire r_Γ, la figure 3.3 illustre l'allure des pertes pour un anneau tourbillonnaire élargi de a à $a + \delta r_\Gamma$ avec $\delta r_\Gamma = 0.3$ mm, $\delta r_\Gamma = 1$ mm et $\delta r_\Gamma = 4$ mm. Ces valeurs sont arbitrairement prises égales aux rayons de courbure des quatre embouts utilisés dans la première partie. Les pertes associées à des positions distinctes de l'anneau dans le modèle font apparaître des différences nettes. Ces différences sont à rapprocher de celles observées sur les mesures de la partie réelle de l'impédance terminale dans les expériences à deux microphones pour les faibles amplitudes de la vitesse acoustique. Lorsque l'anneau tourbillonnaire est décalé de 4 mm les pertes restent faibles même à fort niveau sonore lors des mesures de la partie réelle de l'impédance terminale (Fig. 2.2).

Cas de l'anneau tourbillonnaire mobile

Pour des niveaux sonores élevés, l'anneau tourbillonnaire ne reste plus au voisinage des bords du tube mais est expulsé. Ce comportement est modélisé en donnant à l'anneau tourbillonnaire une trajectoire rectiligne avec vitesse constante $\hat{v}_\Gamma$ qui est estimée à partir des observations par PIV. La position de l'anneau tourbillonnaire est décrite par r_Γ constant et

$z_\Gamma(t) = z_\Gamma(t=0) + \hat{v}_\Gamma t$. La puissance moyenne dissipée est :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\rho_0 \pi a^2 \hat{u}_s^4 r_\Gamma^2}{2} \left(\frac{a}{r_j}\right)^6 \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{1}{(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2(t))^{3/2}} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0}\right] \sin^2(\omega_0 t) dt. \quad (3.36)$$

Cette intégrale ne peut être déterminée analytiquement. Une intégration numérique est donc effectuée en fixant les valeurs de $\hat{v}_\Gamma$, de r_Γ et de $z_\Gamma(0)$ à partir d'observations PIV.

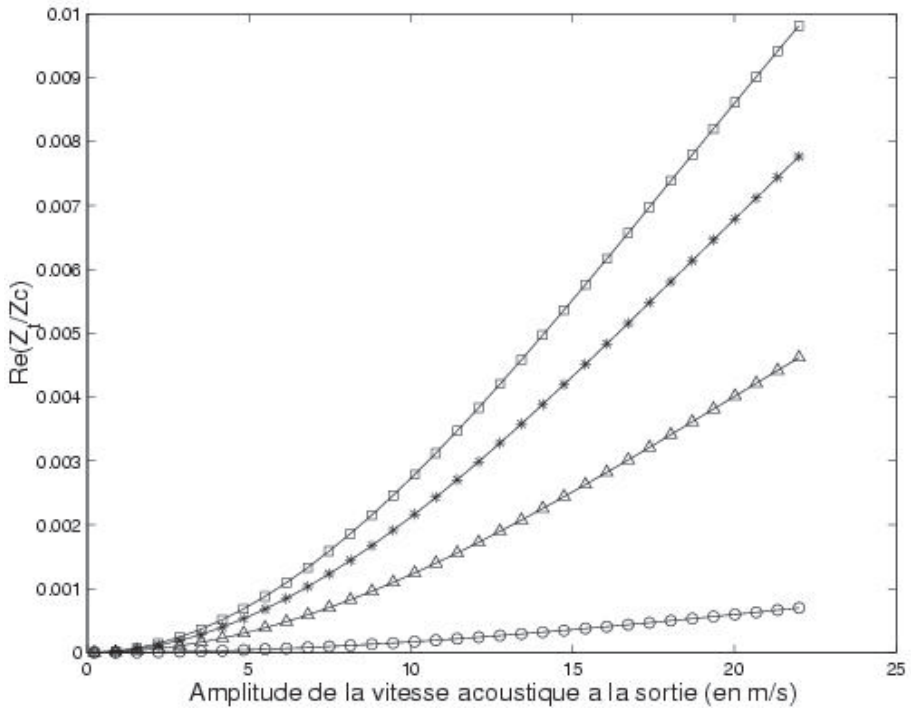


FIG. *3.4: Influence du rayon $r_\Gamma = a + \delta r_\Gamma$ de l'anneau tourbillonnaire sur les pertes estimées dans le cas "mobile". $(\square)$ $\delta r_\Gamma = 0$ mm ; $(*)$ $\delta r_\Gamma = 0.3$ mm ; $(\triangle)$ $\delta r_\Gamma = 1$ mm ; $(\circ)$ $\delta r_\Gamma = 4$ mm.*

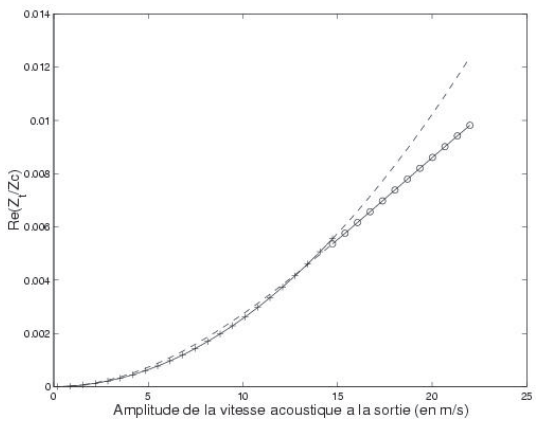
Pour des amplitudes de la vitesse acoustique supérieures à une vitesse de transition, les observations PIV indiquent qu'un anneau tourbillonnaire est créé sur un bord du tube puis expulsé à chaque période. L'anneau tourbillonnaire se déplace par hypothèse avec une vitesse constante $\hat{v}_\Gamma \simeq \hat{v}_j/4$ d'après les observations PIV présentées dans le chapitre suivant. Comme l'anneau tourbillonnaire est créé sur les bords du tube, sa position initiale est choisie comme $z_\Gamma(0) = 0$. L'anneau est expulsé dans le prolongement de la paroi interne du tube et son abscisse est $r_\Gamma = a$. Le rayon de l'anneau tourbillonnaire et sa position dans le modèle sont donc $(r_\Gamma = a, z_\Gamma = \hat{v}_\Gamma t)$.

Les expériences de la première partie exhibent une dépendance quasi linéaire de la partie réelle de l'impédance terminale pour des amplitudes de vitesse acoustique supérieures à v_{trans}. Le modèle théorique présenté ici reproduit en partie ce comportement (Fig. 3.4). Les pertes augmentent peu avec la vitesse acoustique. L'ordre de grandeur des pertes obtenues est ici aussi satisfaisant.

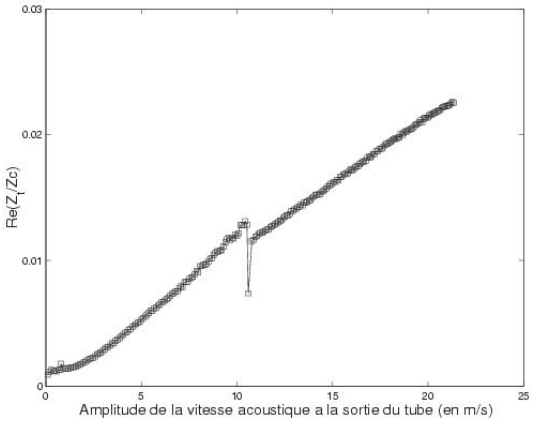
De la même façon que pour l'anneau tourbillonnaire immobile, augmenter le rayon de l'anneau tourbillonnaire revient à diminuer les pertes modélisées comme montré sur la figure 3.4. Le résultat obtenu va dans le sens de ce qui a été mesuré dans la première partie. Les variations observées dans les taux de variation des pertes pour chaque embouts semblent dues à une augmentation du rayon des anneaux tourbillonnaires créés à la sortie du tube. Plus le rayon de courbure est élevé, plus l'anneau tourbillonnaire s'élargit et moins les pertes sont élevées.

Transition entre les deux régimes

La figure 3.5 présente la partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique moyenne sur la section de sortie du tube obtenue à partir des deux modèles anneau tourbillonnaire fixe et mobile. La courbe représentant les pertes mesurées par la méthode à deux microphones issue de la première partie est présentée pour comparaison.



(a) Mise en évidence d'une discontinuité dans la courbe lors d'une transition entre deux régimes dans le modèle théorique. $(+)$ anneau tourbillonnaire immobile ; $(\circ)$ anneau tourbillonnaire mobile.



(b) Discontinuité dans la courbe des pertes observée lors d'une mesure pour l'embout $r < 0.01$ mm.

FIG. *3.5: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube ; 3.5(a) modèle théorique ; 3.5(b) résultats expérimentaux (extraite de Fig. 2.2).*

A faible niveau, les cas du tourbillon immobile et du tourbillon mobile donnent des résultats semblables. En effet, pour les faibles vitesses acoustiques à la sortie du tube, le rapport $r_\Gamma^2/(r_\Gamma^2 + z_\Gamma^2)^{3/2}$ de l'équation (3.36) varie très peu. Les expressions (3.34) et (3.36) sont très semblables. Pour des amplitudes de vitesse acoustique de l'ordre de $v_{trans} = 15$ m/s les comportements diffèrent. Les pertes pour le cas "mobile" exhibent une dépendance en $\hat{u}_s^2$ avant cette valeur critique et passent à une dépendance quasi-linéaire en $\hat{u}_s$ après. La discontinuité observée sur la courbe correspondant aux deux modèles théoriques (Fig. 3.5(a)) est à rapprocher de celle observée sur les mesures à deux microphones effectuées dans la première partie (Fig. 3.5(b)). La transition de régime entre le cas de l'anneau tourbillonnaire immobile pour de faibles niveaux sonores puis l'anneau mobile pour de plus forts niveaux apparaît clairement dans le modèle. Toutefois, ce modèle ne permet pas d'indiquer pour quelle valeur critique de la vitesse acoustique le comportement de l'anneau tourbillonnaire change.

Chapitre 4

Calcul des pertes à partir de mesures par PIV et de simulations LBM

Sommaire

4.1 Résultats obtenus à partir des visualisations par PIV 67
4.1.1 Visualisations par vélocimétrie par image de particules 68
4.1.2 Calcul des pertes par la méthode du “vortex-sound” 76
4.2 Résultats obtenus à partir de simulations par la méthode des réseaux de Boltzmann 77
4.2.1 Éléments sur la méthode de simulation numérique 77
4.2.2 Paramètres des simulations 78
4.2.3 Observations préliminaires, étude phénoménologique 79
4.2.4 Calcul des pertes par la méthode du “vortex-sound” 81
4.3 Synthese des principaux résultats 86

Le premier chapitre a exposé le principe d’utilisation de la théorie du “vortex-sound” qui permet d’estimer l’énergie produite ou dissipée à l’extrémité ouverte d’un tube à partir de la connaissance des champs de vorticité, de vitesse totale et le champ acoustique. Dans ce chapitre, deux approches sont choisies afin d’obtenir ces trois champs. La première approche exposée dans le sous-chapitre 4.1 est expérimentale et est basée sur des observations par vélocimétrie par image de particules (PIV) du champ de vitesse totale à l’extérieur du tube uniquement. Les champs de vitesse totale, de vorticité et le champ acoustique sont mesurés dans un plan, coupe bidimensionnelle des champs 3D. La seconde approche, présentée au sous-chapitre 4.2, est numérique et est basée sur des simulations effectuées par la méthode des réseaux de Boltzmann (LBM). Dans cette étude, le point majeur de cette méthode de simulation est que, contrairement aux mesures PIV effectuées ici, les simulations LBM permettent d’accéder aux champs de vitesses à l’intérieur du tube. Le sous-chapitre 4.3 présente une analyse comparative des différents types de calculs menés dans cette deuxième partie.

4.1 Résultats obtenus à partir des visualisations par PIV

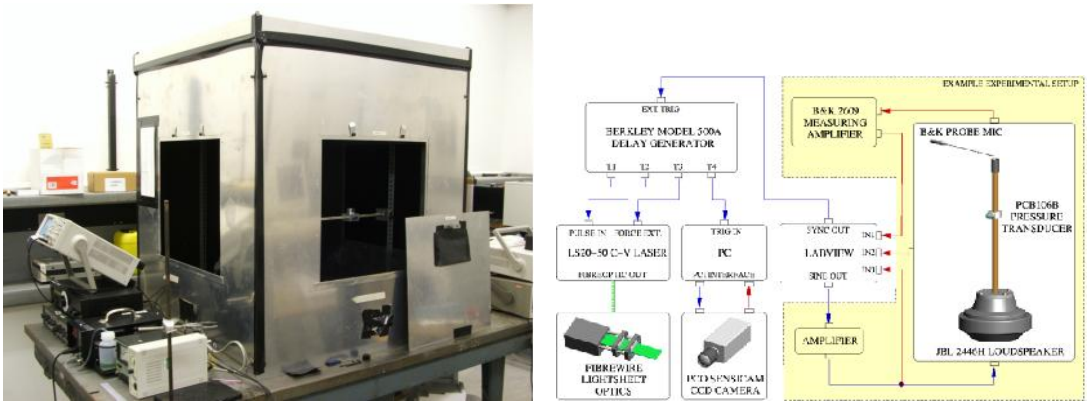
Le travail présenté dans ce sous-chapitre a été effectué en collaboration avec le groupe de dynamique des fluides de l’Université d’Edimbourg. Les visualisations par PIV ont été effectuées par D. Skulina [78], doctorant à l’université d’Edimbourg, sur un dispositif expérimental

identique au notre avec particulièrement les mêmes géométries (Fig. 4.1.1) de sortie que celle utilisées pour les mesures de la partie I.

4.1.1 Visualisations par vélocimétrie par image de particules

La vélocimétrie par images de particules communément appelée PIV (Particle Image Velocimetry) est une méthode optique faiblement intrusive permettant d'obtenir des cartes de vitesses instantanées dans un plan. Cet outil permet en particulier la détection de petites et grandes structures spatiales et est particulièrement adaptée à l'étude d'écoulements instationnaires tels que les champs acoustiques [8, 71].

Le fluide dont on veut étudier l'écoulement est ensemencé au moyen de fines particules capables de diffuser la lumière. Ces particules sont supposées se déplacer à la même vitesse que le fluide. La zone de l'écoulement à étudier est illuminée à l'aide d'une mince nappe lumineuse issue d'un laser. Deux images de la zone de mesure séparées par un intervalle de temps très court sont enregistrées par une caméra placée perpendiculairement au plan lumineux. Chaque image est découpée en petites surfaces élémentaires appellées fenêtres d'interrogation. Pour chaque fenêtre d'interrogation, le déplacement des particules entre deux illuminations est évalué et la vitesse instantanée en est déduite.



(a) Photographie du dispositif expérimental.

(b) Schéma du dispositif expérimental.

FIG. *4.1: Dispositif expérimental utilisé à l'Université d'Edimbourg pour effectuer les mesures PIV (d'après Skulina [78]).*

Le dispositif expérimental est décrit Fig. 4.1. La zone de mesure acoustique utilisée est identique à celle utilisée dans les expériences à deux microphones. Il s'agit d'un tube de cuivre de rayon $a = 8$ mm et de longueur équivalente totale de 460 mm. Un microphone de contrôle PCB106B est placé à une distance $L = 160$ mm de la sortie du tube au même emplacement que le capteur 1 dans la configuration à deux microphones de la première partie. L'excitation acoustique se fait par l'intermédiaire d'une chambre de compression JBL (modèle 2446H). La fréquence imposée par la source pour toutes les visualisations est la fréquence de résonance du système source–résonateur $f_0 = 380$ Hz. Les embouts utilisés dans la première partie sont ajustés à la sortie du tube (Fig. 4.1.1). Les visualisations ont été effectuées sur les embouts de rayon de courbure $r < 0.01$ mm et $r = 1$ mm. Dans ces expériences PIV, la fenêtre d'interrogation a une largeur de 0.348 mm. Les mesures sont effectuées à la sortie du tube sur une zone d'analyse

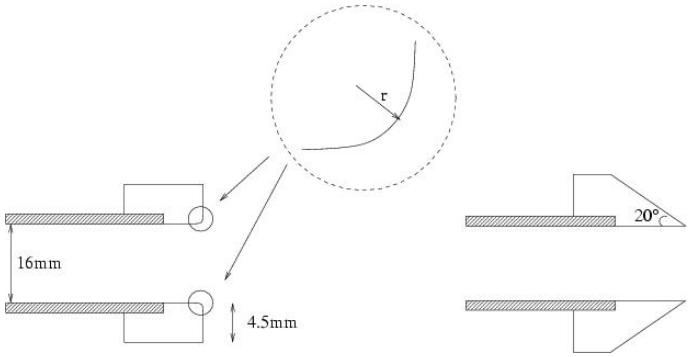


FIG. *4.2: Deux types d'embouts peuvent s'adapter à la sortie du tube. Le premier type d'embout présente un rayon de courbure de ses bords intérieurs. Quatre rayons de courbure ont été choisis :* $r < 0.01$ *mm,* $r = 0.3$ *mm,* $r = 1$ *mm et* $r = 4$ *mm. Le second type d'embout est dit "pointu" et approche le tube sans épaisseur.*

de taille (27.5×22 mm^2). Le cycle acoustique est décomposé en dix phases arbitraires équiréparties afin de suivre l'évolution temporelle des champs mesurés. Chaque image est la moyenne sur 28 ou 29 cycles acoustiques du champ de vitesse. Cette moyenne provoque un lissage qui peut être problématique pour l'observation de phénomènes fortement instationnaires d'un cycle sur l'autre.

Observations

Les mesures de PIV permettent d'accéder au champ de vitesse totale à l'extérieur du tube et donc au champ de vorticité par calcul du rotationnel de la vitesse. Les mesures sont effectuées à la sortie du tube pour différents niveaux d'excitation de la source. Les principaux comportements observés sont décrits ici.

Mesures à "faible" niveau sonore La figure 4.3 montre l'évolution temporelle sur une période du champ de vorticité auquel est superposé le champ de vitesse à la sortie du tube pour l'embout $r < 0.01$ mm pour un niveau sonore dans le tube de 150 dB (niveau mesuré par le microphone de contrôle). Le champ de vitesse mesuré est globalement potentiel, il y a très peu de zones de vorticité. Ce champ pourra être utilisé par la suite en tant que champ acoustique pour effectuer le calcul de pertes par la théorie du "vortex-sound". Il faut noter que des zones de vorticité apparaissent sur les bords du tube. Celles-ci sont interprétées comme étant des réflexions parasites du laser sur la surface du tube. Cet artefact de mesure apparaît sur toutes les mesures PIV présentées dans ce chapitre.

Mesures à niveau sonore "intermédiaire" L'évolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité pour un niveau de source intermédiaire (160 dB) est présentée Fig. 4.4 et 4.5 pour les embouts $r < 0.01$ mm et $r = 1$ mm respectivement. Les visualisations sur la géométrie présentant un rayon de courbure $r = 1$ mm ne montrent pas de zones de vorticité marquées, le champ de vitesse est supposé potentiel. En revanche, pour l'embout $r = 0$ mm, deux tourbillons apparaissent clairement sur l'image. Ces deux "tourbillons" sont en fait la coupe d'un unique anneau tourbillonnaire. Cet anneau semble être créé lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube. L'anneau tourbillonnaire est accroché aux bords du tube par un filament de vorticité et reste au voisinage des bords. Lorsque la vitesse est dirigée vers l'intérieur du tube, l'anneau

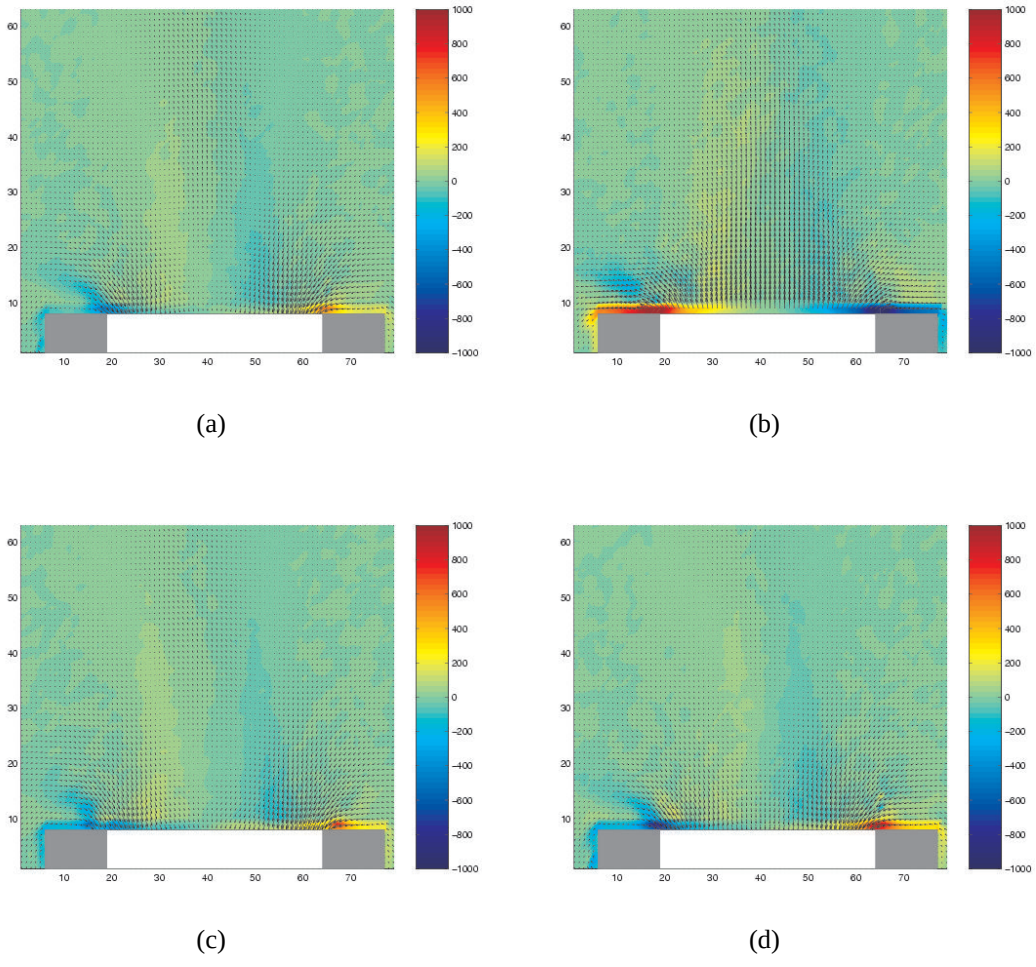


FIG. *4.3: Evolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité sur une période à un niveau sonore de* 150 *dB pour une géométrie présentant un rayon de courbure* $r < 0.01$ *mm.*

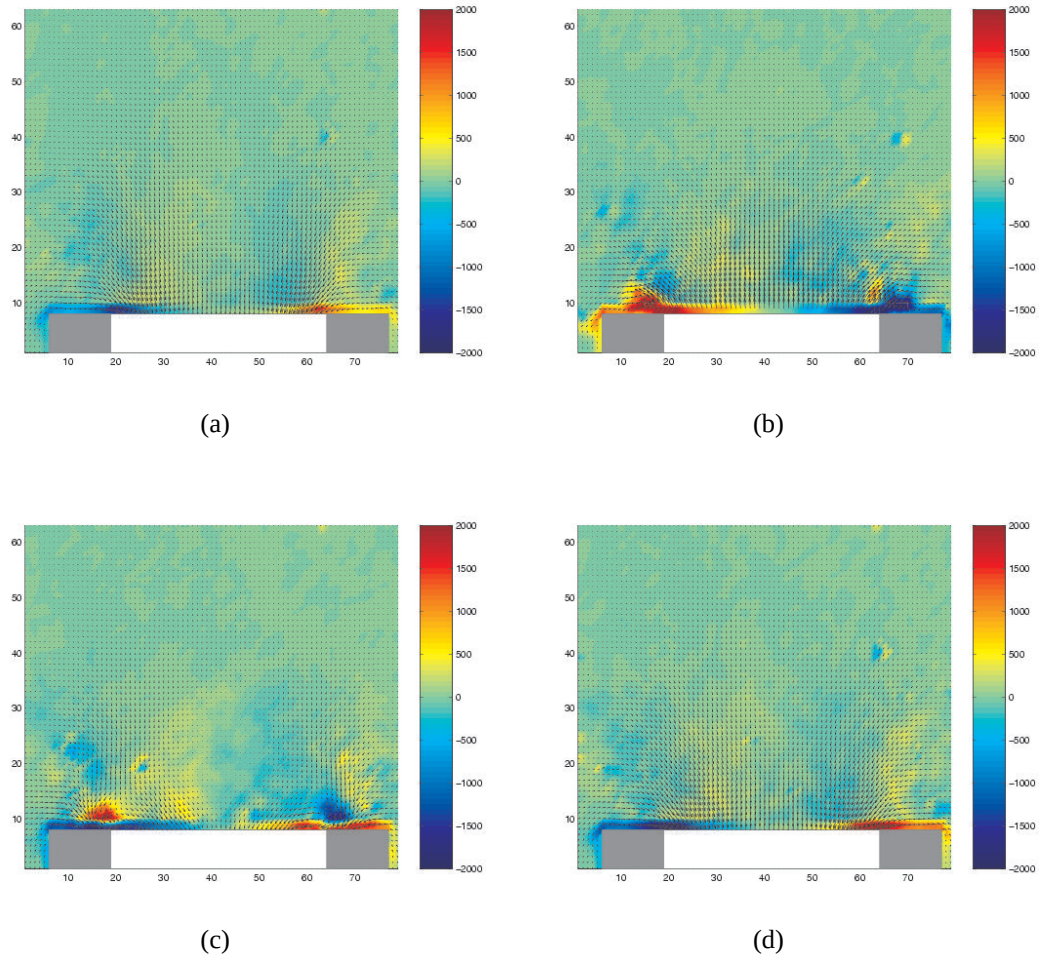


FIG. *4.4: Evolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité sur une période à un niveau sonore de* 160 *dB pour une géométrie présentant un rayon de courbure* $r < 0.01$ *mm.*

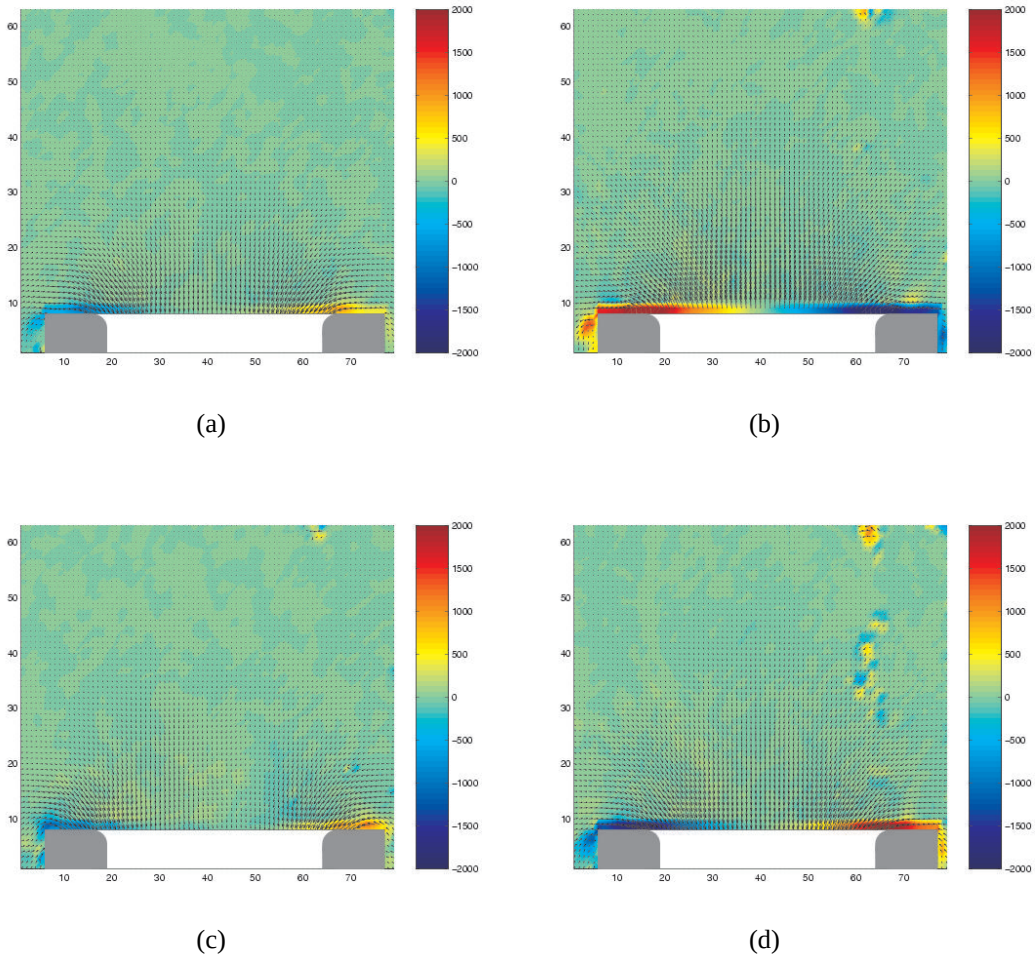


FIG. *4.5: Evolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité sur une période à un niveau sonore de* 160 *dB pour une géométrie présentant un rayon de courbure* $r = 1$ *mm.*

tourbillonnaire disparaît progressivement. Cet anneau tourbillonnaire est localisé à une distance d'environ 3 mm des bords du tube selon l'axe z. Ces observations sont à rapprocher de celles menées sur un stack de réfrigérateur thermoacoustique [33, 34] par PIV et qui montrent le même type de phénomènes avec des oscillations de tourbillons denses autour des extrémités des plaques [8].

Mesures à "fort" niveau sonore Pour un fort niveau d'excitation de la source (170 dB), l'anneau tourbillonnaire créé sur les bords du tube $r = 0$ mm est expulsé (Fig. 4.6) avec une vitesse v_Γ estimée à $v_\Gamma \simeq \hat{v}_j/4$ où $\hat{v}_j$ est l'amplitude de la vitesse du jet. Le tourbillon est expulsé dans le prolongement de la paroi interne du tube.

Il faut noter qu'à partir d'une distance de 6 mm de la sortie du tube un jet permanent est présent, c'est à dire que la vitesse dans l'axe du tube est toujours orientée vers l'extérieur. Ceci rejoint les observations de Tartarin [80] ou encore Peube [68]. Tartarin [80] a effectué des mesures du champ de vitesse sur le plan de sortie du tube ainsi que sur des plans plus éloignés (de l'ordre de quelques diamètres de tube). Il a ainsi observé l'apparition d'un écoulement pour des distances de l'ordre d'un diamètre du tube à fort niveau sonore. Ces observations sont confirmées par Peube [68] à l'aide de mesures d'anémométrie par fil chaud et d'anémométrie laser : il y a création d'un jet permanent quasi-stationnaire à partir d'une distance à la sortie de l'ordre d'un rayon. Cet jet permanent est observé pour les valeurs de nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche limite visqueuse $Re = A/2\pi\sqrt{f_0/\nu} > 22$, avec A amplitude du déplacement acoustique et ν viscosité cinématique. La valeur de Re correspondant à cette visualisation PIV est $Re \simeq 35$.

Pour le même niveau sonore, les mesures de PIV sur la géométrie de rayon de courbure $r = 1$ mm (Fig. 4.6) présentent un comportement similaire aux mesures effectuées pour un niveau intermédiaire sur l'embout $r < 0.01$ mm. Un anneau tourbillonnaire est créé lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube mais cet anneau tourbillonnaire reste accroché aux bords du tube.

Synthèse des observations

Les expériences de la première partie ainsi que les mesures des champs de vorticité pour l'embout $r < 0.01$ mm suggèrent que deux régimes existent à la sortie du tube comme l'ont précédemment observé Skulina et coll. [79]. Pour des amplitudes de vitesse acoustique inférieures à une vitesse critique v_{trans}, un anneau tourbillonnaire est créé sur les bords du tube et reste au voisinage des parois (Fig. 4.4). Ce tourbillon est "ravalé" dans le tube lorsque la vitesse acoustique est dirigée vers l'intérieur du tube. Pour des vitesses supérieures à une certaine vitesse v_{trans}, un anneau tourbillonnaire est créé et expulsé à chaque période (Fig. 4.6). Il semble donc qu'il y a bien deux régimes tourbillonnaires à la sortie du tube.

Les observations montrent aussi que la présence d'un rayon de courbure modifie le niveau sonore auquel des zones de vorticité apparaissent à la sortie du tube. Pour un même niveau d'excitation de la source (160 dB), la figure 4.4 montre la présence d'un anneau tourbillonnaire accroché aux parois du tube pour l'embout de rayon de courbure $r < 0.01$ mm alors que l'embout de rayon de courbure $r = 1$ mm ne montre aucune zone de vorticité. De la même façon, pour un fort niveau d'excitation de la source (170 dB), l'anneau tourbillonnaire est expulsé pour l'embout $r < 0.01$ mm tandis qu'il reste accroché aux bords du tube pour l'embout $r = 1$ mm. En résumé, le comportement des zones tourbillonnaires à la sortie est semble être le même pour les deux embouts mais avec un décalage d'approximativement 10 dB.

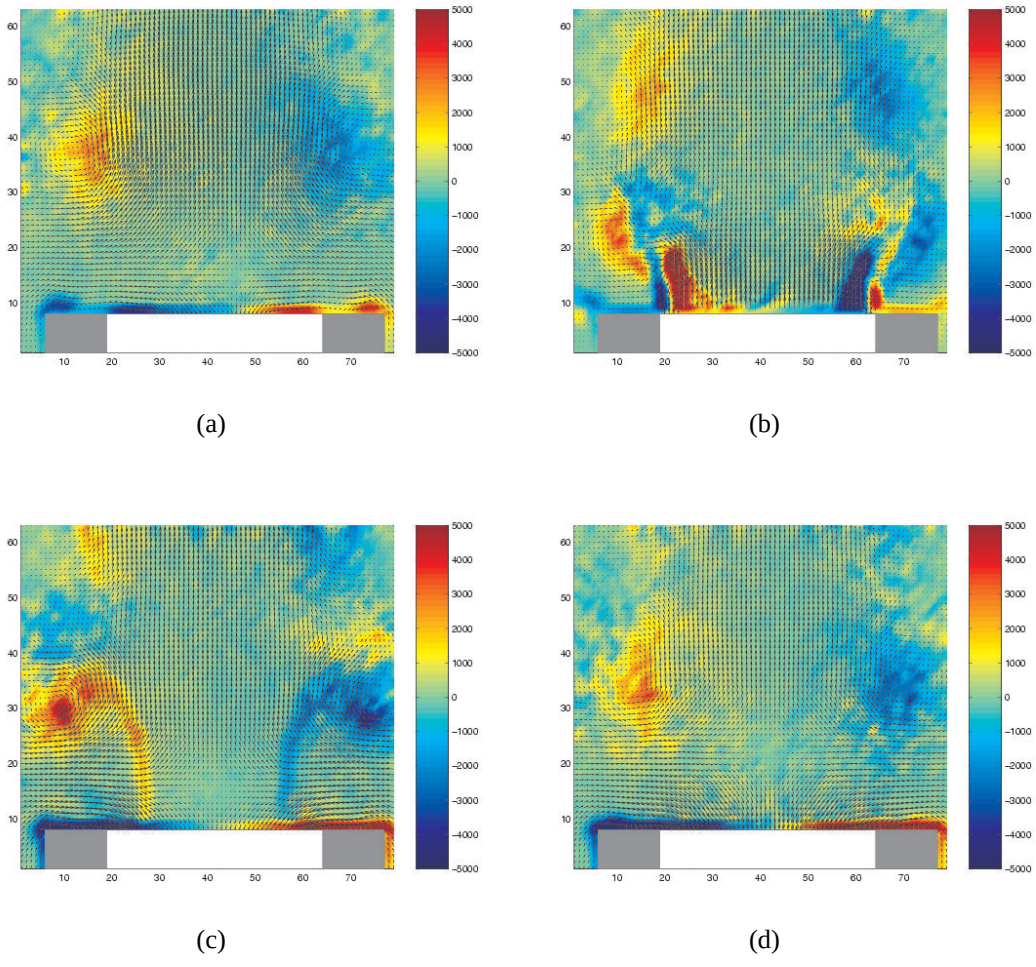
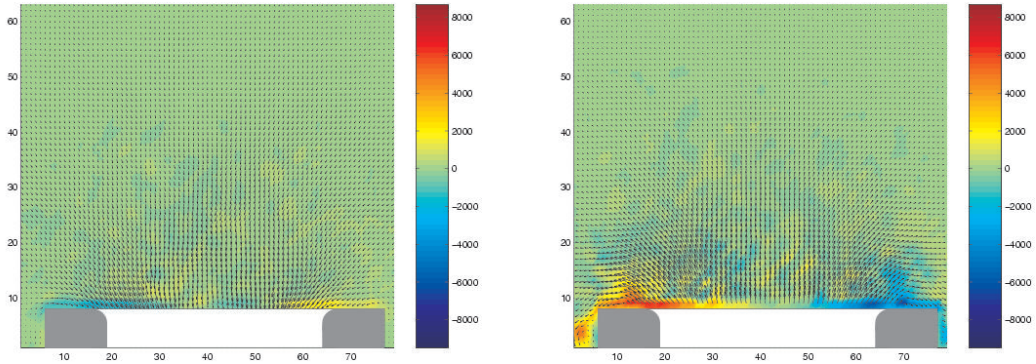
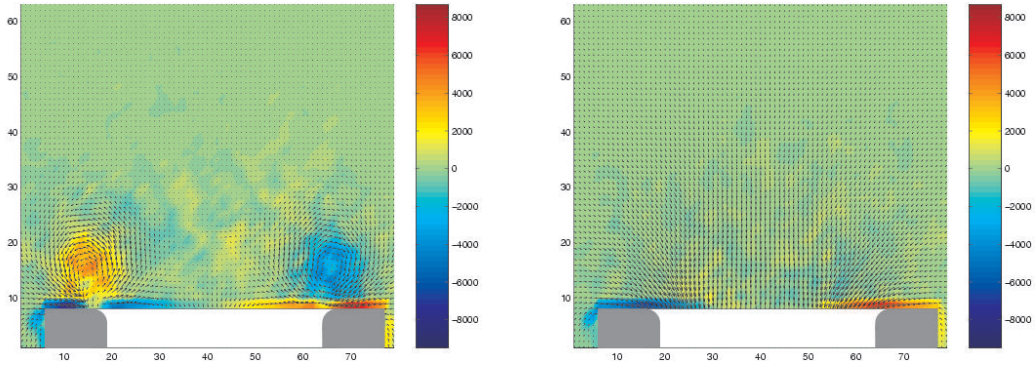


FIG. *4.6: Evolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité sur une période à un niveau sonore de* 170 *dB pour une géométrie présentant un rayon de courbure* $r < 0.01$ *mm.*



(a) (b)



(c) (d)

FIG. *4.7: Evolution temporelle des champs de vitesse et de vorticité sur une période à un niveau sonore de* 170 *dB pour une géométrie présentant un rayon de courbure* $r = 1$ *mm.*

Le rayon de courbure des bords intérieurs du tube semble aussi avoir une influence sur la position moyenne de l'anneau tourbillonnaire : pour l'embout $r = 1$ mm, il se trouve décalé vers l'extérieur du tube d'une valeur proche du rayon de courbure.

4.1.2 Calcul des pertes par la méthode du "vortex-sound"

La méthode du "vortex-sound" est appliquée pour les deux géométries $r < 0.01$ m/s et $r = 1$ mm en utilisant les mesures par PIV présentées ci-dessus. Les nombres sans dimension caractéristiques du fluide sont $He = 0.055 \ll 1$, $M_a = 0.058 \ll 1$ et $Re = 8000 \gg 1$ et respectent donc les hypothèses de la théorie du "vortex-sound". Les champs de vitesse totale et de vorticité sont obtenus directement par la mesure à différents niveaux d'excitation de la source. Le champ acoustique utilisé pour le calcul de "vortex-sound" correspond au champ total mesuré pour un niveau de 150 dB. Comme le dispositif expérimental est le même que dans la première partie du document, il est possible de faire correspondre amplitude de pression mesurée par le microphone de contrôle dans les mesures PIV une amplitude de la vitesse acoustique à la sortie obtenue par la méthode à deux microphones.

Calcul des pertes Les pertes sont calculées pour l'embout $r < 0.01$ mm pour cinq niveaux de source différents (160, 163, 164, 165 et 170 dB). Les pertes sont estimées à partir de l'équation (3.17) avec les champs de vitesse et de vorticité obtenus par mesures PIV et sont présentées figure 4.8.

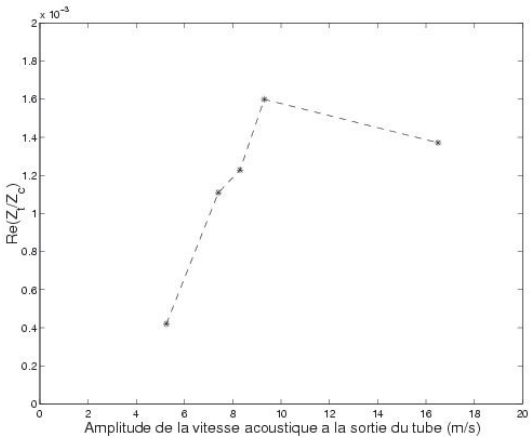


FIG. *4.8: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube estimée par un calcul de vortex sound.*

Il apparaît que, par rapport aux mesures de la première partie, les pertes sont sous-estimées d'un facteur dix. Il y a bien une augmentation des pertes avec la vitesse acoustique mais trop peu de données PIV nous ont été accessibles pour pouvoir en tirer une conclusion. Des travaux sont en cours dans le cadre de la thèse de D. Skulina [78] qui permettront d'obtenir plus de points de mesure.

4.2 Résultats obtenus à partir de simulations par la méthode des réseaux de Boltzmann

La méthode des réseaux de Boltzmann ("lattice Boltzmann method", LBM) [17] est une méthode numérique utilisée pour la modélisation de problèmes en mécanique des fluides et plus récemment en acoustique (par exemple [15]). Elle est particulièrement adaptée aux problèmes présentant des frontières complexes. Cette méthode est employée ici afin d'obtenir les champs de vorticité, de vitesse totale et de vitesse acoustique correspondant à la géométrie exacte de notre problème. Un calcul de vortex-sound à partir de simulations numériques peut ainsi être mené. L'ensemble des simulations qui ont été réalisées ici ont été effectuées à partir d'un programme écrit par J. Buick [15] qui a séjourné au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine en tant que professeur invité durant le mois de Juin 2004.

4.2.1 Éléments sur la méthode de simulation numérique

L'idée originale de la LBM est de construire un modèle simplifié qui incorpore l'essentiel des processus physiques microscopiques de façon à ce que les propriétés macroscopiques du fluide obéissent aux lois physiques du fluide. La LBM est une extension des automates de gaz sur réseau [41].

Les automates de gaz sur réseau ("lattice gas automata")

Un automate de gaz sur réseau permet de simuler de façon simple la dynamique des molécules d'un gaz sur un réseau régulier. Les seules positions accessibles aux particules du "gaz" sont les noeuds du réseau. Toutes les particules ont la même masse (choisie unitaire) et le même module de vitesse. Ce module de vitesse unique est aussi choisi unitaire, la distance couverte sur un pas de temps sera celle qui sépare deux noeuds premiers voisins : le temps est donc lui aussi une grandeur discrète. De plus, un principe d'exclusion est imposé : il ne sera pas possible à deux particules se propageant dans la même direction de se trouver sur le même noeud simultanément.

Il ne peut y avoir interactions qu'entre particules se trouvant sur le même noeud, sous forme de collisions locales et instantanées. Les règles qui gouvernent ces collisions sont telles qu'elles conservent le nombre de particules — donc la masse — et l'impulsion. L'énergie est conservée.

L'évolution du système d'un pas de temps à l'autre se fait en deux étapes successives, l'une de propagation, au cours de laquelle les particules se meuvent dans la direction de leur vecteur d'impulsion jusqu'au noeud immédiatement voisin, l'autre d'interaction, pendant laquelle les particules ont la possibilité d'échanger de l'impulsion.

La méthode des réseaux de Boltzmann ("lattice Boltzmann method")

Dans la méthode des réseaux de Boltzmann, le système considéré est là aussi un gaz de particules ponctuelles se déplaçant sur un réseau et évoluant par alternance de collisions et de propagations. Cependant, les variables entières représentant l'occupation des sites sont remplacées par des probabilités d'occupation. Cette méthode de simulation a été utilisée en acoustique [14] par exemple pour la simulation d'ondes de choc dans un tube [13]. Un avantage de cette méthode de simulation est que la durée des calculs est relativement faible (une dizaine de minutes sur un ordinateur personnel cadencé à 2 GHz) mais en contrepartie la quantité de données

obtenue en sortie est importante (≈ 3 Go d'espace disque pour une simulation sur huit périodes acoustiques).

4.2.2 Paramètres des simulations

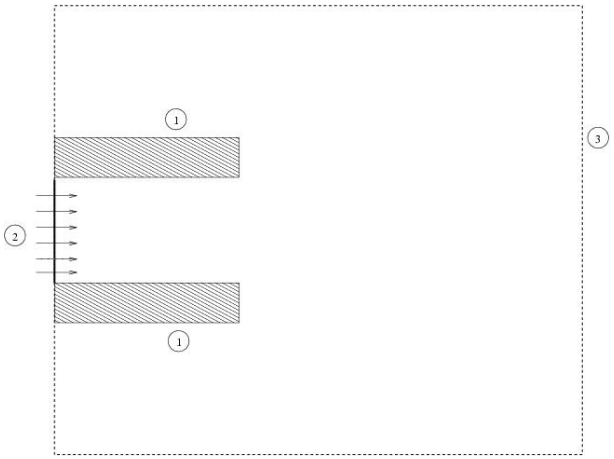


FIG. *4.9: Géométrie 2D utilisée pour les simulations LBM. (1) Parois rigides, condition de réflexion. (2) Source de vitesse de type piston plan. (3) Condition de vitesses et pressions nulles.*

Géométrie du problème

La géométrie utilisée pour les simulations correspond à celle utilisée pour les expériences de la première partie (Fig. 4.9). A la différence des deux applications du "vortex-sound" menées jusqu'ici, les simulations sont effectuées sur une géométrie bidimensionnelle. On peut donc s'attendre à ce que le détail des phénomènes tourbillonnaires observés diffère quelque peu de ceux observés lors de visualisations PIV (coupes 2D de phénomènes 3D). Par contre, l'extérieur et l'intérieur du tube sont modélisés et il est ainsi possible de visualiser et d'estimer l'importance des phénomènes ayant lieu dans le tube.

Conditions aux frontières

Trois types de condition aux frontières sont définies dans le domaine de simulation (Fig. 4.9). Les parois du tube (1) sont considérées comme parfaitement rigides, il y a réflexion totale des particules. La zone source (2) présente une condition de type "piston plan" où la vitesse du piston est imposée. Le piston oscille à une fréquence fixe et la vitesse sur cette surface est $v_p = \hat{v}_p \sin(\omega_0 t)$ où $\hat{v}_p$ est l'amplitude de la vitesse du piston. La fréquence utilisée est $f_0 = 380$ Hz. Sur le reste des frontières (3), une condition absorbante est imposée. Cette condition fonctionne correctement en acoustique linéaire pour des champs dérivant d'un potentiel si les frontières sont suffisamment loin des zones de vitesse non-nulle. Cependant, des complications peuvent apparaître lorsque des zones de vorticité atteignent ce type de frontières. Pour un tourbillon, les frontières sont vues comme des parois rigides. La présence de cette "paroi" agit sur le tourbillon comme si un tourbillon image était présent de l'autre côté de la "paroi". Ceci à pour conséquence que le tourbillon se déplace parallèlement à la frontière. Un autre type de conditions aux limites exposé par Neal [57] permet de s'affranchir de ces phénomènes mais celles-ci ne sont pas utilisées dans le code de calcul écrit par J. Buick.

Détails du domaine modélisé

La taille de la grille a été choisie empiriquement de façon à limiter le temps de calcul tout en conservant une résolution suffisante pour prendre en compte le détail de la géométrie de sortie du tube et particulièrement le rayon de courbure. Deux rayons de courbure ont été modélisés : $r = 0$ mm et $r = 4$ mm.

Embout $r = 0$ mm La grille utilisée pour modéliser l'embout de rayon de courbure $r = 0$ mm est de 260x251 noeuds. L'espacement entre les noeuds a été fixé à 0.5 mm. Les longueurs réelles correspondant à ces paramètres sont les suivantes :

- rayon du tube : 8 mm,
- longueur du tube : 30.25 mm,
- épaisseur des parois : 4.5 mm,
- rayon de courbure nul (angle droit) : $r = 0$ mm,
- distance selon l'axe x entre les parois externes du tube et les limites du domaine : 50 mm,
- distance selon l'axe y entre la sortie du tube et la limite du domaine : 129.5 mm.

Le rayon du tube et son épaisseur correspondent exactement à la configuration réelle.

Embout $r = 4$ mm La discrétisation du domaine est telle que parmi tous les embouts de rayon de courbure non-nul, seul l'embout de rayon $r = 4$ mm a pu être modélisé. La grille utilisée pour modéliser cet embout est de 260x253 noeuds. Cette taille diffère de la précédente car pour pouvoir modéliser précisément le rayon de courbure il est nécessaire d'affiner l'espacement entre les noeuds. L'espacement choisi est d'environ 0.47 mm. Les longueurs réelles correspondant à ces paramètres sont modifiées en conséquence et sont les suivantes :

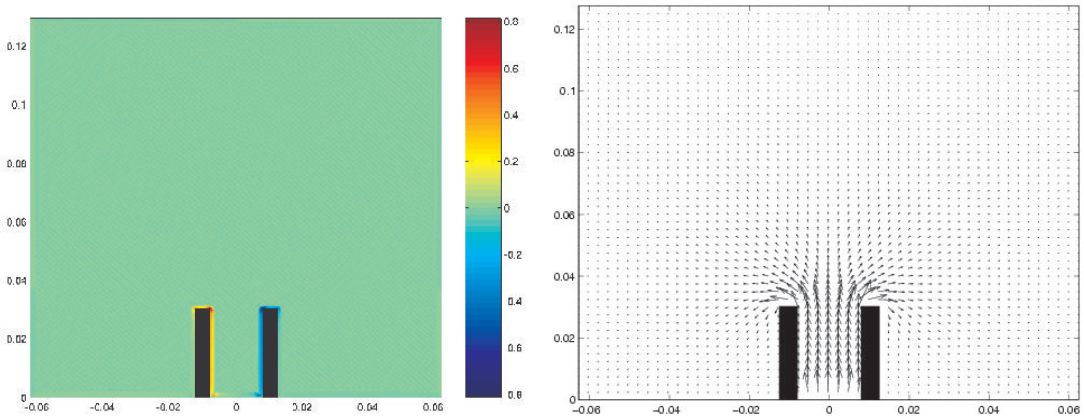
- rayon du tube : 8 mm,
- longueur du tube : 30.25 mm,
- épaisseur des parois : 4.23 mm,
- rayon de courbure : 4 mm,
- distance selon l'axe x entre les parois externes du tube et les limites du domaine : 50 mm,
- distance selon l'axe y entre la sortie du tube et la frontière : 129.5 mm.

Il faut noter que l'épaisseur du tube ne correspond pas exactement à l'épaisseur réelle des embouts, cependant nous considérons que l'écart sur cette épaisseur à peu d'influence sur l'estimation des pertes par la méthode du "vortex-sound".

4.2.3 Observations préliminaires, étude phénoménologique

Avant de procéder aux calculs de pertes à la sortie du tube, plusieurs simulations sont effectuées afin d'observer les champs de vitesse totale et de vorticité dans le domaine de simulation. Le champ de vorticité est obtenu numériquement en calculant le rotationnel du champ de vitesse totale. Les simulations sont effectuées à une fréquence $f_0 = 380$ Hz sur huit périodes acoustiques et pour plusieurs niveaux d'excitation de la source différents. Les niveaux ont été choisis de façon arbitraire afin de pouvoir comparer les différents comportements obtenus par simulations LBM à ceux mis en évidence par les mesures PIV.

Simulations à "faible" niveau sonore Des simulations sont d'abord effectuées à "faible" niveau sonore (amplitude de vitesse du piston $\hat{v}_p = 1$ mm/s). Aucune zone de vorticité n'apparaît



(a) Champ de vorticité (b) Champ de vitesse totale

FIG. *4.10: Champs de vorticité et de vitesse totale dans le domaine de simulation à "faible" niveau sonore (vitesse du piston* $\hat{v}_p = 1$ *mm/s) pour une fréquence* $f_0 = 380$ *Hz.*

en dehors des couches limites situées le long des parois du tube (Fig. 4.10(a)). Le champ de vitesse obtenu est potentiel (Fig. 4.10(b)). Les simulations effectuées à ce niveau d'excitation de la source permettent d'obtenir le champ acoustique de référence nécessaire au calcul de pertes par la théorie du "vortex-sound" mené au 4.2.4.

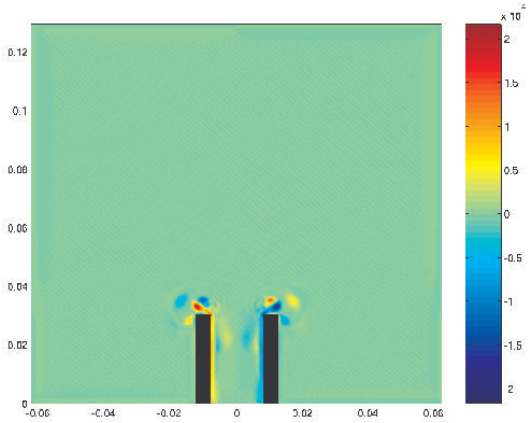


FIG. *4.11: Champ de vorticité pour un niveau sonore "intermédiaire" (vitesse du piston* $\hat{v}_p \simeq 10$ *m/s) pour une fréquence* $f_0 = 380$ *Hz.*

Simulations à niveau sonore "intermédiaire" Pour un niveau sonore "intermédiaire" ($\hat{v}_p \simeq 10$ m/s), des zones tourbillonnaires apparaissent en dehors des couches limites situées à l'intérieur du tube. Une paire de tourbillons de vorticité opposée est crée sur chaque bord du tube lorsque la vitesse est dirigée vers l'intérieur du tube. Un des tourbillons de la paire est attaché par un filament de vorticité à une paroi du tube. La paire de tourbillons reste au voisinage des bords du tube (Fig. 4.11). Ce comportement est qualitativement similaire à celui observé expérimentalement par PIV pour des niveaux sonore "intermédiaires" (Fig. 4.4). Toutefois, les observations PIV ne font pas apparaître de paire de tourbillons mais seulement un unique an-

neau tourbillonnaire. On peut penser que ce phénomène est lié au caractère bidimensionnel des simulations.

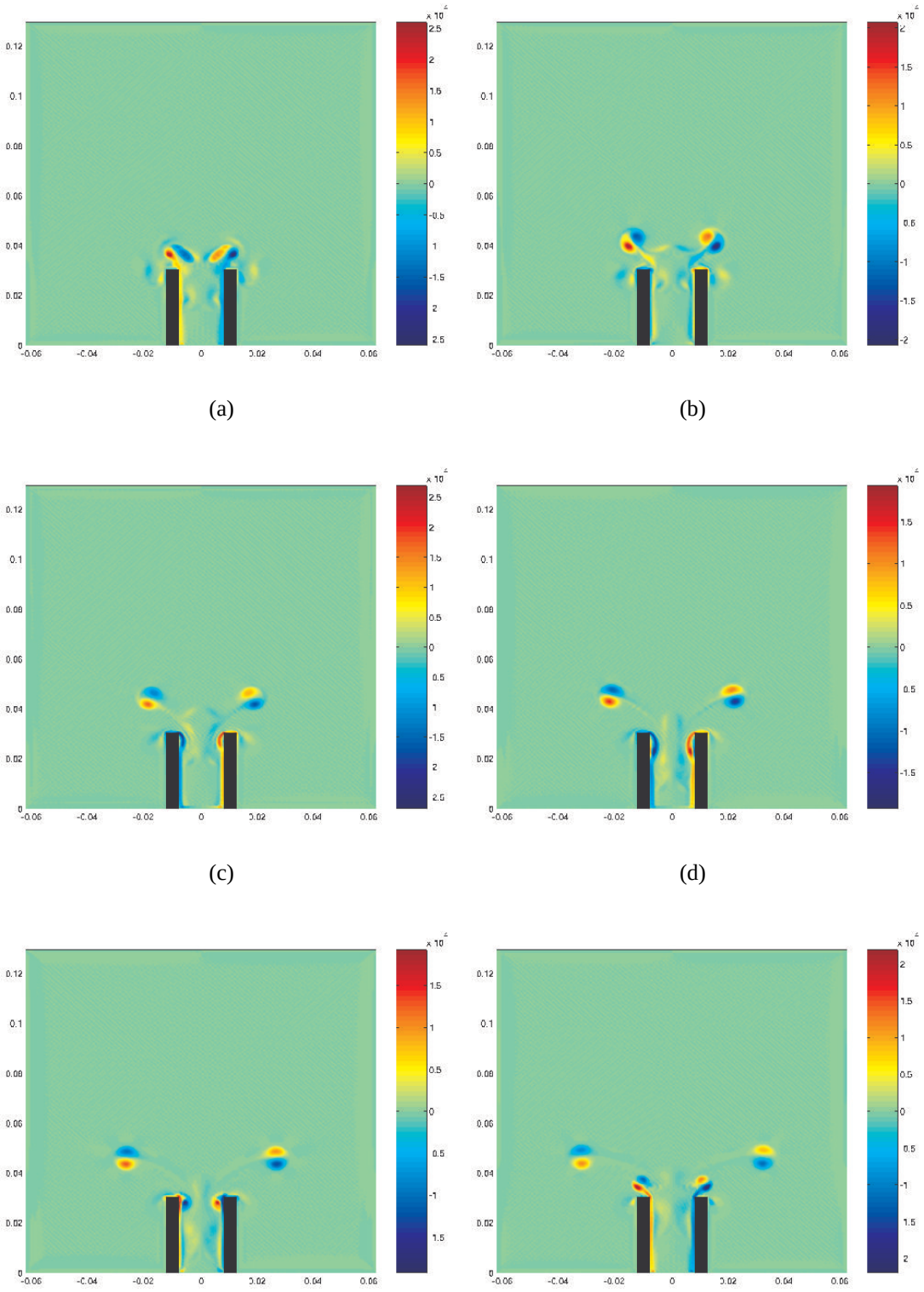
Simulations à "fort" niveau sonore A "fort" niveau sonore ($\hat{v}_p \simeq 27$ m/s), les zones tourbillonnaires ne sont plus accrochées aux bords du tube. Les tourbillons se détachent des bords du tube et sont expulsés selon un angle d'environ 45°(Fig. 4.12) lorsque la vitesse est dirigée vers l'extérieur du tube. On restitue les deux régimes observés par PIV. Cependant, les observations PIV indiquent les anneaux tourbillonnaire sont expulsés pour de "forts" niveau sonore parallèlement à l'axe y. Une explication plausible est que, dans les simulations 2D, chaque tourbillon qui apparaît aux bords du tube est indépendant et suit les lignes de courant du champ de vitesse totale tandis qu'en 3D, les deux zones tourbillonnaires visibles sur l'image PIV sur les bords du tube sont en fait la coupe d'un même anneau tourbillonnaire. On peut penser que l'anneau tourbillonnaire tend à garder un diamètre constant, contrainte qui n'existe pas en géométrie bidimensionnelle. Des simulations de LBM à trois dimensions permettraient de valider cette explication.

Comme dans les observations PIV, les simulations à fort niveau sonore semblent montrer la présence d'un jet permanent à partir d'une distance à la sortie du tube de l'ordre d'un rayon. La vitesse moyenne sur la section de sortie du tube et sur une section à une distance a de la sortie du tube pour trois niveaux sonores sont présentées Fig. 4.13. Quelle que soit le niveau d'excitation de la source, la vitesse moyenne sur la section de sortie du tube est parfaitement sinusoïdale et à moyenne nulle (conservation du débit). Pour les niveaux d'excitation de la source tels que les tourbillons restent accrochés aux bords du tube, il n'y a pas d'écoulement moyen à une distance d'un rayon de tube de la sortie. Pour des niveaux d'excitation suffisamment élevés pour que les tourbillons soient expulsés, un jet permanent apparaît à une distance de l'ordre d'un rayon de la sortie. Les simulations sont en accord avec les observations de Tartarin [80], Peube [68] ainsi que les observations PIV.

4.2.4 Calcul des pertes par la méthode du "vortex-sound"

La méthode du "vortex-sound" est appliquée en utilisant les résultats des simulations numériques. Les champs de vitesse totale et de vorticité sont obtenus directement par simulation et le champ acoustique est obtenu à l'aide de simulations à faible niveau d'excitation de la source. Les nombres sans dimension caractéristiques du fluide sont $He = 0.055 \ll 1$, $M_a = 0.058 \ll 1$ et $Re = 8000 \gg 1$, ils respectent les hypothèses d'utilisation de la théorie du "vortex-sound".

La vitesse acoustique utilisée dans le calcul de "vortex-sound" mené ici est obtenue à partir de simulations effectuées à très faible niveau afin d'obtenir le champ potentiel exact associé à la géométrie du problème. L'amplitude de vitesse acoustique imposée au niveau du piston est de 1 mm/s. Pour cette amplitude, il est montré que le champ de vitesse obtenu est potentiel : la vorticité est nulle en tout point en dehors des couches limites situées à l'intérieur du tube (Fig. 4.10(a)). Par la suite, afin d'estimer les pertes, il est nécessaire de définir l'amplitude de vitesse acoustique utilisée. Il s'agit ici de u_s amplitude de la vitesse acoustique moyenne sur la section de sortie du tube. Cette définition ne correspond donc pas strictement à u_{2mic} amplitude de la vitesse acoustique ramenée obtenue par la méthode à deux microphones utilisée dans la première partie du document. Les pertes obtenues par ce calcul de "vortex-sound" ne sont donc pas strictement comparables à la mesure de l'impédance terminale par la méthode à deux microphones (chapitre 2.2) mais la différence peut raisonnablement être considérée comme faible.

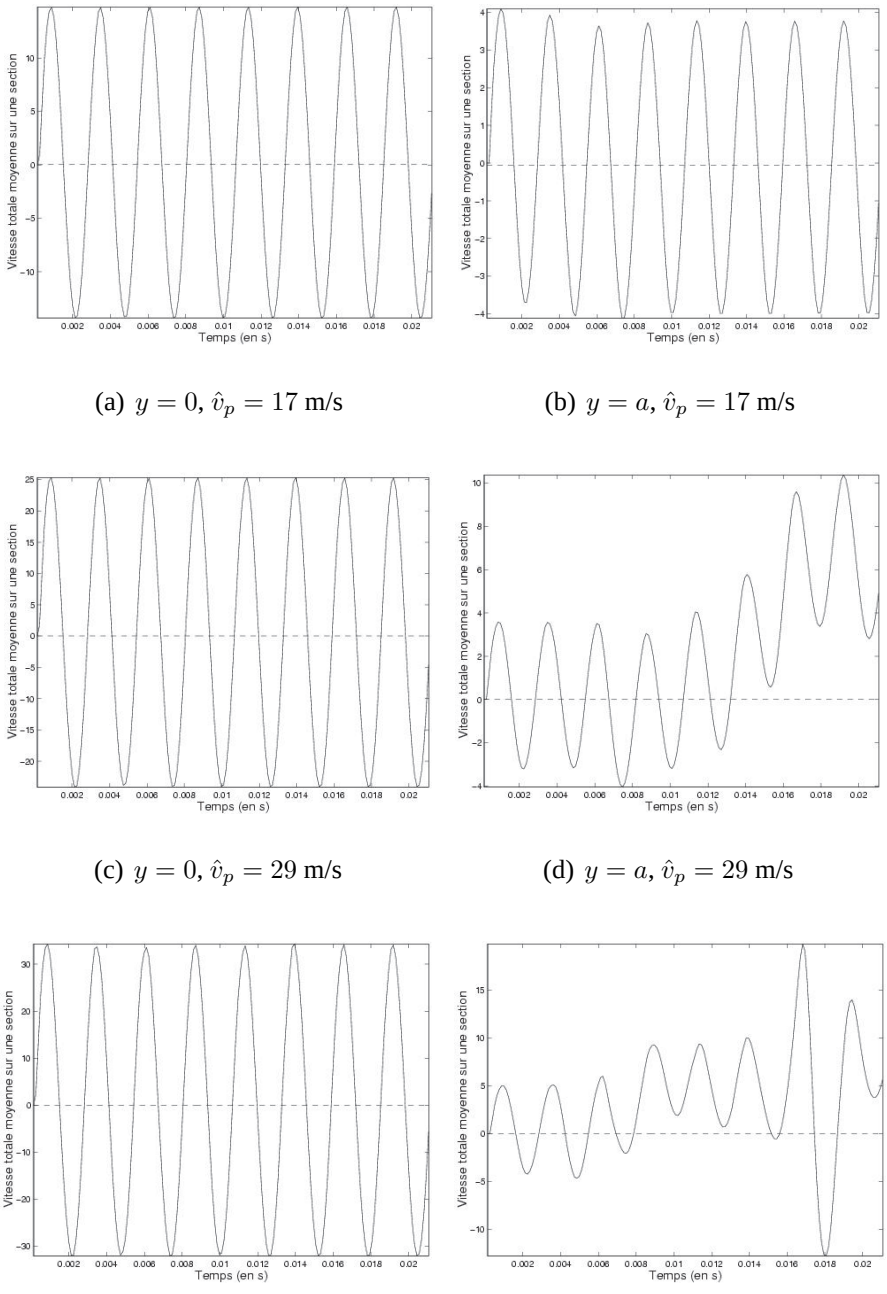


(a) (b)

(c) (d)

(e) (f)

FIG. *4.12: Cartes de vorticité obtenues lors de simulations de LBM à "fort" niveau sonore (vitesse du piston $\hat{v}_p = 27$ m/s) pour une fréquence $f_0 = 380$ Hz. Des tourbillons sont crées sur les bords du tube et sont expulsés selon un angle d'environ 45°.*



(a) $y = 0$, $\hat{v}_p = 17$ m/s

(b) $y = a$, $\hat{v}_p = 17$ m/s

(c) $y = 0$, $\hat{v}_p = 29$ m/s

(d) $y = a$, $\hat{v}_p = 29$ m/s

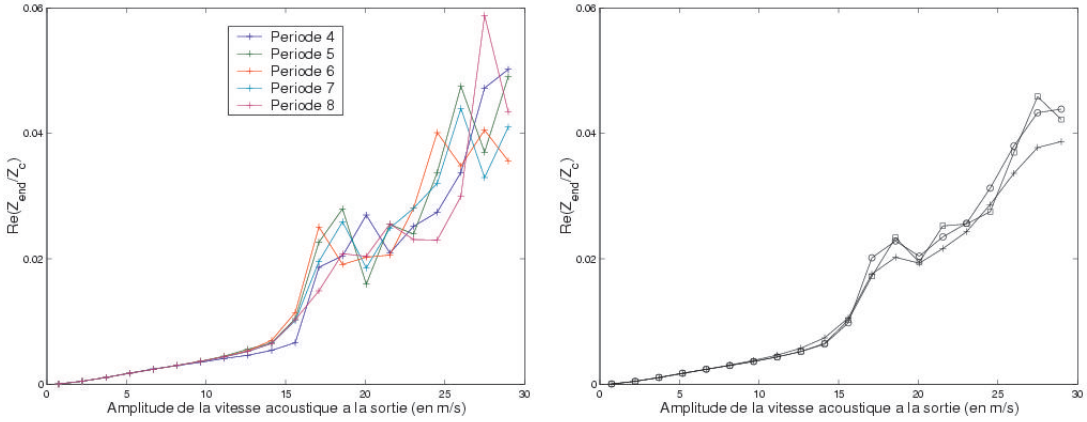
(e) $y = 0$, $\hat{v}_p = 39$ m/s

(f) $y = a$, $\hat{v}_p = 39$ m/s

FIG. *4.13: Vitesse totale moyenne sur une section de tube sur le plan de sortie ($y = 0$) et à un rayon de la sortie du tube ($y = a$) en fonction du temps.*

Les simulations sont effectuées pour des amplitudes de la vitesse acoustique moyennes sur la section de sortie du tube allant de 0.7 m/s à 29 m/s. Les pertes sont calculées à partir de l'équation (3.17) avec les champs de vitesse et de vorticité obtenus par simulations 2D. Afin de pouvoir comparer les calculs 3D de "vortex-sound" réalisés précédemment aux résultats des simulations, nous avons choisi d'estimer les pertes de la façon suivante. Le problème est considéré comme étant à symétrie de révolution autour de l'axe du tube. Seule une moitié du domaine de simulation est considérée. Le calcul des pertes par "vortex-sound" est effectué sur ce demi-espace puis l'élément de volume dV qui intervient dans l'équation (3.17) devient $dV = 2\pi x\ dxdy$.

Stationnarité des pertes calculées



(a) Pertes estimées par la théorie du vortex-sound pour chaque période de la simulation.

(b) Influence du nombre de périodes sur les pertes mesurées.
$+$: moyenne sur huit périodes
$\circ$: moyenne sur les cinq dernières périodes
$\square$: moyenne sur les deux dernières périodes.

FIG. *4.14: Pertes à la sortie du tube en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie.*

Les observations préliminaires montrent qu'il n'y a pas de régime permanent évident dès lors que des tourbillons sont présents. Il est donc nécessaire de faire des simulations sur un temps suffisamment long afin d'obtenir des résultats significatifs. Les simulations sont effectuées sur environ huit périodes et les pertes sont calculées par la méthode du "vortex-sound" pour chaque période. Pour les faibles niveaux d'excitation de la source, le régime permanent est rapidement atteint et les pertes calculées varient très peu d'une période à l'autre (Fig. 4.14(a)). A fort niveau d'excitation, les phénomènes de création-éjection de tourbillons provoquent un long régime transitoire. Les pertes calculées pour chaque période montrent des variations significatrices (Fig. 4.14). Ces variations sont particulièrement importantes au voisinage du changement de régime. Afin de filtrer ces variations, les calculs de pertes par "vortex-sound" sont arbitrairement effectués par la suite en moyenne sur les cinq dernières périodes.

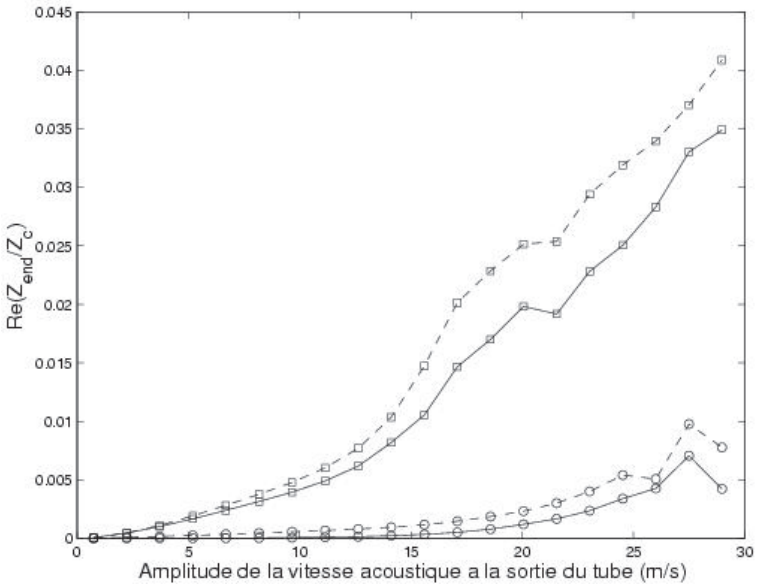


FIG. *4.15: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie du tube obtenue à partir de simulations LBM.*
□ *: pertes obtenues avec l'embout* $r = 0$ *mm ; en trait plein, pertes uniquement à l'extérieur du tube ; en pointillés, pertes dans tout l'espace.*
○ *: pertes obtenues avec l'embout* $r = 4$ *mm ; en trait plein, pertes uniquement à l'extérieur du tube ; en pointillés, pertes dans tout l'espace.*

Analyse des résultats

Les pertes sont calculées dans tout le domaine discrétisé et notamment à l'intérieur du tube ce qui n'était pas le cas dans les deux calculs précédents avec le modèle théorique ainsi qu'à partir des visualisations PIV. La figure 4.15 présente les pertes en terme de partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie pour un tube sans arrondi et pour un tube présentant un rayon de courbure $r = 4$ mm. Pour chaque géométrie, les pertes à l'extérieur uniquement et les pertes dans tout le domaine discrétisé sont présentées.

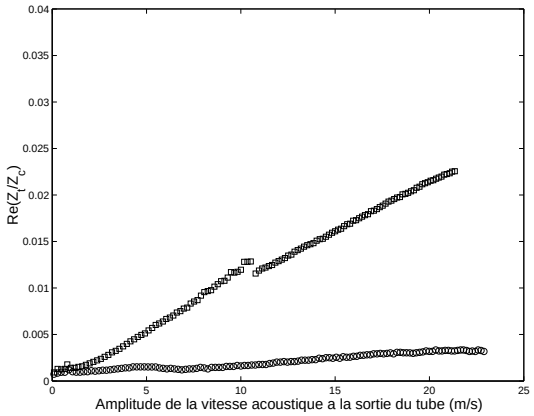
Les simulations sur les géométries $r = 0$ mm et $r = 4$ mm montrent bien une augmentation des pertes à la sortie du tube avec l'amplitude de la vitesse acoustique. La partie réelle de l'impédance terminale pour l'embout $r = 4$ mm est petite par rapport à celle calculée pour l'embout $r = 0$ mm. Il y a donc une influence significatrice du rayon de courbure sur les pertes estimées. Pour des vitesse de l'ordre de $v_{trans} \simeq 20$ m/s, la courbe des pertes calculées pour l'embout $r = 0$ mm présentent une discontinuité. Cette vitesse correspond approximativement à la transition entre les régimes de tourbillons attachés et de tourbillons expulsés dans les simulations. Une discontinuité semble aussi apparaître sur la courbe des pertes pour l'embout $r = 4$ mm aux alentours de $v_{trans} \simeq 27$ m/s. Cette vitesse correspond ici aussi à l'apparition du phénomène d'éjection des tourbillons.

Le biais introduit par l'hypothèse que les pertes n'ont lieu qu'à l'extérieur du tube et non pas à l'intérieur du tube comme proposé par Disselhorst & van Wijngaarden [32] peut être estimé. Les pertes à l'intérieur du tube sont au maximum de l'ordre de 20 % du total des pertes dans le domaine de simulation. Les pertes sont donc majoritairement "localisées" à l'extérieur du tube. Ceci valide après coup partiellement l'hypothèse retenue dans le sous-chapitre 3.2.1. Ajoutons

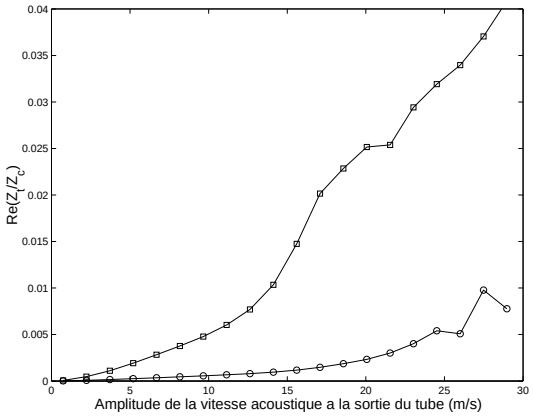
que ceci montre qu'il y a des pertes à la fois à l'intérieur et à l'extérieur du tube contrairement à la présentation faite par Disselhorst & van Wijngaarden [32].

4.3 Synthese des principaux résultats

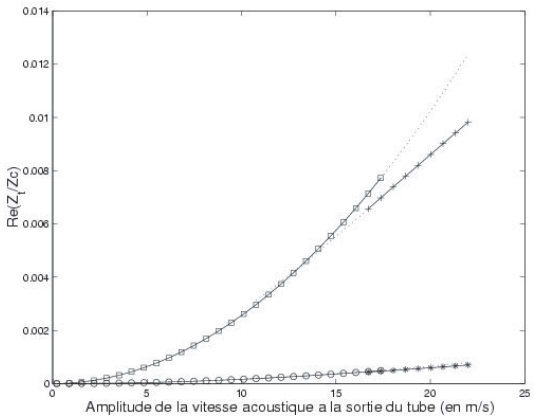
Les différents calculs de "vortex-sound" menés dans cette partie ont permis d'estimer les pertes à la sortie d'un tube ouvert. Trois principaux résultats ressortent de cette étude (Fig. 4.16).



(a) Estimation des pertes par une méthode à deux microphones (adapté de Fig. 2.2(b)).



(b) Estimation à partir de simulations numériques (adapté de Fig. 4.15).



(c) Estimation des pertes à partir d'un modèle théorique (adapté de Fig. 3.3 et Fig. 3.4).

FIG. *4.16: Partie réelle de l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique à la sortie estimée de trois façons différentes. Pour chaque figure,* $(\square)$ *embout* $r < 0.01$ *mm ;* $(\circ)$ *embout* $r = 4$ *mm.*

Les résultats expérimentaux issus des mesures par la méthode à deux microphones ont montré que, pour les "faibles" niveaux sonores, les pertes à la sortie du tube évoluent avec le carré de l'amplitude de la vitesse acoustique (Fig. 4.16(a)). Un modèle théorique basé sur la présence d'un unique anneau tourbillonnaire qui reste localisé au voisinage de la sortie du tube fait

ressortir analytiquement (Eq. (3.35)) une dépendance quadratique en l'amplitude de la vitesse acoustique des pertes à la sortie du tube. De la même façon, le calcul de "vortex-sound" mené à partir des simulations numériques LBM montre que la partie réelle de l'impédance terminale varie approximativement comme le carré de la vitesse acoustique (Fig. 4.16(b)).

Les mesures à deux microphones montrent également que, lorsque le rayon de courbure des bords du tube augmente, le taux de variation des pertes diminue. Ce résultat est retrouvé par les calculs de "vortex-sound" menés à partir d'un modèle théorique et à partir de simulations numériques. L'influence de la présence d'un rayon de courbure sur les pertes estimées est prise en compte dans le modèle en considérant un élargissement de l'anneau tourbillonnaire : le taux de variation des pertes diminue lorsque le rayon de l'anneau tourbillonnaire augmente. Les simulations sur des géométries $r = 0$ mm et $r = 4$ mm montrent aussi que les pertes sont moins importantes lorsque le rayon de courbure des bords du tube est plus important.

Les expériences de la première partie du document ont montré l'apparition d'une discontinuité dans la courbe représentant l'impédance terminale en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique pour l'embout de géométrie $r < 0.01$ mm (Fig. 4.16(a)). Les observations PIV ont permis de montrer que cette discontinuité dans la courbe est liée à l'apparition d'une transition de régime du fluide à la sortie du tube : il y a passage d'un régime d'anneaux tourbillonnaires localisés au voisinage des bords du tube à un régime d'anneaux tourbillonnaires expulsés. Les simulations numériques LBM, bien qu'effectuées sur une géométrie bidimensionnelle "ramenée" à trois dimensions, ont permis de retrouver ces deux régimes. Le calcul de "vortex-sound" mené à partir de ces simulations fait apparaître une discontinuité dans les pertes estimées à la sortie du tube pour les vitesses voisines de la vitesse de transition v_{trans} entre les deux régimes (Fig. 4.16(b)). Il faut noter qu'aux alentours de cette vitesse v_{trans}, les pertes calculées varient significativement selon le nombre de périodes prises en compte. Ce phénomène est à rapprocher de l'instabilité de phase du signal microphonique évoqué dans la première partie pour des vitesses acoustiques proches de v_{trans}. Ceci semble montrer que les phénomènes d'éjection de tourbillons sont fortement instationnaires. Le calcul de "vortex-sound" mené à partir d'un modèle théorique rend compte d'une discontinuité dans la courbe de partie réelle de l'impédance terminale si on imagine une transition d'un modèle d'anneau tourbillonnnaire localisé à un modèle d'anneau tourbillonnaire expulsé (Fig. 4.16(c)). En l'état, nous ne prédisons pas la vitesse de transition v_{trans} à l'aide de ce modèle simplifié. Pour aller plus loin sur cet aspect, il faudrait envisager une analyse de stabilité par exemple.

Pour des vitesses acoustiques supérieures à la vitesse de transition de régime v_{trans}, les expériences ont montré que la partie réelle de l'impédance terminale évolue quasi linéairement avec la vitesse acoustique (Fig. 4.16(a)). Le modèle théorique exposé au sous-chapitre 3.2 permet de retrouver une telle dépendance des pertes estimées en fonction de la vitesse à la sortie du tube (Fig. 4.16(c)). De plus, l'ordre de grandeur des pertes calculées est comparable à celui obtenu dans les expériences. Les simulations de LBM semblent aussi donner un résultat de ce type (Fig. 4.16(b)) mais comme les phénomènes d'éjection de tourbillons sont fortement instationnaires, les variations dans les pertes estimées sont grandes pour les forts niveaux sonores et il est difficile de confirmer le résultat obtenu par le modèle théorique.

Troisième partie

Application au fonctionnement des instruments à vent à anche simple

Introduction

Les pertes non-linéaires à la sortie d'un tube ont été mises en évidence et en partie modélisées dans les chapitres précédents. Nous proposons maintenant d'analyser les conséquences que peuvent avoir les pertes non linéaires sur le fonctionnement d'un instrument de musique à trous latéraux. Cette partie reproduit un article en anglais paru dans la revue *Applied Acoustics* [1]. Dans cet article, il est montré expérimentalement et à l'aide de simulations numériques que la dynamique de jeu d'un instrument à vent dépend directement des pertes dans l'instruments et que cette dynamique est étendue lorsque les pertes non-linéaires à la sortie sont minimisées.

Dans un premier sous-chapitre, un modèle physique simplifié de la clarinette en situation de jeu est présenté. Une méthode de simulation dans le domaine temporel adaptée de Schumacher [76] est utilisée afin de simuler les régimes d'oscillations acoustiques dans la clarinette. Des pertes localisées à la sortie du tube basées sur les résultats des mesures d'impédance terminale présentées en première partie sont ensuite introduites dans le modèle théorique. Les simulations montrent que la plage de fonctionnement de la clarinette est significativement réduite lorsque des pertes non-linéaires à la sortie du tube sont introduites.

Le deuxième sous-chapitre présente des mesures effectuées sur un instrument de type clarinette couplé à une bouche artificielle. La clarinette simplifiée consiste en une embouchure de clarinette sur laquelle est ajusté un tube cylindrique terminé par les embouts présentés dans la première partie du document. Une estimation des paramètres relatifs à la clarinette est effectuée. Ces paramètres sont introduits dans les simulations afin d'effectuer une comparaison des signaux issus des simulations et des mesures expérimentales. Les expériences et les simulations conduisent qualitativement aux mêmes résultats. Lors d'un crescendo (augmentation de la pression dans la bouche), le seuil d'extinction de la clarinette est d'autant plus grand que les pertes sont faibles. Lors d'un decrescendo, les seuils de réouverture de l'anche et d'extinction de la clarinette sont les mêmes quelles que soient les pertes non-linéaires, et sont inférieurs à ceux obtenus lors des crescendos. Ces observations illustrent la nature "inverse" de la bifurcation à l'extinction [25].

Chapitre 5

Saturation mechanism in clarinet-like instruments, the effect of the localised non-linear losses.

Sommaire

5.1 Introduction 93
5.2 Theory 95
5.2.1 Elementary model 95
5.2.2 Simulation method 97
5.2.3 Models for localised non-linear losses 101
5.2.4 Simulation method with non-linear losses 102
5.3 Experiments 104
5.3.1 Experimental set-up and procedure 104
5.3.2 Estimation of the parameters for the simulations 105
5.3.3 Comparisons between the experimental results and the simulations . . 107
5.4 Conclusion and prospects 108

5.1 Introduction

Many papers have been devoted to single-reed instruments (for a first overview, see for example Nederveen [58], Fletcher and Rossing [36], Hirschberg [42], Kergomard [50]). These papers can be classified in two groups. In the first group, papers are dedicated to the study and modelling of a specific part of the instrument (acoustical resonator part, mechanical behaviour of the reed, hydrodynamic behaviour of the air entering into the mouthpiece). In the second group, papers are dedicated to the oscillation behaviour of the instrument under playing conditions. The first attempt to derive theoretically periodic oscillation regimes defined by their fundamental frequency and their spectrum is due to Worman [86]. His results are at the origin of many works, such as the one by Benade and Kouzoupis [6] who derived semi-empirical formulae fitted with experimental results. Mc Intyre et al [48] have shown how musical instruments like bowed string and wind instruments can be modelled as a non-linear closed feedback loop operating in free oscillations. More recently Grand et al [39] have extended Worman's work

in order to find both the nature of the bifurcation of the trivial solution depending on the excitator and the resonator characteristics, and the spectrum of the small periodic oscillations in the direct bifurcation case. On the other hand, great attention has been paid to lossless models, the solutions of which are squared signals, analogue to the Helmholtz motion in string instruments. These two approaches have been linked in [24]. In all these works attention is focused on the permanent regime and its stability and especially on the threshold of oscillation, that is the minimum mouth pressure for which oscillations occur.

The question of what limits the amplitude of the oscillations, although essential for the musician, has been somewhat neglected. The importance of reduced non-linear losses to extending the playing range of a clarinet by rounding its corners has been reported in [3] referring to the study of Benade and Cuddeback [4]. By playing experiments before and after rounding the corners of clarinet tone holes and joint edges, the dynamic range is extended. More recently this point has been discussed in [22]. In this paper it is shown that, due to losses the pressure in the mouthpiece becomes too low to ensure the reopening of the reed or at least to ensure a sufficient reed opening to provide the flow needed to sustain the oscillation. In this paper it is also suggested that linear losses (viscothermal losses in the tube) are not sufficient to explain the low value of the maximum mouth pressure for which there is extinction of periodic oscillations.

As pointed out by Hirschberg in [42], non-linear behaviour due to flow separation and vortex shedding should certainly be expected in the open holes and terminations of woodwinds under realistic playing conditions. Although systematic studies of extra losses at open-ended tubes have been carried out in the past (see for example Ingard [46], Disselhorst [32], Peters [67]), it is not a priori obvious what the impact of these phenomena is on the sound production produced by wind instruments. Bouasse [10] said that the horn of brass instruments might reduce vortex shedding at the pipe end. More recently Coltman [18] measured that non-linear turbulent losses are substantial and said that, in any quantitative treatment of the flute as an oscillation system, these non-linear losses must be taken into account. One of the aims of the present paper is to investigate how non-linear losses at the open end of a pipe influence the playing range of the instrument.

The role of non-linear losses in the operation of a wind instrument has been mentioned in some papers [58, 42, 49]. It is now clear that the bad operation of the puzzling "silent clarinet" described in Benade and Keefe [5] (a clarinet with small and short holes which has the same input impedance as a standard clarinet) is due to non-linear effects in side holes [5, 27]. Non-linear losses may also be a main cause of the sound level difference between a baroque flute and a modern flute [16, 21] and more generally between wind instruments with small holes (baroque instruments) and wind instruments with large holes (Boehm instruments). It is not the subject of the present paper to investigate the question of the side holes but only to show that non-linear losses may have an influence on the playing range of a wind instrument.

In a wind instrument, non-linear losses are proportional to the hole cross-section, and also depend on the hole geometry [27]. In particular the radius of curvature of the edges have a great influence on the losses : the more rounded the edges, the smaller the losses [2]. In the present study, the first open hole is the open end of a straight tube, and the effects of variation of the diameter of a side hole are not studied. In order to vary the influence of non-linear losses, only the radius of curvature of the pipe end is varied. The study of the non-linear losses induced by the different terminations has been the object of a specific study [2] of which the main results are summarised in section 5.2.

To investigate this, two tools are used. The first tool is an experimental setup including an artificial blowing machine. This blowing machine has been used in previous studies [24, 38,

26, 23]. The clarinet is replaced here with a straight cylinder, the termination of which can be modified in order to vary the non-linear loss parameters. The following experiments are done for different pipe terminations. Starting from zero, the pressure is increased until oscillations start and then stop. Then the pressure is decreased until oscillations start and then stop again. During these experiments both the mouth pressure and the pressure in the mouthpiece are measured.

The second tool is a numerical simulation. This simulation is based on the "simplest" model of a clarinet mouthpiece. Despite its simplicity this model has been validated with experiments. The values of the parameters used in the simulation are deduced from experiments [26]. The clarinet is modelled as an open cylinder with frequency-independent losses (the model is called "Raman's" model in [63]).The sample frequency is the lowest possible : the time step used for the simulation is half of the period of the oscillation. Finally this simulation is modified in order to include non-linear losses at the end of the pipe. The value of the parameter on which the non-linear losses depend is also deduced from experiments [2]. Results are analysed and compared with experiments.

The present paper is divided into four sections. After this brief introduction, the theoretical background is presented in section 5.2. A simplified physical model of the clarinet-like instrument and the simulation method for calculating the acoustical oscillations are summarized in sections 5.2.1 and 5.2.2. A first attempt to take into account localised non-linear losses in the model and the modified simulation method are presented in sections 5.2.3 and 5.2.4. The experimental device and procedure are described in section 5.3. The experiments are performed using a clarinet-like instrument coupled to an artificial mouth, the clarinet-like instrument being a clarinet mouthpiece fitted to a cylindrical tube with different terminations as described in section 5.3.1. The estimation from the experiments of the parameters for the simulations is given in section 5.3.2. The results of the measurements are compared with theoretical results obtained from the simulations in section 5.3.3. Finally the perspectives of this work are discussed in the conclusion, section 5.4.

5.2 Theory

5.2.1 Elementary model

The "simplest" model of a clarinet is made up of only two equations : one for the non-linear excitation mechanism (reed-mouthpiece system) and one for the resonator, usually regarded as a linear system. The two equations make the coupling between the two following variables : $u(t)$, the volume flow entering into the instrument, and $p(t)$, the acoustical pressure in the mouthpiece (Fig. 5.1).

The first equation gives the volume flow at the input of the instrument :

$$u = S_j \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \tag{5.1}$$

where S_j is the cross section of the jet created at the end of the reed channel and ρ is the density of the air. Δp is the pressure difference between the mouth and the mouthpiece. It is derived from the Bernoulli equation assuming a turbulent dissipation of the energy in the jet without recovery of pressure (in a quasi-stationary approximation) [42]. Δp is related to the acoustic pressure $p(t)$ by :

$$\Delta p = P_m - p(t) \tag{5.2}$$

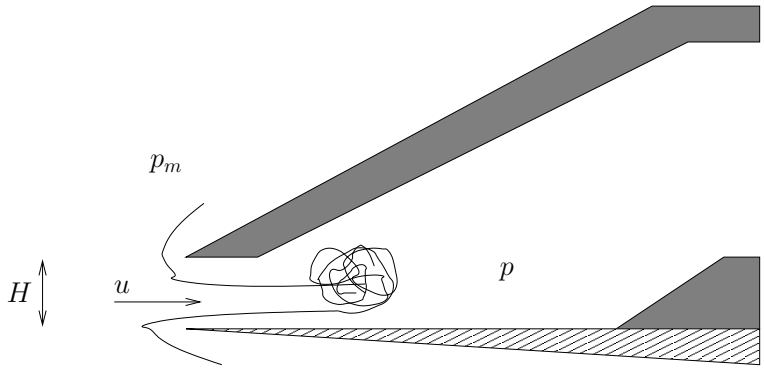


FIG. *5.1: Schematic view of a clarinet mouthpiece*

where P_m is the mouth pressure which is assumed to be constant. The jet cross section is assumed to be proportional to the reed opening H :

$$S_j = wH \tag{5.3}$$

where w is the effective width of the reed channel (for experimental evidence see Dalmont et al [26]). Ignoring the dynamics of the reed, the reed opening variation is assumed to be proportional to the pressure difference Δp which leads to

$$u = w(H_0 - \frac{\Delta p}{k})\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \tag{5.4}$$

where H_0 is the reed opening at rest ($P_m = 0$) and k the reed stiffness. Moreover, if the pressure difference is larger than a limit value P_M, the reed is assumed to close the opening ($H = 0$) and the flow entering into the mouthpiece is equal to zero. The limit value P_M for which the reed closes the opening is given by $P_M = kH_0$. It is the minimum value of the mouth pressure for which the static solution corresponding to the reed blocked against the lay is stable. Finally the volume flow u can be written as a non-linear function of the acoustic pressure p :

$$u = \begin{cases} wH_0(1 - \frac{P_m - p}{P_M})\sqrt{\frac{2(P_m - p)}{\rho}} & \text{if} \quad P_m - p \leq P_M, \\ 0 & \text{if} \quad P_m - p \geq P_M. \end{cases} \tag{5.5}$$

In Dalmont et al [26] it is shown that the model corresponds reasonably to reality except that in practice the reed channel seems to be never completely closed.

The resonator is classically described in the frequency domain (ω being the angular frequency) by its input impedance $Z(\omega) = P(\omega)/U(\omega)$, where $P(\omega)$ and $U(\omega)$ are the Fourier transforms of the pressure $p(t)$ and the volume velocity $u(t)$, respectively. Yet, in this paper, the input impedance of the resonator is defined as $Z(\omega) = P(\omega)/V(\omega)$, where $V(\omega)$ is the Fourier transform of the acoustic velocity averaged over the cross sectional area of the tube $v(t) = u(t)/S$. However, the resonator can be described in the time domain too, using its impulse response $h(t)$, where $h(t)$ is the inverse Fourier transform of the impedance :

$$p(t) = h(t) * v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-s)v(s)ds. \tag{5.6}$$

5.2.2 Simulation method

In order to calculate the oscillations, a discrete-time simulation technique is adapted from Schumacher [76]. Direct numerical integration of the convolution equation, Eq. (5.6), would be time-consuming ; using the reflection function $r(t)$ is more efficient than using the impulse response. The reflection function is the inverse Fourier transform of the reflection coefficient $R(\omega)$ defined from the impedance as follows :

$$R(\omega) = \frac{Z(\omega) - \rho c}{Z(\omega) + \rho c} \tag{5.7}$$

where ρc is the characteristic impedance of the cylindrical tube. After some algebra, the convolution equation, Eq. (5.6), is rewritten as follows :

$$p(t) = \rho c\, v(t) + r(t) * (p(t) + \rho c\, v(t))\,. \tag{5.8}$$

For simplification the clarinet is approximated as a pure cylinder open at the end. Ignoring losses, the reflection function is a delayed Dirac function :

$$r(t) = -\delta(t - 2\tau) \tag{5.9}$$

where $\tau = L/c$, L being the length of the tube and c the speed of sound in free space. Under these conditions, Eq. (5.8) can simply be replaced by :

$$p(t) = \rho c\, v(t) + p_{inc}, \tag{5.10}$$

with $p_{inc} = -p(t - 2\tau) - \rho c\, v(t - 2\tau)$. Eq. (5.10) says that $p(t)$ is proportional to the volume current at the instant, plus the "incident" pressure wave p_{inc} from the open end, which represents the increasingly dim memory the system has of its past [76]. The two Eqs. (5.5) and (5.10) yield a non-linear equation with only one unknown at the present time t, the acoustical pressure $p(t)$:

$$p(t) - \rho c\, F_{NL}\{p(t)\} - p_{inc} = 0 \tag{5.11}$$

where F_{NL} is the non-linear relationship defining $v(t)$ as a function of $p(t)$ (Eq. (5.5), with $v(t) = u(t)/S$). In the case of the lossless cylindrical tube, assuming that the sampling frequency $F_s = 1/\Delta t$ is given by $F_s = 1/2\tau$ (i.e. $\Delta t = 2\tau$), Eq. (5.11) yields :

$$p[n] - \rho c\, F_{NL}\{p[n]\} + p[n-1] + \rho c\, F_{NL}\{p[n-1]\} = 0 \tag{5.12}$$

where $p[n]$ and $p[n-1]$ are the acoustical pressure at $t = n\Delta t = 2n\tau$ and $t = (n-1)\Delta t = 2(n-1)\tau$ respectively. Then, given as an initial condition the acoustical pressure at $t = 0$, the acoustical pressure can be calculated step by step in time. This yields the periodic oscillations corresponding to the fundamental regime of the clarinet-like instrument using the lowest possible sample frequency (2 points per period of oscillations). As remarked by Mc Intyre et al [48], these simulations have been found capable of mimicking basic aspects of the strongly non-linear behaviour of the clarinet. Following them, Maganza et al [53] have exhibited sequences of period doubling ; Kergomard in [50] carried out an extensive study of transient and periodic regimes of the clarinet-like instrument.

Until now the cylindrical tube has been considered as being lossless. Two kinds of linear losses can be considered when studying wind instruments : the viscothermal losses in the pipe

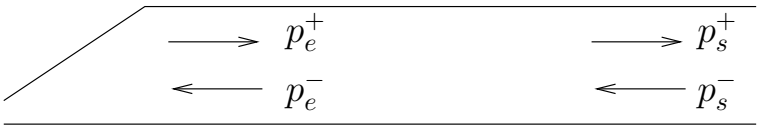


FIG. *5.2: Positive and negative going plane wave pressures at the input (p_e^+ and p_e^- respectively) and at the open end of the pipe (p_s^+ and p_s^- respectively)*

and the radiation losses in its open end. For the lowest register of reed instruments, the quality factor of the resonator is mainly determined by the viscothermal losses. These losses can be described by the amplitude transmission coefficient β which is positive and slightly less than one, assuming losses independent of frequency. The positive and negative going plane wave pressures (Fig. 5.2) at the input (p_e^+ and p_e^- respectively) and at the open end of the pipe (p_s^+ and p_s^- respectively) are linked as follows to take into account the wave propagation and the attenuation along the pipe :

$$\begin{cases} p_s^+(t) = \beta p_e^+(t-\tau), \\ p_e^-(t) = \beta p_s^-(t-\tau). \end{cases} \tag{5.13}$$

This is valid without dispersion and assuming a loss parameter independent of the frequency. Then the reflection function, assuming a total reflection at the end of the tube, becomes a delayed Dirac function multiplied by the transmission coefficient β squared :

$$r(t) = -\beta^2 \delta(t-2\tau). \tag{5.14}$$

Under these conditions Eq. (5.12) can be simply rewritten :

$$p[n] - \rho c\, F_{NL}\{p[n]\} + \beta^2 \left\{p[n-1] + \rho c\, F_{NL}\{p[n-1]\}\right\} = 0. \tag{5.15}$$

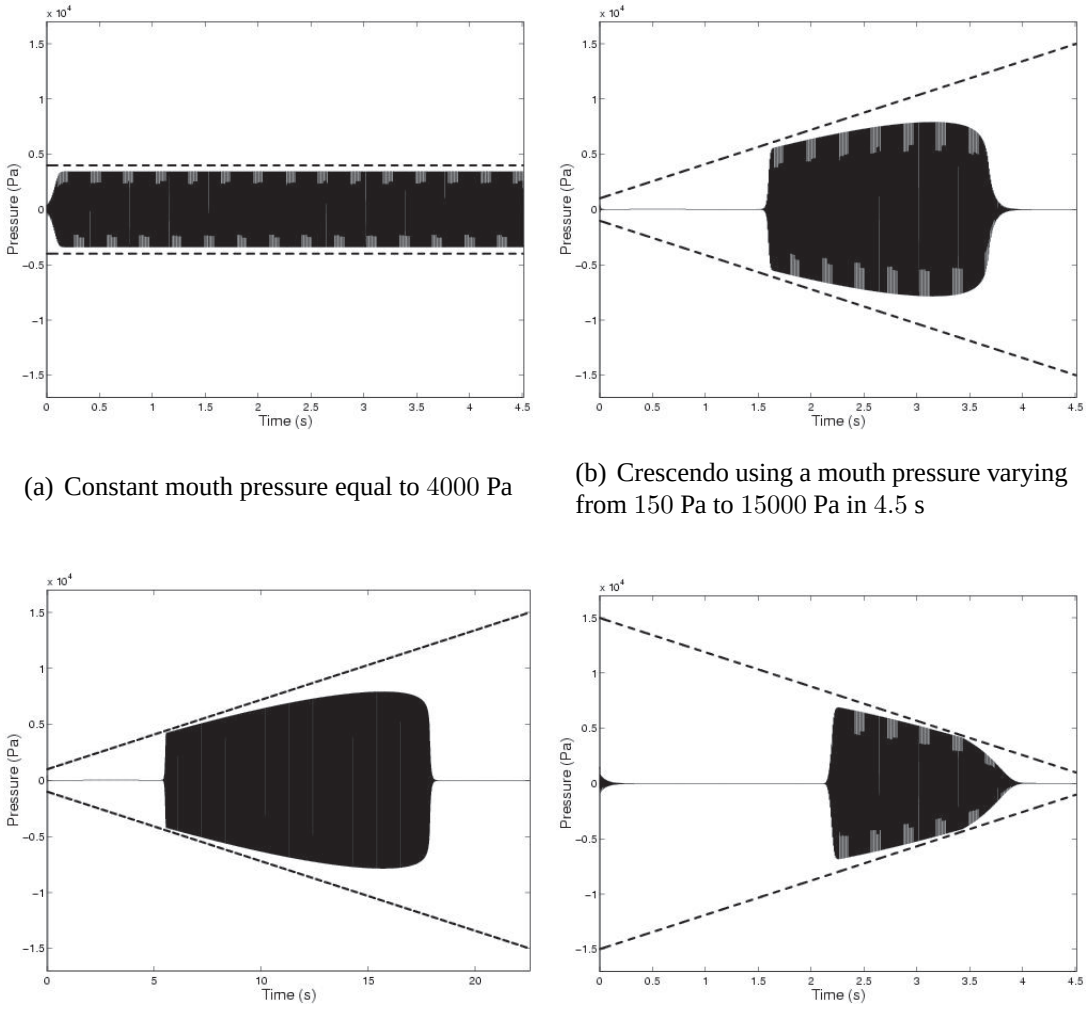
Knowing that $p_e(t) = p_e^+(t) + p_e^-(t)$ and $\rho c v_e(t) = p_e^+(t) - p_e^-(t)$, p_{inc} is two times the negative going pressure $p_e^-(t)$ in the input of the pipe. Furthermore the reflection function $r(t)$ is the response of the negative going pressure $p_e^-(t)$ to a positive going pressure $p_e^+(t)$ being a Dirac function. Then p_{inc} can be written as follows :

$$p_{inc} = 2p_e^-(t) = r(t) * 2p_e^+(t). \tag{5.16}$$

In other words, p_{inc} can be obtained from $p_e^-(t)$ calculated as a function of $p_e^+(t)$.

Some typical simulated acoustical mouthpiece pressures are displayed in Fig. 5.3. The main parameter of the simulations is the mouth pressure P_m. If the simulation is run using a constant value of P_m, then a steady sound is obtained (Fig. 5.3(a)) after an initial transient due to the instantaneous variation from zero to P_m at the zero time. If P_m is slowly increasing, the simulation models a musical crescendo (Figs. 5.3(b) and 5.3(c)) ; and if P_m is slowly decreasing, the simulation models a musical decrescendo (Fig. 5.3(d)).

In order to compare the simulation results with the experimental ones, it is useful to display the envelope of the pressure fluctuations. The chosen sampling frequency F_s implies two samples per period of oscillation, and the fluctuating pressure is symmetrical, thus the envelope is easily obtained by displaying the absolute value of the simulated pressure. Fig. 5.4 shows the amplitude of the acoustical mouthpiece pressures displayed in Figs. 5.3(c) and 5.3(d) plotted as a function of P_m (Figs. 5.4(a) and 5.4(b)). This display mode allows the comparison between the crescendo and decrescendo.



(a) Constant mouth pressure equal to 4000 Pa

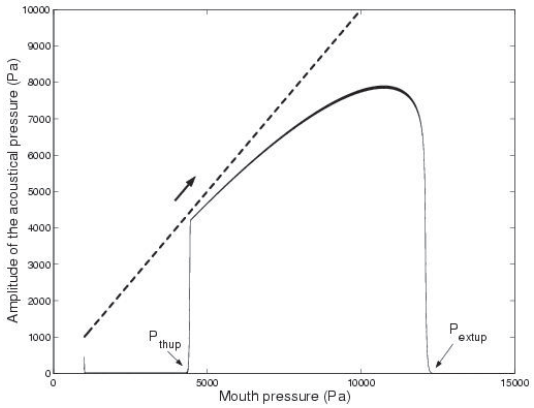
(b) Crescendo using a mouth pressure varying from 150 Pa to 15000 Pa in 4.5 s

(c) Crescendo using a mouth pressure varying from 150 Pa to 15000 Pa in 22.5 s

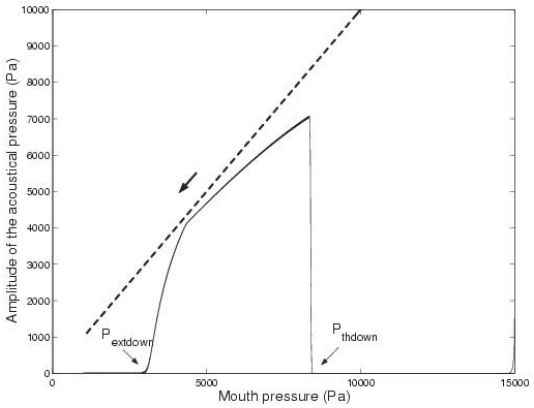
(d) Decrescendo using a mouth pressure varying from 15000 Pa to 150 Pa in 4.5 s

FIG. *5.3: Mouth pressure P_m and its opposite $-P_m$ $(---)$, and resultant simulated acoustical mouthpiece pressure $(-)$, as a function of time.*

When a reed instrument is blown with an increasing mouth pressure (see Fig. 5.4(a)), the oscillation starts at a given pressure P_{thup} named "threshold of oscillation for increasing pressure". Then the amplitude increases with the mouth pressure, reaches a maximum, decreases, and stops suddenly at a pressure P_{extup} named "extinction threshold for increasing pressure". Above this pressure the reed is definitely closed. If now the pressure is decreased (Fig. 5.4(b)) the oscillation starts at a pressure P_{thdown} named "threshold of oscillation for decreasing pressure", and rises rapidly to a maximum amplitude. Then the amplitude decreases with decreasing mouth pressure, and stops again at a pressure $P_{extdown}$ named "extinction threshold for decreasing pressure". P_{thup} is found from Fig. 5.4(a) to be close to 4400 Pa. It is significantly higher than P_{th} the threshold of instability of the reed equilibrium position ($P_{th} = 3350$ Pa). Obviously if the duration of the simulated crescendo is increased, then P_{thup} is decreasing toward the theoretical threshold P_{th}. P_{thdown} is found from Fig. 5.4(b) to be close to 8200 Pa. It is slightly lower than $P_M = 8500$ Pa. If the duration of the simulated decrescendo is increased, then P_{thdown} is



(a) Amplitude of the simulated acoustical pressure as a function of the mouth pressure

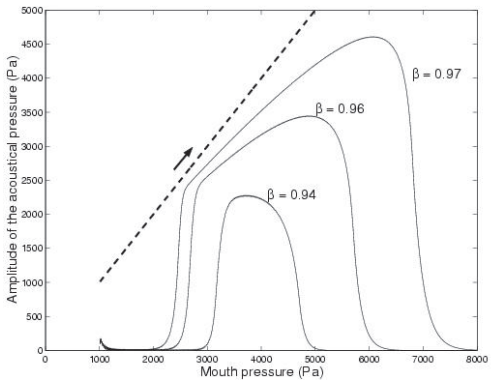


(b) Amplitude of the simulated acoustical pressure as a function of the mouth pressure

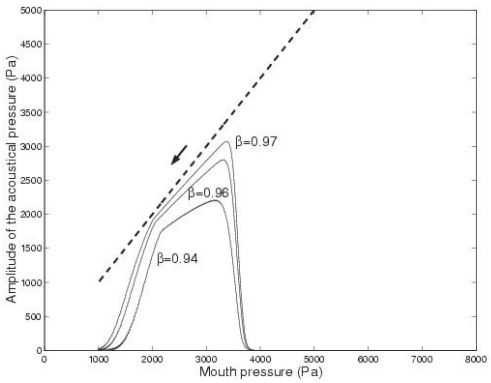
FIG. *5.4: (a) : crescendo using a mouth pressure varying from* 150 *Pa to* 15000 *Pa in* 22.5 *s. (b) : decrescendo using a mouth pressure varying from* 15000 *Pa to* 150 *Pa in* 22.5 *s.* $(-)$ *simulated acoustical mouthpiece pressure.* $(- - -)$ *mouth pressure.*

increasing toward P_M.

The influence of losses on the saturation mechanism is illustrated in Fig. 5.5. Simulations are done using different values for the transmission coefficient β : the realistic value $\beta = 0.97$, and the other values $\beta = 0.96$ and $\beta = 0.94$. The simulations correspond to a tight embouchure ($P_M = 4000$ Pa). They are obtained for a mouth pressure P_m varying linearly from 150 Pa to 15000 Pa during 22.5 s (crescendo, Fig. 5.5(a)) and the other way round (decrescendo, Fig. 5.5(b)).



(a) Crescendo from 150 Pa to 15000 Pa.



(b) Decrescendo from 15000 Pa to 150 Pa.

FIG. *5.5: Amplitude of the acoustic pressure as a function of the mouth pressure. Simulations with different values of transmission coefficient* $\beta = 0.97, 0.96, 0.94$.

First, some conclusions can be drawn from the "crescendo" simulations (Fig. 5.5(a)). On the one hand it appears that the mouth pressure P_{extup} for which the oscillations stop decreases with increasing losses. It is infinite for $\beta = 1$ and decreases from 6800 Pa for $\beta = 0.97$, to

4600 Pa for $\beta = 0.94$, but remains higher than 4000 Pa, the value of P_M. It is clear that P_{extup} directly depends on the loss coefficient β. In contrast, the mouth pressure P_{thdown} for which the oscillations start during the decrescendo is not influenced by the losses (Fig. 5.5(b)). P_{thdown} remains always close to $P_M = 4000$ Pa when β is decreasing from 0.97 to 0.94. This hysteretic phenomenon shows that the clarinet-like system exhibits an inverse bifurcation — which is a typical scheme in non-linear dynamics [7, 40] — at the extinction. Analytical study is required for the derivation of the bifurcation diagram, and then to determine under which conditions this inverse bifurcation occurs.

5.2.3 Models for localised non-linear losses

In this subsection, a first attempt to take into account localised non-linear losses in the model is presented. Then the simulation technique in discrete time-domain presented in the previous subsection is adapted in the following section. When the acoustic displacement of the fluid particles becomes important, non-linear behaviour due to flow separation is expected, and extra non-linear losses have to be taken into account. Systematic studies of these extra losses in open-ended tubes have been carried out in the past : see for example pioneering works of Ingard [46, 47], and more elaborate theoretical and experimental work in Disselhorst [32] and Peters [67].

For low Strouhal numbers, i.e. high amplitudes of the acoustic velocity, Disselhorst [32] and Peters [67] have developed a quasi-stationary model in order to describe the oscillating flow at the open pipe termination. During half a period, the acoustic velocity is oriented out of the tube and a jet-like outflow is assumed with a turbulent recovery region. During the second half-period, the acoustic velocity is oriented into the tube and there is a possible formation of a vena-contracta type of inflow with a turbulent recovery region. Acoustic energy is dissipated by the vortices in the turbulent mixing zones. The acoustic power P_{ac} dissipated in the vortices, averaged over a period of the acoustic oscillation, assuming a purely harmonic acoustic velocity, is found to be (Peters [67]) :

$$P_{ac} = \frac{2c_d}{3\pi}\frac{1}{2}\rho v_{ac}^3 S \tag{5.17}$$

where S is the cross-sectional area of the tube and v_{ac} the amplitude of the acoustic velocity at the tube open end. The parameter c_d depends on the geometry of the pipe end, and is theoretically equal to 2 for a thin-walled unflanged pipe and to $13/9$ for a flanged pipe with sharp edges. The acoustic power P_{ac} can also be expressed as a function of the termination impedance Z_{end} :

$$P_{ac} = \frac{1}{2}v_{ac}^2 S\,\mathrm{Re}(Z_{end}) \tag{5.18}$$

which leads, using Eq. (5.17), to :

$$\mathrm{Re}(\frac{Z_{end}}{\rho c}) = \frac{2c_d}{3\pi}\frac{v_{ac}}{c} \tag{5.19}$$

It should be noted that the concept of impedance is theoretically valid only in the field of linear acoustics. It can be shown that the result given in Eq. (5.19) is strictly correct only in the case of a harmonic acoustic velocity.

5.2.4 Simulation method with non-linear losses

Now, non-linear losses have to be included in the simulation. The main simplification of our approach is the direct translation of the quasi stationary models to the unsteady case, by using the following boundary condition between the acoustic pressure p_s and the acoustic velocity averaged over the cross sectional area at the open end of the pipe v_s :

$$p_s(t) = \left(\frac{c_d}{2}\right)\frac{1}{2}\rho v_s^2(t)\,\mathrm{sgn}(v_s) \tag{5.20}$$

where $\mathrm{sgn}(v_s) = +1$ if the acoustic velocity v_s is oriented out of the pipe, and $\mathrm{sgn}(v_s) = -1$ if the acoustic velocity v_s is oriented into the pipe. From the boundary condition defined by Eq. (5.20), it is possible to check, in the case of a purely harmonic velocity, that the absorbed acoustic power P_{ac} averaged over a period of the acoustic oscillation is the same as that expressed in Eq. (5.17). Notice that when a clarinet is played, there is a mean flow which has not been taken into account in the discussion before. For the situation where the clarinet is played at a frequency close to a resonance frequency of the resonator, it is assumed that the mean flow is small compared with the amplitude of the acoustical velocity at the open end of the pipe. Then it is sensible to neglect the effect of the mean flow in our problem [62].

The simulation technique in discrete time-domain presented in section 5.2.2 has to be adapted to take into account the localised non-linear losses using Eq. (5.20). Because of the non-linear losses the pressure p_{inc} defined by Eq. (5.10) has to be calculated again. In other words following Eq. (5.16), the input negative going pressure p_e^- has to be calculated as a function of the input positive going pressure p_e^+. The boundary condition in the open end of the tube, Eq. (5.20), is written in terms of positive and negative going pressures :

$$p_s^- = -p_s^+ + \left(\frac{c_d}{2}\right)\frac{1}{2}\rho v_s^2\,\mathrm{sgn}(v_s). \tag{5.21}$$

If losses are small, the ideal open-end boundary condition is $p_s = 0$. Knowing that $p_s = p_s^+ + p_s^-$ and $\rho c v_s = p_s^+ - p_s^-$, v_s can be approximated by $v_s = 2p_s^+/\rho c$. As an example, considering $v_s = 30$ m/s and $c_d = 2$ leads to $(\frac{c_d}{2})\frac{1}{2}\rho v_s^2 \approx 540$ Pa which is small compared to p_s^+ in realistic situations ($p_s^+ \approx P_m > 5000$ Pa at high level). Using this approximation Eq. (5.21) can be replaced by

$$p_s^- = -p_s^+ + \left(\frac{c_d}{2}\right)\frac{1}{2}\rho\left(\frac{2p_s^+}{\rho c}\right)^2\mathrm{sgn}(p_s^+). \tag{5.22}$$

This equation combined with Eq. (5.13) leads to the relationship between the input negative going pressure p_e^- and the input positive going pressure p_e^+ :

$$p_e^- = -\beta^2 p_e^+(t-2\tau)\left[1 - \beta c_d\frac{|p_e^+(t-2\tau)|}{\rho c^2}\right]. \tag{5.23}$$

Then the simulation method presented in section 5.2.2 remains effective by using the new definition of p_{inc} as a function of the delayed acoustical pressure $p(t-2\tau)$ and velocity $v(t-2\tau)$:

$$p_{inc} = -\beta^2[p(t-2\tau) + \rho c\, v(t-2\tau)]\left[1 - \beta c_d\frac{|p(t-2\tau) + \rho c\, v(t-2\tau)|}{\rho c^2}\right]. \tag{5.24}$$

In the discrete-time representation, the acoustical pressure is calculated step by step in time from solving the following Eq. (5.25) in place of Eq. (5.12) :

$$p[n] - \rho c\, F_{NL}\{p[n]\} + \beta^2\{p[n-1] + \rho c\, F_{NL}\{p[n-1]\}\}\left[1 - \beta c_d\frac{|p[n-1] + \rho c\, F_{NL}\{p[n-1]\}|}{\rho c^2}\right] = 0. \tag{5.25}$$

Simulations are run in order to show the influence of the non-linear losses on the saturation mechanism (see Fig. 5.6). The simulations are done with the same input parameters as above ($P_M = 4000$ Pa, P_m varying linearly from 150 Pa to 15000 Pa, crescendo, during 22.5 s). Comparing a simulation with linear losses only ($\beta = 0.97$) with a simulation where some non-linear losses are added ($c_d = 1.7$), it appears that the extinction mouth pressure P_{extup} decreases when the non-linear losses are added. Typically P_{extup} is decreased from 6800 Pa to 5700 Pa (see Fig. 5.6). In that sense, the added non-linear losses imply the same kind of effect as an increase of the linear losses, i.e. an increase of β (Fig. 5.5). Again the playing range is influenced by the amount of losses.

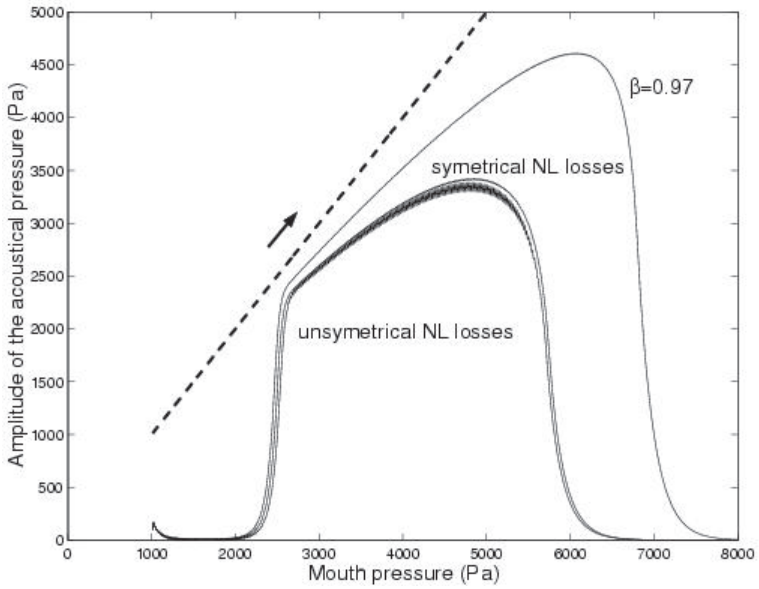


FIG. *5.6: Amplitude of the acoustic pressure as a function of the mouth pressure. Simulations with different models of losses :*
- linear losses only ($\beta = 0.97$)
- linear losses ($\beta = 0.97$) and "symmetrical" non-linear losses ($c_d = 1.7$)
- linear losses ($\beta = 0.97$) and "asymmetrical" non-linear losses ($c_d = 1.7$)

As noted above, the main simplification of our approach is the direct translation of the quasi stationary models to the unsteady case. By using Eq. (5.20), the boundary condition at the open end of the pipe is symmetrical. That is, the non-linear loss term is the same for an out-going flow and an in-going flow. It is well known that the phenomena are asymmetrical (see for example Disselhorst [32]). The flow separation which occurs upon outflow is more pronounced than the one which occurs upon inflow. It is possible to take into account an asymmetrical effect by adapting the boundary condition, assuming for example that no non-linear losses occur upon inflow, Eq. (5.26), and twice the non-linear losses occur upon outflow, Eq. (5.27) :

$$\text{if } v_s < 0 \quad \text{then} \quad p_s(t) = 0, \tag{5.26}$$

$$\text{if } v_s > 0 \quad \text{then} \quad p_s(t) = 2\left(\frac{c_d}{2}\right)\frac{1}{2}\rho v_s^2. \tag{5.27}$$

This situation should result in the same amount of losses as the previous one, Eq. (5.20). A simulation result using the asymmetrical boundary conditions is displayed in Fig. 5.6 for comparison with the one using the symmetrical boundary conditions. The envelopes corresponding

to these two cases look similar. An interesting difference is that the mean pressure value is higher for the asymmetrical case than for the symmetrical case. However, it appears that the oscillation behaviour does not depend much on the way the quasi stationary model is translated to the unsteady case. In the following, all simulation results are based on Eq. (5.20) (symmetrical case).

5.3 Experiments

5.3.1 Experimental set-up and procedure

The artificial mouth consists of a Plexiglas box with metal reinforcement (Gazengel [38]). The artificial lip consists of a cylindrical latex balloon of small diameter (10 mm) in which a piece of foam saturated with water is inserted. The lip is fixed on a rigid support whose position can be translated vertically by means of a screw. This allows for variation of the reed opening at rest. The mouthpiece is inserted in a metal barrel whose horizontal position can be adjusted. Resonators can be fixed onto the other end of the barrel. The air is supplied by a compressor through a pressure reducing valve.

The pressure P_m in the mouth is measured by a static pressure sensor (Druck PTX510). A miniature differential pressure sensor (Entran EPE-541-M) mounted in the wall of the mouthpiece measures the pressure difference $\Delta p = P_m - p$ between the mouth cavity and the inside of the mouthpiece.

The two pressure signals are stored in computer memory via a data acquisition card. The experiment starts without blowing pressure ($\Delta p = 0$). This state is maintained for a few seconds, allowing the zeros of the pressure sensors to be determined. The pressure in the mouth cavity P_m is then increased gradually until the oscillation stops. At this time, the reed completely closes the opening. This state is also maintained for a few seconds, allowing the relative calibration of the differential pressure sensor measuring Δp : at this point $p = 0$ and thus $\Delta p = P_m$. The sensitivity of the static pressure sensor measuring P_m is known, thus the sensitivity of the differential pressure sensor can be deduced. This calibration is necessary because the pressure in the mouthpiece p is obtained from the difference between the signals from the two pressure sensors ($p = P_m - \Delta p$). Starting from a fully closed state, a second experiment is done, the pressure in the mouth being gradually brought back to zero. The typical duration of each experiment is 40 s with a sampling frequency of 2000 Hz. Instead of using a real clarinet, a tube 500 mm long and 16 mm wide is fitted to a clarinet mouthpiece and barrel. The termination of the tube can be adapted in order to vary the amount of non-linear losses. Two types of termination are used (Fig. 5.7). The first type of termination consists of pieces of tube with a circular flange of 25 mm diameter. They differ in the radius of curvature of their edges. Four radii of curvature r have been machined and used for the experiments, namely $r < 0.01$ mm, $r = 0.3$ mm, $r = 1$ mm, $r = 4$ mm. The second type of termination, designed to approximate a pipe termination without thickness, has a sharp edge with a bevel angle of 20°. These terminations have been extensively studied in [2] by measuring the real part of their impedance Z_{end} using a two microphone method. The measured terminations are the ones used in the experiments of the present paper. The results are displayed in Fig. 5.8. For each termination, the extra losses are roughly proportional to the acoustical velocity. The sharper the edges of the pipe termination are, the larger the losses become. Moreover, non-linear losses occur up to a certain velocity amplitude which increases as the edges become sharper.

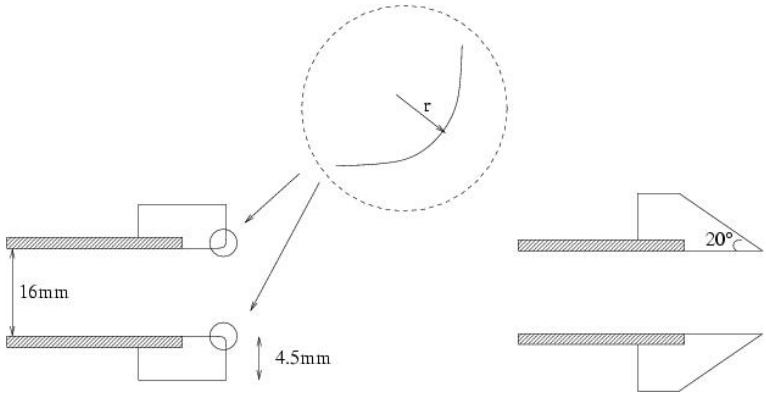


FIG. 5.7: *The two types of pipe termination geometry.* ***Left)*** *Flanged termination with rounded edges defined by a radius of curvature* r. ***Right)*** *Unflanged temination with a sharp edge defined by a bevel angle of* 20°*(unflanged pipe termination).*

In the present paper the amplitude of the acoustic pressure in the mouthpiece as a function of the mouth pressure is investigated. The amplitude as defined in the present paper is the amplitude of the signal, leaving out the superimposed high frequency pressure fluctuations due to the mechanical resonance of the reed (see Fig. 5.9). In order to determine this amplitude, the root mean squared (RMS) value of the signal is calculated. The RMS value and the amplitude p are related by the following equation : $p = coeff.p_{RMS}$ where $coeff$ is a coefficient depending on the shape of the signal. For a square signal $coeff = 1$ and for a sinusoidal signal $coeff = \sqrt{2}$. For the measured signals $coeff$ is found to be $coeff = 1.10 \pm 0.05$. This value is valid for the beating reed regime, for different mouth pressures and for the different reed openings at rest investigated.

5.3.2 Estimation of the parameters for the simulations

In order to compare the experimental results with theoretical ones, the simulation method described in section 5.2 is used. The theoretical solutions resulting from the simulations depend on several parameters involved in the simplified model of the clarinet-like instrument. There are two kinds of parameter, those linked with the reed-mouthpiece system, and those linked with the cylindrical resonator. This subsection is devoted to the determination of the values of these parameters.

The parameters linked with the reed-mouthpiece system are included in Eq. (5.5) : the effective width of the reed channel w, the reed opening at rest H_0 and the reed stiffness k. The parameters k and w are directly estimated from previous measurements reported in Dalmont et al [26] : $k = 10700$ Pa/mm and $w = 12$ mm. The reed opening H_0 depends on the embouchure, that is the reed-mouthpiece adjustment of the artificial mouth. It is obtained from an experimental estimation of $P_M = kH_0$. P_M is assumed to be close to the threshold of oscillation P_{thdown} which is deduced from the experiment with decreasing pressure (see Figs. 5.12(a), 5.12(c) and 5.12(e)). Three embouchures have been analysed in this paper : a tight one ($P_M = 4000$ Pa), a medium one ($P_M = 5700$ Pa) and a slack one ($P_M = 8500$ Pa) which correspond to $H_0 = 0.37$ mm, 0.53 mm, and 0.79 mm respectively.

The geometric parameters of the cylindrical resonator are directly estimated from the experimental set-up : the total length L equals 640 mm, the diameter D equals 16 mm. As assumed in section 5.2, two kinds of losses are considered in this paper : the viscothermal losses in the

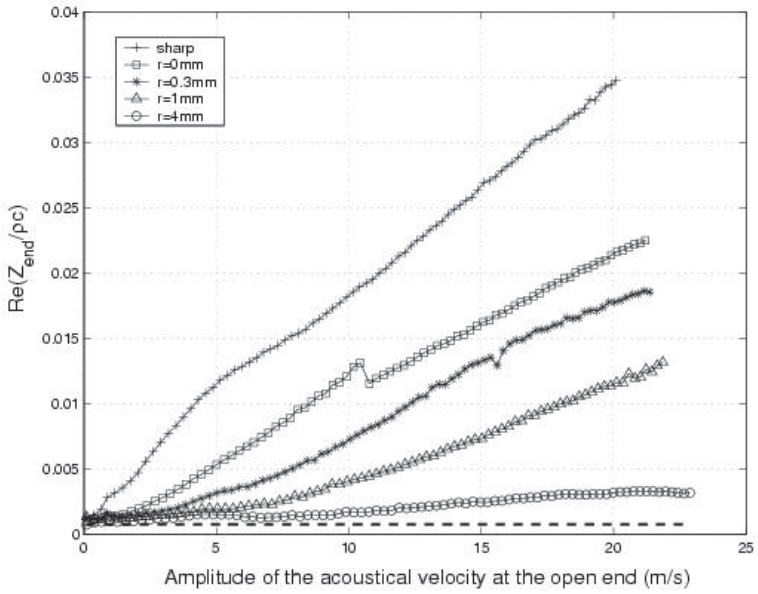


FIG. *5.8: Real part of the termination impedance as a function of the amplitude of the acoustical velocity at the open end for the five terminations.*

pipe and the non-linear losses in its open end. Despite the frequency dependent nature of viscothermal losses, a dispersion-less model with a loss parameter independent of frequency is used. This loss parameter is then assumed to be equal to the theoretical viscothermal loss value at the particular frequency 133 Hz (which is a mean value of the fundamental frequencies obtained during the experiments using the artificial mouth). The viscothermal losses for a clarinet-like instrument sounding at 133 Hz, corresponding to a uniform pipe of length $L = 640$ mm and diameter $D = 16$ mm, imply an amplitude transmission coefficient β on a travelling wave along the distance L equal to 0.97.

As detailed in section 5.2.2, the non-linear losses taken into account in the simulation involve a parameter c_d. This parameter c_d is deduced from the measurements of the real part of the terminal impedance Z_{end} (see Fig. 5.8) : c_d is determined by estimating the mean slope of each of the curves displayed in Fig. 5.8, and by using Eq. (5.20). The results are reported in table 5.1. Indeed the model used in Eq. (5.20) is a great simplification of what occurs at the end of a pipe, and the determination of c_d is approximate. Moreover, Z_{end} has been derived from measurements with a harmonic excitation which leads to a quasi harmonic velocity at the end of the pipe. In a clarinet the excitation is not harmonic and the use of c_d in that case is somewhat questionable. However, as in a clarinet mouthpiece pressure signal the fundamental dominates, the present approach is, at least qualitatively, sensible. This is a subject for further studies.

TAB. *5.1: Experimental values of the parameter* c_d

Termination geometry (see Fig. 5.7)	Parameter c_d
Unflanged pipe termination with sharp edges	2.8
Flanged termination with a radius of curvature $r < 0.01$ mm	1.7
Flanged termination with a radius of curvature $r = 0.3$ mm	1.4
Flanged termination with a radius of curvature $r = 1$ mm	0.9
Flanged termination with a radius of curvature $r = 4$ mm	0.15

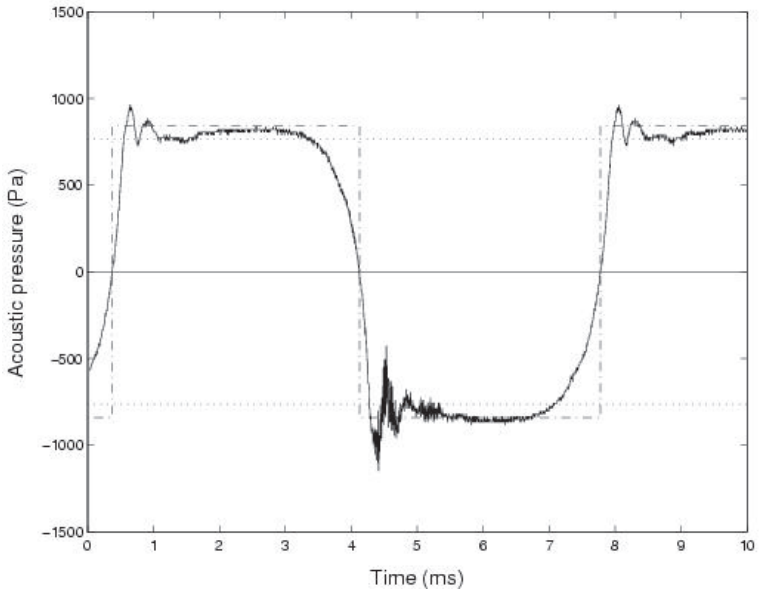


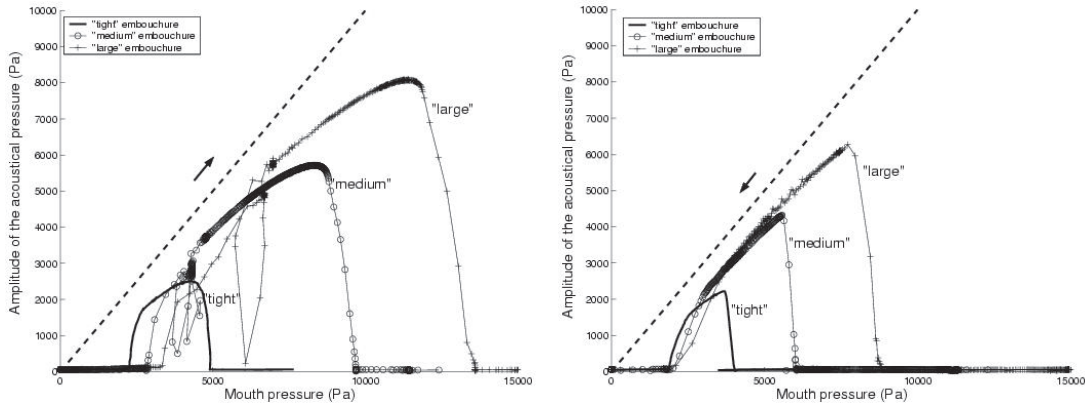
FIG. *5.9: Acoustical mouthpiece pressure as a function of time.* $(-)$ *typical experimental signal,* $(\cdots)$ *RMS value of the signal,* $(- - -)$ *corresponding square signal of "same" amplitude.*

5.3.3 Comparisons between the experimental results and the simulations

Experiments have been carried out in order to investigate the influence of the reed opening and the termination geometry on the playing range. It appears (see Figs. 5.10(a) and 5.10(b)) that the threshold of extinction P_{extup} is highly influenced by the reed opening, with a small reed opening leading to a small playing range. The threshold of extinction P_{extup} is around 4900 Pa, 9200 Pa, 12500 Pa for $H_0 = 0.37$ mm, 0.53 mm, and 0.79 mm respectively (see Fig. 5.10(a)). In each case the threshold of extinction P_{extup} is 25 to 60% larger than the threshold of oscillation P_{thdown} which is around 3900 Pa, 5800 Pa, 8200 Pa for $H_0 = 0.37$ mm, 0.53 mm, and 0.79 mm respectively (see Fig. 5.10(b)).

In order to enable comparison with the experiments, simulations are done using parameters obtained from experiments as described in section 5.3.2. In particular the value of P_M is obtained from experiments with decreasing pressure. It is verified that the threshold of oscillation with decreasing pressure is not influenced by the termination geometry. This justifies the assertion that P_{thdown} is approximately equal to P_M.

The comparisons are based on the investigation of the acoustic pressure amplitude in the mouthpiece as a function of the mouth pressure. The corresponding curves are displayed in two sets, a first set corresponding to an increasing mouth pressure (crescendo) is displayed in Fig. 5.11, a second set corresponding to a decreasing mouth pressure (decrescendo) is displayed in Fig. 5.12. In each set, the experimental results are displayed on the left hand side of the figure and the simulation results on the right hand side. On each side, the three embouchures defined in section 5.3.2 are displayed separately (from top to bottom, tight embouchure, medium embouchure and slack embouchure). In each of the 6 graphs per figure, curves corresponding to the different terminations are displayed. All experiments and simulations are based on the analysis of the first oscillation regime of the clarinet-like system (playing frequency around 133 Hz). From the experimental point of view, it is not easy to get the same oscillation regime for every embouchure and every mouth pressure value. Indeed, the experimentally observed behaviour is sometimes the second oscillation regime instead of the first one, particularly during



(a) Crescendo. (b) Decrescendo.

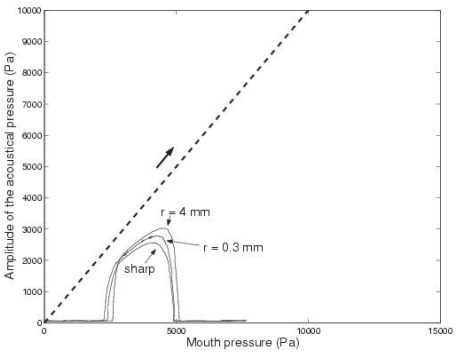
FIG. *5.10: Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during crescendos and decrescendos. The three measured curves correspond to the three embouchures : "tight", "medium" and "slack".*

the crescendo case : the oscillation first reaches the second regime and then is forced to reach the first regime a twelfth below, from the mouth pressure middle range until the saturation. As a consequence Figs. 5.11(c) and 5.11(e) show troubled curves around $P_m = 4500$ Pa and $P_m = 6000$ Pa respectively. It is inconsequential here as the present study is focused on the saturation mechanism. Notice that the first oscillation regime is obtained without difficulty for each of the decrescendo cases (Figs. 5.12(a), 5.12(c) and 5.12(e)).

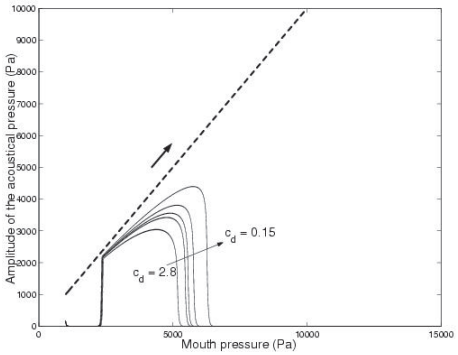
Experiments show that the extinction threshold is significantly influenced by the termination geometry. The terminations with more rounded edges result in a larger playing range. In contrast, the terminations with sharp edges result in a smaller playing range. This is easily explained by the fact that sharp edges lead to a high non-linear loss coefficient. This is confirmed for the three embouchures by simulations. From the musical point of view, the dynamic level and the playing range are increased when the losses are minimised. The maximum amplitude of the oscillation depends on the amount of losses : typically a significant difference of 10% of the mouth pressure on the oscillation amplitude is experimentally observed between the unflanged termination and the most rounded termination (curvature $r = 4$ mm) for all three embouchures. This is theoretically observed too, but the simulation results show a larger amplitude difference : a difference about 30% is shown on Figs. 5.11(b), 5.11(d) and 5.11(f). On the contrary, the amplitude of the oscillations under decreasing pressure conditions does not depend much on the amount of losses. This can simply be explained by the fact that in this situation ($P_m < P_M$) non-linear loss effects remain small because the acoustic velocity at the end of the pipe is still small.

5.4 Conclusion and prospects

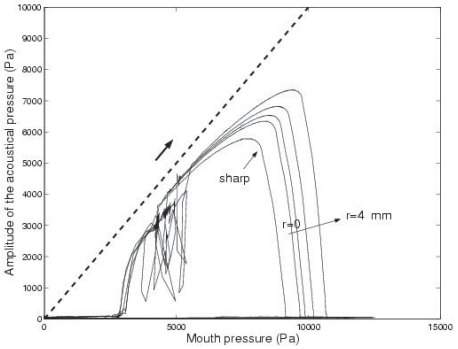
Our work shows that the lossless model as described in section 5.2 used for studying oscillations of the clarinet [50, 48, 53] needs to be extended. Indeed, with this model, there is no limit to the amplitude of the oscillations, so it is not able to determine the playing range of an instrument. Losses need to be included in the model. It is shown through time domain simulations



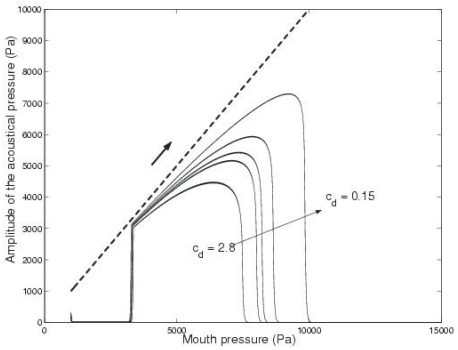
(a) Experiment, crescendo, tight embouchure.



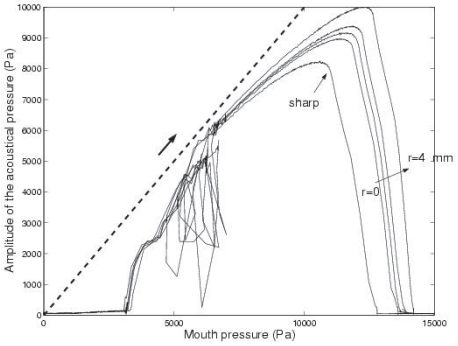
(b) Simulation, crescendo, tight embouchure ($P_M = 4000$ Pa).



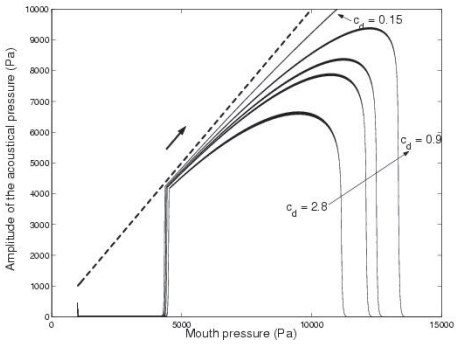
(c) Experiment, crescendo, medium embouchure.



(d) Simulation, crescendo, medium embouchure ($P_M = 5700$ Pa).

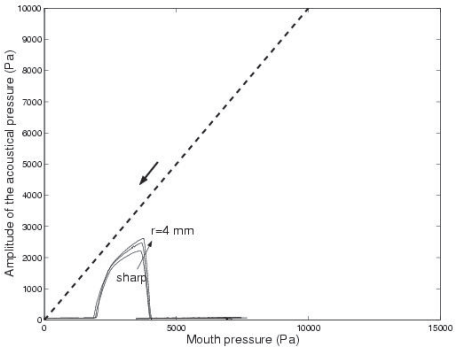


(e) Experiment, crescendo, slack embouchure.

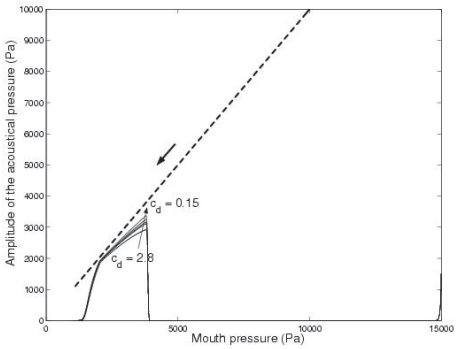


(f) Simulation, crescendo, slack embouchure ($P_M = 8500$ Pa).

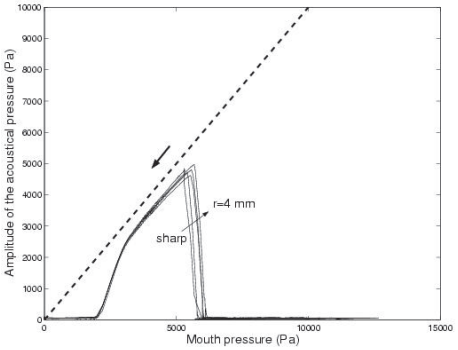
FIG. *5.11: Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during crescendos :*
- (a), (c) and (e) : experiments for three embouchures. Five terminations are investigated. From left to right : sharp edge, termination with a radius of curvature $r < 0.01$ *mm,* $r = 0.3$ *mm,* $r = 1$ *mm and* $r = 4$ *mm.*
- (b), (d) and (f) : simulations for three embouchures with a mouth pressure varying from 150 *Pa to* 15000 *Pa in* 22.5 *s. Five* c_d *coefficient are used. From left to right :* $c_d = 2.8$, $c_d = 1.7$, $c_d = 1.4$, $c_d = 0.9$ *and* $c_d = 0.15$ *(see table 5.1)*



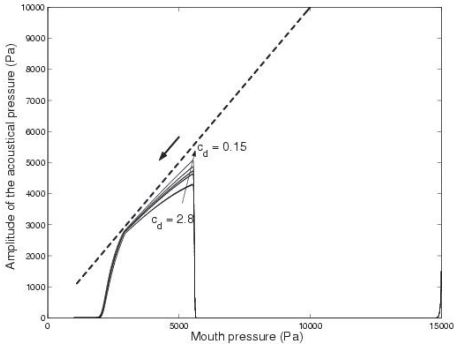
(a) Experiment, decrescendo, tight embouchure.



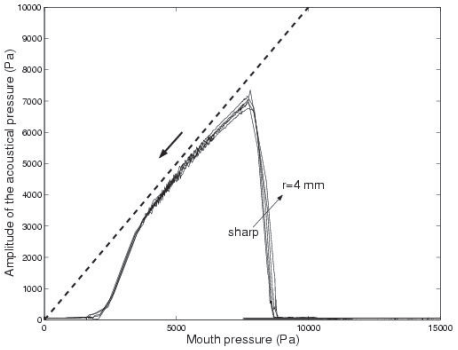
(b) Simulation, decrescendo, tight embouchure ($P_M = 4000$ Pa).



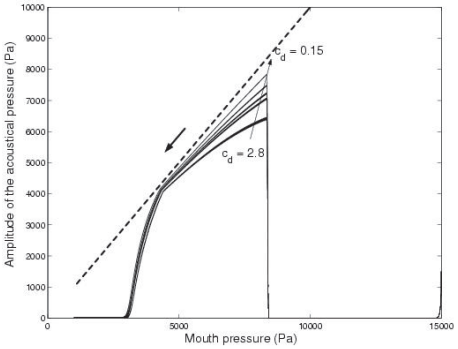
(c) Experiment, decrescendo, medium embouchure.



(d) Simulation, decrescendo, medium embouchure ($P_M = 5700$ Pa).



(e) Experiment, decrescendo, slack embouchure.



(f) Simulation, decrescendo, slack embouchure ($P_M = 8500$ Pa).

FIG. *5.12: Amplitude of the acoustical pressure as a function of the mouth pressure during decrescendos :*
- (a), (c) and (e) : experiments for three embouchures. Five terminations are investigated. From left to right : sharp edge, termination with a radius of curvature $r < 0.01$ *mm,* $r = 0.3$ *mm,* $r = 1$ *mm and* $r = 4$ *mm.*
- (b), (d) and (f) : simulations for three embouchures with a mouth pressure varying from 15000 *Pa to* 150 *Pa in* 22.5 *s. Five* c_d *coefficient are used. From left to right :* $c_d = 2.8$, $c_d = 1.7$, $c_d = 1.4$, $c_d = 0.9$ *and* $c_d = 0.15$ *(see table 5.1)*

that frequency independent linear losses are sufficient to describe qualitatively the saturation phenomenon observed experimentally using an artificial mouth. During a crescendo process, the greater the losses, the lower the value of the extinction mouth pressure. In contrast, during a decrescendo process the threshold of oscillation is not significantly influenced by losses. This shows an inverse bifurcation scheme where the losses play a decisive role. Analytical developments could be done to determine the bifurcation diagram of a simplified clarinet at the saturation. Such a study could also be extended to conical instruments such as the saxophone. In that case analytical developments using stepped cone models are probably also possible in order to determine the bifurcation diagrams. As suggested in [22] this would make it possible to explain how the inverted Helmholtz motion, which is shown in [64] to be stable in the beating reed regime, can appear.

On the other hand the present simulations and experiments show that non-linear losses have a significant influence on the playing range of a clarinet. In particular, it is shown that rounded edges may increase the playing range. This may be related to the practice of some instrument makers who drill conical holes instead of cylindrical holes. However, the question of a tube with side holes is different from the problem studied here because side holes usually have a diameter significantly smaller than the diameter of the pipe, which would lead to larger non-linear losses (see [27]). Moreover, the fact that more than one hole is open makes the problem more complex [21].

The influence of non-linear losses on the acoustical pressure amplitude has been shown ; their influence on the spectrum and pressure waveform of a clarinet could also be investigated. Indeed comparison between experiments and theory including viscothermal losses show significant discrepancies [61]. Non-linear losses may explain some of the differences.

Acknowledgements

The authors would like to thank S. Collin for the machining of the terminations, E. Ducasse and M. van Walstijn for fruitful discussions.

Conclusion générale

Cette étude avait pour principaux objectifs de caractériser et de modéliser les pertes non-linéaires apparaissant à la sortie d'un tube à fort niveau sonore ainsi que d'étudier leur influence sur le fonctionnement des instruments à vent.

La première partie de ce travail a consisté en la réalisation de mesures des pertes à l'extrémité ouverte d'un tube pour différentes géométries de sortie à l'aide de la méthode à deux microphones. Un dispositif expérimental a été conçu permettant de mesurer la partie réelle de l'impédance terminale pour des embouts dont les bords présentent un rayon de courbure bien défini ainsi que pour un embout "pointu". Il a été montré que le rayon de courbure a une influence sur les pertes mesurées à la sortie. Plus le rayon de courbure est faible, plus les pertes sont importantes. De plus, une vitesse seuil d'apparition des pertes non-linéaires dépendant de ce rayon de courbure a pu être estimée. Cette vitesse seuil est d'autant plus élevée que le rayon de courbure est grand. L'embout pointu est un cas limite pour lequel le seuil d'apparition des pertes non-linéaires à la sortie du tube est quasiment nul, ce qui signifie qu'il n'y a pratiquement pas de régime linéaire pour cet embout. Une discontinuité dans la courbe de la partie réelle de l'impédance terminale a été observée pour l'embout de rayon de courbure le plus faible ainsi que pour deux autres embouts. Cette discontinuité laisse entrevoir une transition entre deux régimes dans le comportement du fluide à la sortie du tube. La correction de longueur du tube ne semble pas significativement modifiée par les effets non-linéaires à la sortie du tube.

Dans un second temps, plusieurs calculs reposant sur la théorie du "vortex-sound" ont permis d'estimer les pertes à la sortie du tube. Un modèle théorique simplifié a été appliqué à notre cas d'étude, modèle inspiré par des visualisations réalisées par vélocimétrie par image de particules (PIV). Les observations indiquent qu'il y a création d'anneaux tourbillonnaires à la sortie du tube. Deux régimes de comportement du fluide sont mis en évidence : un premier régime pour lequel un anneau tourbillonnaire reste au voisinage des bords du tube et un second régime pour lequel l'anneau tourbillonnaire est expulsé loin de la sortie. Le modèle est basé sur l'hypothèse simplificatrice d'un unique anneau tourbillonnaire à la sortie du tube qui, pour certaines vitesses, reste au voisinage des bords du tube ou qui est expulsé pour des vitesses plus élevées. Les paramètres du modèle sont estimés à partir des visualisations PIV. Les ordres de grandeur des résultats obtenus sont satisfaisants. La transition entre les deux régimes fait apparaître une discontinuité dans l'évolution des pertes en fonction de l'amplitude de la source acoustique, discontinuité du même type que celle relevée en première partie lors des mesures d'impédance terminale. L'influence du rayon de courbure sur les pertes obtenues est prise en compte en considérant que le jet créé à la sortie du tube en phase sortante s'élargit lorsque le rayon de courbure des bords intérieurs du tube augmente. Une seconde application de la méthode du "vortex-sound" a été effectuée à partir de simulations de champ de vitesse par la méthode des réseaux de Boltzmann (LBM). Les géométries correspondant aux embouts $r < 0.01$ mm et $r = 4$ mm ont été traitées. Les deux régimes tourbillonnaires observés par PIV

sont très clairement restitués par les simulations. Les pertes obtenues par un calcul de “vortex-sound” en utilisant ces simulations donnent une description qualitativement satisfaisante des phénomènes de dissipation à la sortie. Une discontinuité dans la courbe de partie réelle de l’impédance terminale est observée lors de la transition de régime. L’influence du rayon de courbure sur les pertes estimées est comparable à celle observée lors des mesures à deux microphones. L’existence d’un jet permanent pour des distances à la sortie du tube de l’ordre d’un rayon de tube est aussi observée. Par ailleurs, les simulations LBM ont permis d’établir que les pertes sont effectives essentiellement durant le demi cycle acoustique sortant. Toutefois, la nature 2D des simulations ne permet pas de pousser plus loin la comparaison avec l’expérience.

Même si les résultats des deux premières parties ont une portée certainement plus générale, ce sont les instruments de musique à vent qui sont à l’origine de ce travail de thèse. Or, dans la littérature spécialisée en acoustique musicale, les modèles physiques ne prennent en général pas en compte les effets non-linéaires localisés, même si ces derniers sont cités pour expliquer qualitativement certains effets observés sur des instruments à trous latéraux. Dans la troisième et dernière partie de ce document, l’effet de pertes non linéaires localisées à l’extrémité d’un tube cylindrique est analysé dans le contexte d’une clarinette simplifiée en situation de jeu. Les embouts et les résultats de la première partie sont utilisés pour montrer à la fois expérimentalement, à l’aide d’une bouche artificielle, et théoriquement, à l’aide de simulations numériques que la dynamique de jeu dépend directement des pertes dans l’instrument. Ainsi, la plage de fonctionnement de l’instrument est notablement augmentée lorsque les pertes non-linéaires à la sortie du tube sont minimisées (cas de l’embout au rayon de courbure interne le plus grand). Plus précisément, lors d’un crescendo, le seuil d’extinction de la clarinette est d’autant plus grand que les pertes sont faibles. En revanche on observe que, lors d’un decrescendo, les seuils de réouverture de l’anche sont les mêmes quelles que soient les pertes non-linéaires. Ces seuils sont par ailleurs inférieurs à ceux obtenus lors des crescendo. Ces observations illustrent la nature "inverse" de la bifurcation à l’extinction qui a pu être montrée théoriquement récemment [25].

En ce qui concerne les instruments à vent à trous latéraux, l’influence des pertes non-linéaires sur la dynamique de jeu d’instruments à anche a été abordée dans notre travail, il reste à en étudier d’autres effets : effets sur la fréquence de jeu, sur le changement de registre, sur le spectre. Dans la continuité des travaux effectués, plusieurs études complémentaires pourraient être menées. Le premier travail à mener serait sans doute d’étendre les simulations LBM 2D développée en deuxième partie au cas 3D axisymétrique correspondant mieux à la réalité expérimentale. Si les simulations LBM 2D suggèrent que les pertes prépondérantes sont liées aux écoulements acoustiques à l’extérieur du tube, les écoulements à l’intérieur du tube ne peuvent être totalement ignorés. Il serait donc utile d’observer les écoulements par PIV à la fois à l’extérieur et à l’intérieur du tube. Par ailleurs la méthode à deux microphones pourrait être utilisée pour estimer les harmoniques d’ordre supérieur des signaux de pression et de vitesse en sortie de tube, ce qui permettrait de déterminer une caractéristique non-linéaire pression débit pour chaque terminaison. Le caractère plus ou moins hystérétique de la caractéristique permettrait alors d’évaluer la validité d’une hypothèse quasi stationnaire de l’écoulement acoustique en sortie de tube. A terme, cette caractéristique pourrait être directement intégrée dans les modèles physiques d’instruments de musique ou d’autres applications tel que des systèmes thermo-acoustiques [65], des enceintes bass-reflex [56], des bouchons d’oreille, etc...

Annexes

Annexe A

Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high sound pressure level[1]

A.1 Introduction

In a tube, when the sound pressure level is high, propagative nonlinear phenomena such as acoustic streaming or distorsion of an acoustic wave [74] can appear. Beside these cumulative effects, there are localised nonlinear effects on geometrical discontinuities such as the open end of the tube for example.

These localised nonlinear effects are known for a long time in the case of an orifice. In 1935, Sivian [77] studied the nonlinear behaviour of the acoustic resistance of an orifice. Ingard & Labate [47] presented visualisations of the flow field around an orifice subjected to high-intensity sound. By measuring simultaneously sound pressure and flow velocity in an orifice, Ingard & Ising [46] concluded that the orifice resistance is proportionnal to the acoustic velocity for high sound amplitude. More recently, Disselhorst & Van Wijngaarden [32] observed the same behavior at the open end of a tube. As for an orifice, the real part of the termination impedance depends on the source sound level and increases with the acoustic velocity at the open end. Moreover, the open end geometry is crucial in this phenomenon. Peters et al. [67] studied the losses at an open end using different geometries such as a sharp edge, an unflanged pipe with thick walls or a circular horn.

The aim of the present study is to investigate experimentally the influence of the pipe termination geometries, and especially the role of the radius of curvature of the terminations, on the termination impedance. In the next section, the existing theoretical results for the termination impedance are presented for the linear and the nonlinear case. In section A.3 the experimental setup is described. Finally, the results of the measurements for high sound amplitude are presented and discussed in section A.4 followed by a conclusion.

[1] M. Atig, J.-P. Dalmont et J. Gilbert, Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high sound pressure level, Comptes rendus Mécanique, 2004, 332, 4, 299–304

A.2 Theoretical results

In linear acoustics, the termination impedance of a tube is called radiation impedance. The acoustic radiation impedance of a tube is a quantity defined as $Z_r = p/U$ where p and U are respectively the acoustical pressure and the acoustical volume velocity at the open end of a tube. The expression of the linear radiation impedance Z_r in the low frequency approximation is given by Levine & Schwinger [52] for an unflanged pipe, Nomura et al. [60] for a pipe with an infinite flange :

$$\frac{Z_r}{Z_c} = \begin{cases} \frac{1}{4}(ka)^2 + jk\delta_0 & \textit{unflanged pipe}, \delta_0 = 0.6133a \\ \frac{1}{2}(ka)^2 + jk\delta_\infty & \textit{infinitely flanged pipe}, \delta_\infty = 0.8216a \end{cases} \tag{A.1}$$

where $Z_c = \rho_0 c_0/S$ is the characteristic impedance with ρ_0 air density, c_0 speed of sound and S surface area of the tube, $k = \omega/c_0$ is the wave number ω being the angular frequency, a is the tube radius, δ_0 and δ_∞ the so-called end length correction for an unflanged tube and a flanged tube respectively. The real part of the radiation impedance represents the radiation loss and the imaginary part represents the inertia.

When the amplitude of the acoustical velocity is high enough, nonlinear effects appear at the end of an open pipe : there is separation of the acoustic flow at the pipe end and formation of vortices. Strictly speaking, impedance is defined for linear systems so, in the following, termination impedance Z_{end} is defined as the ratio between pressure and volume velocity calculated at the open end for the fundamental harmonic (first harmonic approximation). This is justified by the low level of harmonic distorsion of the velocity signal at the open end (typically less than 5% for the second harmonic which is the loudest harmonic). The acoustical parameter chosen to characterise the phenomena are the acoustic Strouhal number based on the tube radius $St = \omega a/\hat{u}$ and the acoustic Mach number $M = \hat{u}/c_0$, where $\hat{u}$ is the amplitude of the acoustic velocity averaged over the cross sectional area of the open end. Disselhorst & Van Wijngaarden [32] and Peters et al. [67][66] modelled the nonlinear behavior of an open pipe. The results found by Disselhorst & Van Wijngaarden [32] for high Strouhal numbers (equation 7.11) can be thought of as an additional term Z_{nl} to the radiation impedance so that $Z_{end} = Z_r + Z_{nl}$:

$$\frac{Z_{nl}}{Z_c} = \beta.M.St^{\frac{1}{3}}. \tag{A.2}$$

The parameter β is determined by means of numerical simulation. Disselhorst & Van Wijngaarden [32] found values between 0.6 and 1.0 and Peters & Hirschberg [66] found a value of 0.2.

For low Strouhal numbers, i.e. high amplitude of the acoustic velocity, Peters et al. [67] (equation 5.26) propose the use of a quasi-steady theory. During half a period, the acoustic velocity is oriented out of the tube and a jet-like outflow is assumed. During the second half period, the acoustic velocity is oriented into the tube and there is formation of a vena-contracta type of inflow. The parameter c_d, which characterises the vena contracta for different pipe end geometries, can be introduced. The additional term Z_{nl} is then given by

$$\frac{Z_{nl}}{Z_c} = \frac{2c_d}{3\pi}M. \tag{A.3}$$

c_d is equal to 2 for a thin-walled unflanged pipe and equal to $13/9$ for a flanged pipe [31].

A.3 Setup and experimental procedure

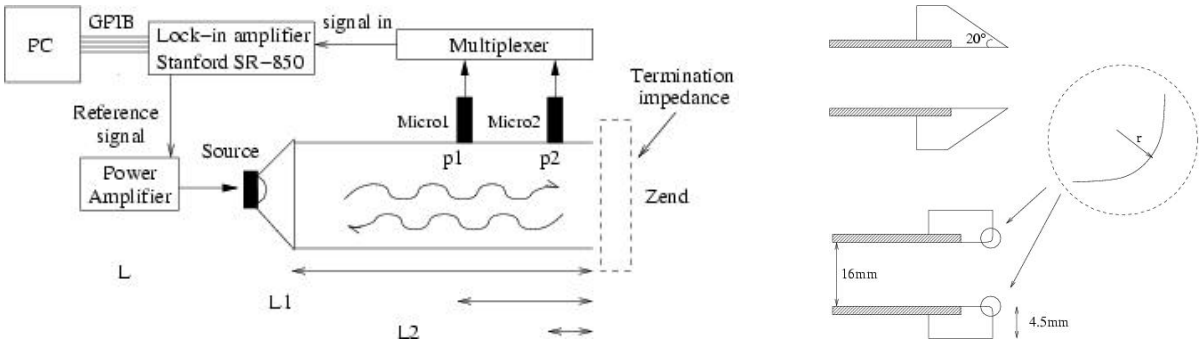


FIG. *A.1: Experimental setup and the two types of pipe termination geometry :* **up)** *Tube with a sharp edge defined by a bevel angle of 20˚.* **down)** *Tube with rounded edges defined by a radius of curvature r, four radii of curvature have been chosen : $r < 0.01$, $r = 0.3$, 1 and 4 mm.*

The experimental setup is drawn schematically in figure A.1. The measurements have been carried out using a copper tube of inner radius $a = 8$ mm. The wall thickness of the tube is $d = 1$ mm. This setup is placed in the middle of an anechoic room. The fundamental harmonic of the acoustic pressure in the pipe is measured by synchronous detection using acceleration compensated piezo-electrical gauges (PCB model 106B). The sound source is a compression driver JBL model 2446H and is located at one end of the tube. Five different terminations can be mounted at the open end of the tube (figure A.1). The terminations geometries are of two types and have been chosen to influence the separation of the acoustic flow at the pipe end :

- the first type of termination has rounded edges which are defined by their radius of curvature r and presents a little flange (wall thickness $d = 4.5$ mm). Four radii of curvature have been chosen : $r < 0.01$, $r = 0.3$, 1 and 4 mm.
- the second type of termination, which tries to approximate the unflanged pipe termination with thin wall, has a sharp edge with a bevel angle of 20˚ and corresponds to the case studied experimentally by Disselhost & Van Wijngaarden [32] and Peters et al. [67]

Assuming the plane wave hypothesis, it is possible to measure by means of a two microphone method the pressures and velocities on any section of the tube (for references about this method and errors analysis, see for example Bodén & Åbom [9] ; for other similar measurement methods, see Dalmont [20]). With $H_{12} = p_2/p_1$ ratio of pressures measured on two points of the tube, the acoustic velocity at the open end is given by :

$$u = j\frac{p_1}{Z_c}\frac{H_{12}\cos(kL_1) - \cos(kL_2)}{\sin k(L_1 - L_2)}, \tag{A.4}$$

where L_i $(i = 1, 2)$ is the distance between the microphone i and the exit of the pipe. The termination impedance is :

$$\frac{Z_{end}}{Z_c} = j\frac{H_{12}\sin(kL_1) - \sin(kL_2)}{\cos(kL_2) - H_{12}\cos(kL_1)}. \tag{A.5}$$

The calibration of the microphones is done by means of a Bruel & Kjaer microphone mounted flush in a wall which closes the tube. The calibration data shows that the two microphones have the same sensitivity (less than 1% of deviation) and are identical in phase (difference lower

than 1°). The measurement of a closed pipe allows us to estimate the accuracy of the experiment. The uncertainties are estimated to be less than $2.10^{-3}Z_c$ on $\mathrm{Re}(Z_{end})$ and less than $0.03a$ on δ.

A frequency sweep is made with the termination of radius of curvature $r = 4$ mm for a low excitation amplitude. It is verified that the experimental results fit in between the two limit cases (equation A.1) of the unflanged and the infinitely flanged pipe as shown on figure A.2. The resonance frequency of the whole system is found to be close to $f = 380$ Hz which corresponds to $ka \simeq 0.056$. The frequency of the source signal is then set to this value in order to obtain the maximum velocity at the open end. The acoustical Strouhal number is varied between 0.8 and 200 by changing the source level.

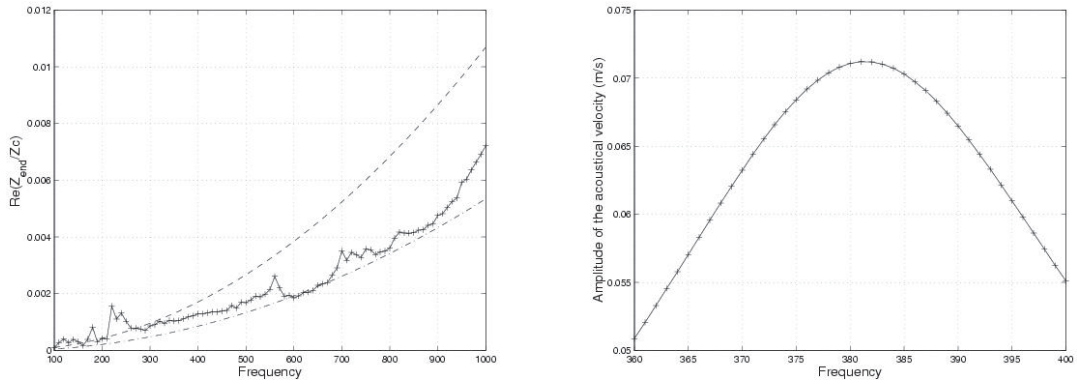


FIG. *A.2:* **left)** *Real part of termination impedance as a function of the frequency at very low amplitude.* $(- - -)$ *theories for flanged (upper) and unflanged pipe (lower).* **right)** *Amplitude of the acoustical velocity at the open end around resonance frequency.*

In our study, at high sound pressure level, it has to be verified that the linear propagation hypothesis is still valid. By simulating the nonlinear propagation based on the Burgers equation [54], the linear propagation hypothesis is verified to be sensible : the error on the pressure amplitude is less than 0.025% and the phase difference is less than $0.12°$. This corresponds to an error on $\mathrm{Re}(Z_{end})$ which is less than $7\,.10^{-5}Z_c$ and an error on δ which is less than $1.5\,.10^{-3}a$. These are much lower than the measurement uncertainty.

A.4 Experimental results

Figure A.3 compares the experimental data for the real part and for the imaginary part (represented by the length correction) of the termination impedance for the five terminations described in section A.3 Theoretical predictions presented in section A.2 are plotted on the same figure.

The experimental data corresponding to the termination $r = 4$ mm show that the real part of the termination impedance behaves approximately as the linear model given by equation A.1 for acoustic velocities under 10 m/s. For higher acoustic velocities, nonlinear losses appear implying a slight increase in the real part of the termination impedance. For a termination with a smaller radius of curvature (termination $r = 1$ mm), the acoustic velocity threshold v_{nl} below which the acoustic resistance (real part of the termination impedance) behaves as the radiation impedance is around 7 m/s. If the radius of curvature is reduced again (terminations $r = 0.3$ mm and $r < 0.01$ mm), v_{nl} diminishes. The smaller the radius of curvature, the lower the threshold v_{nl}. The sharp edge termination experimental data show that the threshold appears to be much

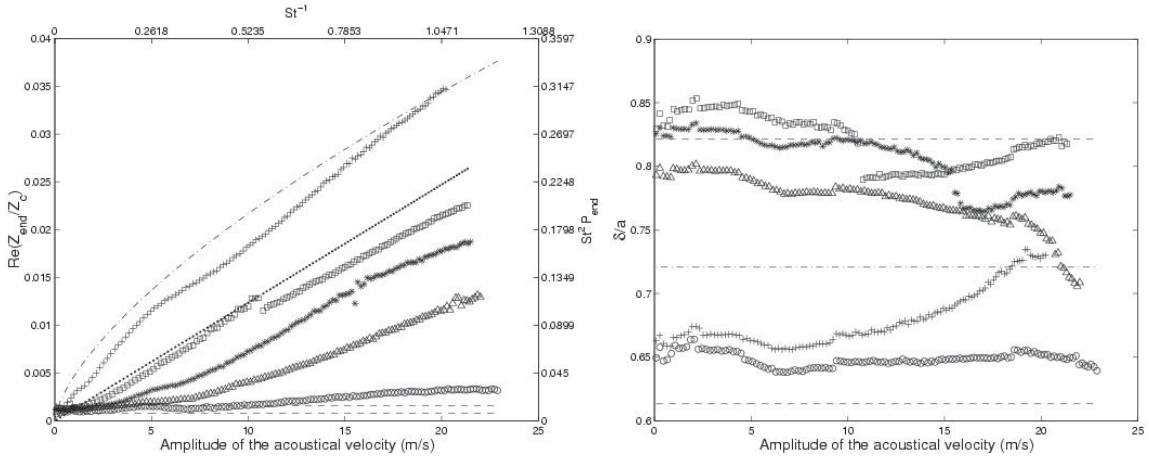


FIG. *A.3:* **left)** *Real part of the termination impedance as a function of the amplitude of the acoustical velocity at the open end for the five different terminations.* $(+)$ *sharp edge ;* $(\square)$ $r < 0.01$ *mm ;* $(*)$ $r = 0.3$ *mm ;* $(\triangle)$ $r = 1$ *mm ;* $(\circ)$ $r = 4$ *mm ;* $(- \cdot -)$ *eq.A.2 with* $\beta = 0.6$ *;* $(\cdots)$ *eq.A.3 with* $c_d = 2$ *;* $(- - -)$ *eq.A.1 for flanged (upper) and unflanged pipe (lower). A second scale, used by Disselhorst & Van Wijngaarden [32], representing the adimensioned power* $St^2 P_{end} = \frac{1}{2}(MSt)^{-1}\,\mathrm{Re}(Z_{end}/Z_c)$ *in function of inverse Strouhal number is also indicated.*
right) *Length correction of the tube for five different terminations.* $(+)$ *sharp edge ;* $(\square)$ $r < 0.01$ *mm ;* $(*)$ $r = 0.3$ *mm ;* $(\triangle)$ $r = 1$ *mm ;* $(\circ)$ $r = 4$ *mm ;* $(- - -)$ *theories for flanged (upper) and unflanged pipe (lower) ;* $(- \cdot -)$ *semi-empirical value [29] corresponding to the actual flange.*

lower (less than 0.5 m/s). For velocities higher than v_{nl}, nonlinear losses increase linearly with the acoustical velocity as observed by Disselhorst & Van Wijngaarden [32]. Moreover, the rate of increase of these losses also depend on the radius of curvature. When the radius of curvature decreases, the slope of the nonlinear losses increases.

The experimental data for the termination $r < 0.01$ mm fit with the equation A.3 ($c_d = 2$) for velocities up to 10.6 m/s. Then, a discontinuity in the acoustic resistance occurs. The phase of the pressure signal measured on the microphones for this velocity is unstable. This was first suspected to be a measurement set-up artefact but the phenomenon is reproducible. It has been observed with two different sources, different tube lengths and several frequencies. The same kind of discontinuity can be observed to a lesser extent with the terminations $r = 0.3$ mm and $r = 1$ mm. Notice that Peters et al. [67] have observed something similar they called "a strong dip in the acoustic power absorption" at a value of the acoustical Strouhal number close to $St = 5$. They indicate that "for this Strouhal number vortices formed at the sharp edge of the pipe end travel during one period of the acoustic field over a distance of the order of the wall thickness d". Figure A.3 shows that the discontinuity corresponds in our experiment to St values between 1 and 2 depending on the termination. Increasing the flange of the tube using a collar decreases slightly the Strouhal number at which the discontinuities occur, typically for the termination $r < 0.01$ mm $\Delta St < 0.1$. The discontinuity on the measured termination impedance could be the signature of a transition between two different regimes of oscillation. J. Peube [68], in her experimental study of the open end of a pipe, observed experimentally different behaviours of the acoustical flow and in particular the appearance of turbulence near the edges of the tube for a particular value of a Reynolds number based on the thickness of the viscous boundary layer $A/2\pi\sqrt{f/\nu} \simeq 22$ with A amplitude of the acoustic displacement and ν

kinematic viscosity. In our experiment, we obtain values between 19 and 39 depending on the termination. Complementary measurements using visualisations techniques would be needed to analyse what happens around the discontinuities.

The experimental data for the so-called length correction are presented in figure A.3. The theoretical values from equation A.1 and a semi-empirical value given by Dalmont et al. [29] for a 4.5 mm circular flange are also presented. All the experimental data are within the limits of the existing theory. For acoustic velocities under 10 m/s, all the terminations have the same behaviour. Then, the length correction for the termination $r = 4$ mm doesn't change with increasing acoustic velocity whereas the other rounded termination length correction seems to slightly decrease with the acoustic velocity. The sharp edge length correction increases with the acoustic velocity for acoustic velocities over 10 m/s. Discontinuities can be observed both in the real and imaginary part of the termination impedance for the same excitation level. Small discontinuities can also be observed on the imaginary part (for acoustical velocities of 9, 18 and 21 m/s) but these are lower than the measurement accuracy and are probably not relevant.

A.5 Conclusion

The experimental data presented here show the importance of the geometry of the open end of a tube on the behaviour of the real part of the termination impedance. For high acoustic velocities, the radiation losses are linked to the curve radius of the edges of the open end of a tube. The smaller the radius of curvature, the larger the nonlinear losses. On the contrary, the length correction of the tube do not depend significantly on the acoustic velocity. Flow visualisations such as those done by Rockliff [73] or Duffourd et al. [33] using particle image velocimetry (PIV) could allow to understand what happens at the discontinuity.

Acknowledgements

The authors would like to thank S. Collin for the machining of the terminations and D. Skulina for english corrections.

Bibliographie

[1] M. Atig, J.-P. Dalmont, and J. Gilbert. Saturation mechanism in clarinet-like instruments, the effect of the localised non-linear losses. *Applied Acoustics*, 65(12) :1133–1154, 2004.

[2] M. Atig, J.-P. Dalmont, and J. Gilbert. Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high sound pressure level. *C. R. Mécanique*, 332(4) :299–304, 2004.

[3] A.H. Benade. *Fundamentals of Musical Acoustics*. Dover (New York), 1976.

[4] A.H. Benade and J.K. Cuddeback. Quasi-turbulent damping at wind instrument joints and tone holes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 55(1) :457–, 1973.

[5] A.H. Benade and D.H. Keefe. The physics of a new clarinet design. *Galpin Society Journal*, pages 113–142, 1996.

[6] A.H. Benade and S.N. Kouzoupis. The clarinet spectrum : theory and experiment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(1) :292–304, 1988.

[7] P. Berge, Y. Pomeau, and C. Vidal. *Order within Chaos : Towards a Deterministic Approach to Turbulence*. John Wiley & Sons, 1987.

[8] P. Blanc-Benon, E. Besnoin, and O. Knio. Experimental and computational visualization of the flow field in a thermoacoustic stack. *C. R. Mécanique*, 331 :17–24, 2003.

[9] H. Bodén and M. Åbom. Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts. *J. Acoust. Soc. Am.*, 79(2) :541–549, 1986.

[10] H. Bouasse. *Instruments à vent*. Delagrave, 1929.

[11] J.C. Bruggeman. *Flow induced pulsations in pipe systems*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Pays-Bas, 1987.

[12] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. HERMES, 1998.

[13] J. Buick, C.L. Buckley, C.A. Greated, and J. Gilbert. Lattice boltzmann bgk simulation of non-linear sound waves : the development of a shock front. *Journal of Physics A*, 33 :3917–3928, 2000.

[14] J. Buick, C.A. Greated, and D.M. Campbell. Lattice bgk simulation of sound waves. *Europhysics Letters*, 43 :235–240, 1998.

[15] J.M. Buick. *Lattice Boltzmann Methods in Interfacial Wave Modelling*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edimbourg, Ecosse, 1997.

[16] M. Castellengo and L. Forest. Métamorphoses de la flûte traversière au 19éme siècle : esthétique musicale, acoustique et facture. In Cité de la musique, editor, *Acoustique et instruments anciens*, pages 85–100, Paris, 1998. SFA.

[17] S. Chen and G.D. Doolen. Lattice boltzmann method for fluid flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30 :329–364, 1998.

[18] J.W. Coltman. Sounding mechanism of the flute and organ pipe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 44(4) :983–992, 1968.

[19] D.G. Crighton, A.P. Dowling, J.E. Ffowcs Williams, M. Heckl, and F.G. Leppington. *Modern Methods in Analytical Acoustics*. Springer-Verlag, London, 1992.

[20] J.-P. Dalmont. Acoustic impedance measurement. part 1 : a review. *J. Sound Vib.*, 243(3) :441–459, 2001.

[21] J.-P. Dalmont, E. Ducasse, and S. Ollivier. Practical consequences of tone holes non-linear behaviour. In *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*, pages 153–156. Perrugia, 2001.

[22] J.-P. Dalmont, E. Ducasse, and S. Ollivier. Saturation mechanism in reed instruments. In *3rd EEA European Congress on Acoustic*. Sevilla, 2002.

[23] J.-P. Dalmont, B. Gazengel, J. Gilbert, and J. Kergomard. Some aspects of tuning and clean intonation in reed instruments. *Applied Acoustics*, 46 :19–60, 1995.

[24] J.-P. Dalmont, J. Gilbert, and J. Kergomard. Reed instruments, from small to large amplitude periodic oscillations and the Helmholtz motion analogy. ACUSTICA - *Acta Acustica*, 86(4) :671–684, 2000.

[25] J.-P. Dalmont, J. Gilbert, J. Kergomard, and S. Ollivier. Analytical study of the playing range of a clarinet. En préparation.

[26] J.-P. Dalmont, J. Gilbert, and S. Ollivier. Non-linear characteristics of single reed instruments : quasistatic volume flow and reed opening measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114(4) :2253–2262, 2003.

[27] J.-P. Dalmont, C.J. Nederveen, V. Dubos, S. Ollivier, V. Méserette, and E. te Sligte. Experimental determination of the equivalent circuit of a side hole : linear and non-linear behaviour. ACUSTICA - *Acta Acustica*, 88(4) :567–575, 2002.

[28] J.-P. Dalmont, C.J. Nederveen, and N. Joly. Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigations. *J. Sound Vib.*, 244(3) :505–534, 2001.

[29] J.-P. Dalmont, C.J. Nederveen, and N. Joly. Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigations. *J. Sound Vib.*, 244(3) :505–534, 2001.

[30] Centre d'information du cuivre. http ://www.cuivre.org.

[31] J.H.M. Disselhorst. *Acoustic resonance in open tubes*. PhD thesis, Twente University of Technology, Twente, Pays-Bas, 1978.

[32] J.H.M. Disselhorst and L. Van Wijngaarden. Flow in the exit of open pipes during acoustic resonance. *J. Fluid Mech.*, 99(2) :293–319, 1980.

[33] S. Duffourd. *Réfrigérateur thermoacoustique : Etudes analytiques et expérimentales en vue d'une miniaturisation*. PhD thesis, Ecole centrale de Lyon, Lyon, France, 2001.

[34] S. Duffourd, D. Marx, and P. Blanc-Benon. Détermination de la vitesse acoustique instantanée par PIV dans un stack thermoacoustique. In *Actes du 6e congrès d'acoustique*, pages 535–538, 2002.

[35] B. Fabre, A. Hirschberg, and A.P.J. Wijnands. Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe. ACUSTICA - *Acta Acustica*, 82 :811–823, 1996.

[36] N.H. Fletcher and T.D. Rossing. *The physics of musical instruments*. Springer–Verlag, 1998.

[37] J. Gandemer. *Contribution à l'étude de l'écoulement à l'embouchure d'un tuyau sonore*. PhD thesis, Université de Poitiers, Poitiers, France, 1968.

[38] B. Gazengel. *Caractérisation objective de la qualité de justesse, de timbre et d"émission des instruments à vent à anche simple*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1994.

[39] N. Grand, J. Gilbert, and F. Lalöe. Oscillation threshold of woodwinds instruments. *Acta Acustica*, 1 :137–151, 1997.

[40] J. Guckenheimer and P. Holmes. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, volume 42 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer Verlag, 1997.

[41] J. Hardy, O. de Pazzis, and Y. Pomeau. Molecular dynamics of a classical lattice gas : transport properties and time correlation functions. *Phys. Rev. A*, 13 :1949–1961, 1976.

[42] A. Hirschberg. Aero-acoustics of wind instruments. In *Mechanics of Musical Instruments*, volume 355 of *CISM courses and lectures*. Springer–Verlag, Wien, 1995.

[43] A. Hirschberg, J.C. Bruggeman, A.P.J. Wijnands, and N. Smits. The "whistler nozzle" and horn as aero-acoustic sound sources in pipe systems. *Acustica*, 68(2) :157–160, 1989.

[44] M.S. Howe. Contribution to the theory of aerodynamic sound, with applications to excess jet noise and the theory of the flute. *Journal of Fluid Mechanics*, 71 :625–673, 1975.

[45] M.S. Howe. The dissipation of sound at an edge. *J. Sound Vib.*, 70 :407–411, 1980.

[46] U. Ingard and H. Ising. Acoustic nonlinearity of an orifice. *J. Acoust. Soc. Am.*, 42(1) :6–17, 1967.

[47] U. Ingard and S. Labate. Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices. *J. Acoust. Soc. Am.*, 22(2) :211–218, 1950.

[48] M.E. Mc Intyre, R.T. Scumacher, and J. Woodhouse. On the oscillations of musical instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74 :1325–1345, 1983.

[49] D.H. Keefe. Acoustic streaming, dimensional analysis of nonlinearities, and tone hole mutual interactions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 73 :1804–1820, 1983.

[50] J. Kergomard. Elementary considerations on reed-instruments oscillations. In *Mechanics of Musical Instruments*, volume 355 of *CISM courses and lectures*. Springer–Verlag, Wien, 1995.

[51] G. Kirchhoff. Uber den einfluss des wärmteleitung in einem gas aud die schallbewegung. *Pogg. Ann.*, 134(6) :177–193, 1868.

[52] H. Levine and J.Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73(4) :383–406, 1948.

[53] C. Maganza. *Excitations non-linéaires d'un conduit acoustique cylindrique. Observations de doublements de période précédent un comportement chaotique. Application à la clarinette*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1985.

[54] L. Menguy. *Propagation acoustique non-linéaire dans les guides monodimensionnels.* PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2001.

[55] L. Menguy and J. Gilbert. Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes ; solutions and experiments. *Acustica*, 86 :798–810, 2000.

[56] J.P. Morkerken, B. Parzy, G. Pellerin, and J.D. Polack. Vented-box geometry and low frequency reproduction : the aerodynamical approach. presented at the AES 112th convention.

[57] M. Neal. *A Study of the Brass Instrument Lip Reed Mechanism using Artificial Lips and Lattice Boltzmann Flow Simulations*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edimbourg, Ecosse, 2002.

[58] C.J. Nederveen. *Acoustical aspects of woodwind instruments*. Northern Illinois University Press, 1998.

[59] P.A. Nelson, N.A. Halliwell, and P.E. Doak. Fluid dynamics of a flow excited resonance, part II : flow acoustic interaction. *J. Sound Vib.*, 91(3) :375–402, 1983.

[60] Y. Nomura, I. Yamamura, and S. Inawashiro. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *J. Phys. Soc. Jap.*, 15(3), 1960.

[61] S. Ollivier. *Contribution à l'étude des oscillations des instruments à vent à anche simple*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, Le Mans, France, 2002.

[62] S. Ollivier and J.-P. Dalmont. Mise en évidence d'une non-linéarité localisée au niveau d'un trou latéral d'instrument à vent. In *Vème Congrès Français d'Acoustique*, pages 310–313, Lausanne, Septembre 2000.

[63] S. Ollivier, J.-P. Dalmont, and J. Kergomard. Idealized models of reed woodwinds. part I : analogy with the bowed string. *Acustica*, 2002. Submitted.

[64] S. Ollivier, J. Kergomard, and J.-P. Dalmont. Idealized models of reed woodwinds. part II : on the stability of two-step oscillations. *Acustica*, 2002. Submitted.

[65] G. Penelet. *Etude expérimentale et théorique des processus non linéaires de saturation dans un générateur d'ondes thermoacoustique annulaire*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2004.

[66] M.C.A.M. Peters and A. Hirschberg. Acoustically induced periodic vortex shedding at sharp edged open channel ends : simple vortex models. *J. Sound Vib.*, 161(2) :281–299, 1993.

[67] M.C.A.M. Peters, A. Hirschberg, A.J. Reijnen, and A.P.J. Wijnands. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers. *J. Fluid Mech.*, 256 :499–534, 1993.

[68] J. Peube. Etude expérimentale du champ des vitesses à l'embouchure d'un tuyau sonore excité à de fortes amplitudes. *J. Phys. (Paris)*, 40 :346–352, 1979.

[69] A.D. Pierce. *Acoustics : an Introduction to its Physical Principles and Applications*. MCGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1981.

[70] A. Powell. Theory of vortex sound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36(1) :177–195, 1964.

[71] M. Raffel, C.E. Willert, and J. Kompenhans. *Particle Image Velocimetry : A Practical Guide*. Springer-Verlag, 1998.

[72] Lord Rayleigh. *The Theory of Sound*, volume 2. Macmillan, 2nd edition, 1896.

[73] D. Rockliff. *Application of particle image velocimetry to the measurement of non-linear effects generated by high-intensity acoustic fields*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edimbourg, Ecosse, 2002.

[74] O.V. Rudenko and S.I. Soluyan. *Theoretical fundations of nonlinear acoustics*. Consultant Bureau, 1977.

[75] C. Schram. *Aeroacoustics of subsonic jets : prediction of the sound produced by vortex pairing based on particle image velocimetry*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Pays-Bas, 2003.

[76] R.T. Schumacher. Ab initio calculations of the oscillation of a clarinet. *Acustica*, 48 :71–85, 1981.

[77] L.J. Sivian. Acoustic impedance of small orifices. *J. Acoust. Soc. Am.*, 7 :94–101, 1935.

[78] D. Skulina. *PIV measurements of sound fields*. PhD thesis, University of Edinburgh, Edimbourg, Ecosse 2005.

[79] D.J. Skulina, D.M. Campbell, and C.A. Greated. Measurement of the termination impedance of a tube using particle image velocimetry. In *Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference 2003 (SMAC 03)*, Stockhom, Sweden, 2003.

[80] J. Tartarin. *Contribution à l'acoustique non-linéaire des tuyaux ouverts*. PhD thesis, Université de Poitiers, Poitiers, France, 1973.

[81] H. Tijdeman. On the propagation of sound in cylindrical tubes. *J. Sound Vib.*, 39 :1–33, 1975.

[82] Y. S. Touloukian, S.C. Saxena, and P. Hestermans. *Thermophysical Properties of Matter, viscosity*. Wiley and Sons, 1975.

[83] L. van Wijngaarden. On the oscillations near and at resonance in open tubes. *J. Eng. Math.*, 2 :225–240, 1968.

[84] M. Wetzel and C. Herman. Experimental study of thermoacoustic effects on a single plate. part I : Temperature fields. *Heat and Mass Transfer*, 36 :7–20, 2000.

[85] G.S.K. Wong and T.F.W. Embleton. Variation of the speed of sound in air with humidity and temperature. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77(5) :1710–1712, 1985.

[86] W.E. Worman. *Self-sustained non-linear oscillations of medium amplitude in clarinet-like systems*. PhD thesis, Case Western University, Cleveland, Ohio, 1971.

NON-LINÉARITÉ ACOUSTIQUE LOCALISÉE À L'EXTRÉMITÉ OUVERTE D'UN TUBE. MESURE, MODÉLISATION ET APPLICATION AUX INSTRUMENTS À VENT.

Résumé : L'étude porte sur les pertes acoustiques non-linéaires localisées à la sortie d'un tube cylindrique. Trois aspects sont envisagés : tout d'abord la mise en évidence du phénomène par la mesure de l'impédance terminale du tube, puis la modélisation physique du phénomène et enfin l'application aux instruments de musique à vent. Le travail comprend trois parties qui traitent des trois aspects envisagés.

Dans une première partie, des mesures de l'impédance terminale réalisées à l'aide d'une méthode à deux microphones montrent que les pertes à la sortie du tube - partie réelle de l'impédance terminale dans le cadre de l'approximation du premier harmonique - augmentent avec l'amplitude de la vitesse acoustique. Les résultats montrent que l'importance de ces pertes dépend fortement du rayon de courbure des bords intérieurs à la sortie de tube. En outre, pour les faibles rayons de courbure, deux régimes sont mis en évidence. L'existence de ces deux régimes est confirmée par des observations utilisant la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) réalisées en collaboration avec l'Université d'Edimbourg : dans les deux cas un anneau tourbillonnaire est formé à la sortie du tube mais dans le cas du premier régime (faibles vitesses acoustiques) l'anneau reste accroché aux bords du tube alors que dans le cas du second régime (fortes vitesses acoustiques) il est expulsé.

La seconde partie concerne la modélisation du phénomène dans le but de mieux comprendre les mécanismes physiques mis en jeu. La théorie du bruit tourbillonnaire ("vortex sound theory") est appliquée afin d'estimer directement les pertes à la sortie du tube. Trois calculs utilisant cette théorie sont menés : le premier, analytique, sur la base d'un unique anneau tourbillonnaire fixe ou mobile, le second à partir des mesures par PIV et le troisième par la méthode numérique dite des réseaux de Boltzmann. Les trois calculs conduisent à des résultats similaires qui démontrent que les pertes non linéaires trouvent leur origine dans la formation d'anneaux tourbillonnaires en sortie de tube. Ces résultats sont confrontés avec succès aux résultats issus des mesures d'impédance.

La troisième partie analyse les conséquences que peuvent avoir les pertes non linéaires dans le fonctionnement d'un instrument de musique à trous latéraux. Il est montré expérimentalement et à l'aide de simulations numériques que la dynamique de jeu d'un instrument à vent dépend directement des pertes dans l'instrument et que cette dynamique peut être étendue lorsque les pertes à la sortie sont minimisées par exemple en chanfreinant les bords des trous latéraux.

Mots clés : Acoustique des guides d'ondes, impédance terminale, non-linéaire, mesures à deux microphones, vélocimétrie par image de particules, gaz sur réseaux de Boltzmann, instruments à vent.

ACOUSTICAL NON-LINEARITY LOCALISED AT THE OPEN END OF A TUBE. MEASUREMENT, MODELISATION AND APPLICATION TO WOODWIND INSTRUMENTS.

Abstract : The study deals with localised non-linear acoustic losses at the open end of a tube. Three aspects are considered : firstly, a description of the phenomenon by the measurement of the terminal impedance of the tube, secondly, the physical modeling of the phenomenon and finally the application to woodwind instruments.

In a first part, measurements of the terminal impedance using a two microphone method show that losses at the open end of the tube — real part of the termination impedance in the first harmonic approximation — increase with the acoustical velocity amplitude. Results show that the losses highly depend on the radius of curvature of the tube's inner edges. Moreover, for low values of the radius of curvature, two behaviours are observed. Particle image velocimetry (PIV) visualisations carried out at the University of Edinburgh confirm these two behaviours : in both cases, a vortex ring is created at the open end but it stays in the vicinity of the exit for low acoustical velocities whereas it is expelled for higher acoustical velocities.

The second part deals with the physical modeling of the phenomena. The application of the vortex-sound theory allows a direct estimation of the losses at the open end. Three calculations using this theory are carried out. The first calculation is analytical and is based on a discrete vortex ring which can be either fixed or mobile ; the second one comes from PIV visualisations ; and the third one is numerical, using the lattice Boltzmann method. The three calculations lead to similar results : non-linear losses find their origin in the formation of vortex rings at the end of the tube. These results are succesfully compared to impedance measurements.

The third part analyses the influence of non-linear losses on the behaviour of a side-holed wind instrument. Experiments and simulations show that the playing range of a wind instrument depends on the losses in the instrument and that the playing range can be extended by reducing the non-linear losses at the open end.

Keywords : Duct acoustics, terminal impedance, non-linear, two-microphone measurement, Particle Image Velocimetry, Lattice Boltzmann Method, wind instruments.